

1-1-2006

## Regionalización de caudales mínimos por métodos estadísticos de la cuenca Magdalena Cauca

Andrea del Pilar Torres Gallardo  
*Universidad de La Salle, Bogotá*

Gabriel Alfredo Peñaranda Gómez  
*Universidad de La Salle, Bogotá*

Follow this and additional works at: [https://ciencia.lasalle.edu.co/ing\\_ambiental\\_sanitaria](https://ciencia.lasalle.edu.co/ing_ambiental_sanitaria)

---

### Citación recomendada

Torres Gallardo, A. d., & Peñaranda Gómez, G. A. (2006). Regionalización de caudales mínimos por métodos estadísticos de la cuenca Magdalena Cauca. Retrieved from [https://ciencia.lasalle.edu.co/ing\\_ambiental\\_sanitaria/560](https://ciencia.lasalle.edu.co/ing_ambiental_sanitaria/560)

This Trabajo de grado - Pregrado is brought to you for free and open access by the Facultad de Ingeniería at Ciencia Unisalle. It has been accepted for inclusion in Ingeniería Ambiental y Sanitaria by an authorized administrator of Ciencia Unisalle. For more information, please contact [ciencia@lasalle.edu.co](mailto:ciencia@lasalle.edu.co).

**REGIONALIZACION DE CAUDALES MINIMOS POR METODOS  
ESTADISTICOS DE LA CUENCA MAGDALENA CAUCA**

**ANDREA DEL PILAR TORRES GALLARDO  
GABRIEL AFREDO PEÑARANDA GÓMEZ**

**UNIVERSIDAD DE LA SALLE  
FACULTAD DE INGENIERIA AMBIENTAL Y SANITARIA  
AREA DE HIDROLOGÍA  
BOGOTA D.C.  
2006**

**REGIONALIZACION DE CAUDALES MINIMOS POR METODOS  
ESTADISTICOS DE LA CUENCA MAGDALENA CAUCA**

**ANDREA DEL PILAR TORRES GALLARDO  
GABRIEL ALFREDO PEÑARANDA GÓMEZ**

**Trabajo de grado**

**Director: Eduardo Zamudio, Ing, Civil, Msc. en Recursos Hidráulicos  
Asesor: Hebert Gonzalo Rivera, Subdirector de Hidrología, IDEAM**

**UNIVERSIDAD DE LA SALLE  
FACULTAD DE INGENIERIA AMBIENTAL Y SANITARIA  
AREA DE HIDROLOGÍA  
BOGOTA D.C  
2006**

**Nota de aceptación**

---

---

---

---

---

**Firma del jurado**

---

**Firma del jurado**

**Bogotá, 8 de Agosto de 2006**

A Dios, a mi papi y mi mami, a mi hermana y a mis incondicionales amigas y amigos gracias por su paciencia, apoyo y confianza como también a todas las personas que respaldaron y confiaron en este trabajo.

Los quiero mucho y que Dios los bendiga siempre.

Andrea Torres Gallardo.

A mis padres

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradecemos enormemente la colaboración del Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM) por el suministro de los datos y demás información, a los Ingenieros Eduardo Zamudio, nuestro Director, por su confianza, apoyo y sus conocimientos y Hebert Gonzalo Rivera, por la asesoría técnica brindada y al compañero Daniel Francisco Martínez Díaz, Ingeniero Ambiental y Sanitario, por contribuir significativamente en el desarrollo del presente estudio.

## CONTENIDO

	pág.
RESUMEN	18
INTRODUCCION	19
1. JUSTIFICACIÓN	22
2. OBJETIVOS	23
2.1 OBJETIVO GENERAL	23
2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS	23
3. METODOLOGIA	24
4. MARCO CONCEPTUAL	25
4.1 CAUDAL	25
4.2 CAUDALES MÍNIMOS	25
4.3 CUENCA HIDROGRÁFICA	26
4.4 PERIODO DE RETORNO	27
4.5 SERIES HISTORICAS DE CAUDAL MÍNIMOS	28
4.6 ANALISIS DE FRECUENCIA DE CAUDALES MÍNIMOS	31

4.7 REGIONALIZACIÓN DE CAUDALES MÍNIMOS	31
5. ASPECTOS GENERALES DE LA CUENCA MAGDALENA-CAUCA	33
5.1 DELIMITACIÓN DEL AREA DE ESTUDIO	33
5.2 SITUACIÓN GEOGRAFICA	35
5.3 ASPECTOS POBLACIONALES	36
6. DIVISORIA DE CUENCAS Y CARACTERISTICAS FISIOGRAFICAS DE LA CUENCA MAGDALENA-CAUCA	37
6.1 DIVISIÓN DE LA CUENCA	37
6.2 FISIOGRAFÍA GENERAL DE LA CUENCA	38
6.2.1 El Río Magdalena	38
6.2.1.1 Cuenca del Alto Magdalena	39
6.2.1.2 Cuenca Medio Magdalena	39
6.2.1.3 Cuenca del Bajo Magdalena	40
6.2.2 El Río Cauca	40
6.2.2.1 Cuenca del Alto Cauca	41
6.2.2.2 Cuenca del Medio Cauca	41



6.2.2.3 Cuenca del Bajo Cauca	41
7. HIDROLOGIA Y RECURSOS HIDRICOS	43
7.1 CICLO HIDROLOGICO	43
7.2 BALANCE HIDRICO REGIONAL DE LA CUENCA	44
7.3 AGUAS SUPERFICIALES DE LA CUENCA MAGDALENA-CAUCA	46
7.3.1 Río Magdalena	47
7.3.1.1 Alto Magdalena	48
7.3.1.2 Medio Magdalena	49
7.3.1.3 Bajo Magdalena	50
7.3.2 Río Cauca	52
7.3.2.1 Alto Cauca	53
7.3.2.2 Medio Cauca	54
7.3.2.3 Bajo Cauca	55
7.4 AGUAS SUBTERRANEAS EN LA CUENCA MAGDALENA-CAUCA	56
7.4.1 Sedimentos y rocas con porosidad primaria de interés hidrogeológico	57

7.4.2 Rocas con porosidad primaria y secundaria de interés hidrogeológico	57
7.4.2 Sedimentos y rocas con porosidad primaria y secundaria sin interés Hidrogeológico	58
8. CLIMATOLOGIA	60
8.1 GENERALIDADES DEL CLIMA DEL AREA DE ESTUDIO	60
8.1.1 Características Generales del Fenómeno El Niño	60
8.1.1.1 Efecto climático sobre el territorio colombiano	61
8.1.1.2 Efectos sobre el ciclo hidrológico y la oferta hídrica	62
8.2 FACTORES FISICO-GEOGRAFICOS QUE DETERMINAN EL CLIMA EN LA CUENCA MAGDALENA-CAUCA	65
8.2.1 Influencia de la Latitud	65
8.2.2 Influencia de la Altitud	66
8.2.3 Influencia de la distancia al litoral o continentalidad	66
9. SELECCIÓN DE ESTACIONES HIDROLOGICAS	68
10. PRUEBAS EN DATOS HIDROLOGICOS DE ESTACIONES	70

10.1 PRUEBA DE INDEPENDENCIA Y ESTACIONARIDAD (WALD-WOLFOWITZ) (1943) (W-W)	70
10.1.1 Nivel de significación del 1%	73
10.1.2 Nivel de significación del 5%	73
10.1.3 Nivel de significación del 10%	74
10.2 PRUEBA DE HOMOGENEIDAD Y ESTACIONARIDAD (MANN-WHITNEY) (1947) (M-W)	74
10.2.1 Nivel de significación del 1%	77
10.2.2 Nivel de significación del 5%	77
10.2.3 Nivel de significación del 10%	77
10.3 PRUEBA DE OUTLIERS (PUNTOS EXPÚREOS)	79
11. SELECCIÓN Y EVALUACIÓN DE LAS DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD PARA LAS ESTACIONES SIN CERO	86
11.1 MOMENTOS CONVENCIONALES	86
11.2 METODOS DE SELECCIÓN DE FUNCIONES DE DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD	87
11.2.1 Prueba de Kolmogorov-Smirnov	88

11.2.2 Prueba Chi-cuadrado	92
11.2.3 Método Error Cuadrático Mínimo	97
11.3 SELECCIÓN DE LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN	102
12. FUNCIONES DE DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD PARA ESTACIONES SIN CEROS	106
12.1 DISTRIBUCIÓN LOG-NORMAL DE TRES PARAMETROS	106
12.1.1 Estimación de parámetros (Método de Momentos)	107
12.1.2 Estimación de cuantiles	108
12.2 DISTRIBUCIÓN PEARSON III O GAMMA DE TRES PARÁMETROS	109
12.2.1 Estimación de parámetros (Método de Momentos)	110
12.2.2 Estimación de cuantiles	112
12.3 DISTRIBUCIÓN GUMBEL PARA MÍNIMOS O VALOR EXTREMO TIPO I (EVI)	113
12.3.1 Estimación de parámetros (Método de Momentos)	113
12.3.2 Estimación de cuantiles	114
12.4 DISTRIBUCIÓN WAKEBY	115

12.4.1 Estimación de parámetros: Método de Momentos de Probabilidad Ponderada (MPP)	116
12.4.2 Pruebas de Bondad de Ajuste para la Distribución Wakeby	120
12.4.2.1 Prueba Error Estándar de Ajuste (EEA)	121
12.4.2.2 Coeficiente de Correlación (CC)	122
13. TRATAMIENTO DE REGISTROS HISTÓRICOS DE CAUDAL MÍNIMO CERO	125
13.1 MODELO DE PROBABILIDAD TOTAL	125
14. DELIMITACIÓN DE REGIONES HOMOGÉNEAS	130
14.1 SELECCIÓN DE CORRELACIÓN REGIONAL	135
15. CONCLUSIONES	143
16. RECOMENDACIONES	147
BIBLIOGRAFIA	148

## LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Localización del área de estudio	34
Figura 2. Divisoria de la cuenca Magdalena-Cauca	37
Figura 3. Ciclo hidrológico	44
Figura 4. Perfil longitudinal Río Magdalena	48
Figura 5. Caudales promedio Alto Magdalena (m <sup>3</sup> /s)	49
Figura 6. Caudales promedio Medio Magdalena (m <sup>3</sup> /s)	50
Figura 7. Caudales promedio Bajo Magdalena (m <sup>3</sup> /s)	51
Figura 8. Perfil longitudinal Río Cauca	53
Figura 9. Caudales promedio Alto Cauca (m <sup>3</sup> /s)	54
Figura 10. Caudales promedio Medio Cauca (m <sup>3</sup> /s)	55
Figura 11. Caudales promedio Bajo Cauca (m <sup>3</sup> /s)	56
Figura 12. Comportamiento de los caudales en diferentes partes del Río Magdalena durante 1997 y 1998	63
Figura 13. Comportamiento de los caudales en diferentes partes del Río Cauca durante 1997 y 1998	64
Figura 14. Estación Quitasueño: Prueba Outliers Grubbs y Beck	81
Figura 15. Estación Buenos Aires: Prueba Outliers Grubbs y Beck	82
Figura 16. Ubicación 109 estaciones seleccionadas	85
Figura 17. Regiones Homogéneas cuenca Magdalena-Cauca	134
Figura 18. Área Vs. Caudal Mínimo Estimado $Q_T = 2.33$ años	137

Figura 19. Área Vs. Caudal Mínimo Estimado $Q_T = 5$ años	138
Figura 20. Área Vs. Caudal Mínimo Estimado $Q_T = 10$ años	138
Figura 21. Área Vs. Caudal Mínimo Estimado $Q_T = 25$ años	139
Figura 22. Área Vs. Caudal Mínimo Estimado $Q_T = 50$ años	139
Figura 23. Área Vs. Caudal Mínimo Estimado $Q_T = 100$ años	140

## LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Series anuales de caudales mínimos Estación Café Madrid	29
Tabla 2. Datos del balance hídrico cuenca Magdalena-Cauca	46
Tabla 3. Oferta hídrica subterránea en la cuenca Magdalena-Cauca	59
Tabla 4. Características de acuíferos y captaciones de agua subterránea en la cuenca Magdalena-Cauca	59
Tabla 5. Valores críticos para una distribución normal estándar	71
Tabla 6. Prueba Wald-Wolfowitz	72
Tabla 7. Prueba Mann-Whitney	75
Tabla 8. Estaciones con aprobación de pruebas de Independencia, Homogeneidad y Estacionaridad	78
Tabla 9. Valores de $K_N$ para la prueba Grubbs y Beck	80
Tabla 10. Prueba de Outliers Grubbs y Beck	82
Tabla 11. Valores críticos de $(\lambda_n)$ para diferentes niveles de significación	88
Tabla 12. Datos de la Estación Totoro	89
Tabla 13. Resultados prueba Kolmogorov-Smirnov para la Estación Totoro	89
Tabla 14. Prueba Kolmogorov-Smirnov	90
Tabla 15. Datos estación El Remolino	94
Tabla 16. Resultados prueba chi-cuadrado para la estación El Remolino	95
Tabla 17. Prueba chi-cuadrado	95
Tabla 18. Datos estación Hda. Pto. Rico	98



Tabla 19.Resultados Método del Error Cuadrático Mínimo para La estación Hda. Pto. Rico	99
Tabla 20. Prueba Método Error Cuadrático Mínimo	100
Tabla 21. Calificación de distribuciones de probabilidad Estación La Paila	102
Tabla 22. Calificación de distribuciones de probabilidad Estación Pte. Ortega	102
Tabla 23. Calificación de distribuciones de probabilidad Estación Irra	102
Tabla 24. Asignación de distribuciones de probabilidad Alto Magdalena	103
Tabla 25. Asignación de distribuciones de probabilidad Alto Cauca	104
Tabla 26. Asignación de distribuciones de probabilidad Medio Magdalena	104
Tabla 27. Asignación de distribuciones de probabilidad Medio Cauca	105
Tabla 28. Asignación de distribuciones de probabilidad Bajo Magdalena	105
Tabla 29. Asignación de distribuciones de probabilidad Bajo Cauca	105
Tabla 30.Posición de Graficación	116
Tabla 31. Prueba EEA Estación Pte. Llano	122
Tabla 32.Prueba de coeficiente de correlación estación Pte. Llano	123
Tabla 33. Prueba de Independencia y Homogeneidad y Estacionaridad de algunas estaciones con presencia de ceros	127

Tabla 34. Factor de frecuencia para la distribución LogNormal	128
Tabla 35. Resultados de estación La Resaca para diferentes periodos de retorno	129
Tabla 36. Estaciones Región homogénea A	130
Tabla 37. Estaciones Región homogénea B	131
Tabla 38. Estaciones Región homogénea C	131
Tabla 39. Estaciones Región homogénea D	131
Tabla 40. Estaciones Región homogénea E	132
Tabla 41. Estaciones Región homogénea F	132
Tabla 42. Estaciones Región homogénea G	132
Tabla 43. Estaciones Región homogénea H	133
Tabla 44. Estaciones Región homogénea I	133
Tabla 45. Áreas aferentes estaciones cuenca Magdalena-Cauca	135
Tabla 46. Áreas aferentes y caudales mínimos para periodos de retorno de 2.33, 5, 10, 25, 50 y 100 años Región Homogénea H	137
Tabla 47. Ecuaciones y coeficiente de correlación para periodos de retorno de 2.33, 5, 10, 25, 50 y 100 años Región Homogénea D	141
Tabla 48. Ecuaciones y coeficiente de correlación para periodos de retorno de 2.33, 5, 10, 25, 50 y 100 años Región Homogénea F	141
Tabla 49. Ecuaciones y coeficiente de correlación para periodos de retorno de 2.33, 5, 10, 25, 50 y 100 años Región Homogénea G	141
Tabla 50. Ecuaciones y coeficiente de correlación para periodos de retorno de 2.33, 5, 10, 25, 50 y 100 años Región Homogénea H	141

## **RESUMEN**

El desarrollo social, económico y ambiental de la determinación de los caudales mínimos en la cuenca Magdalena-Cauca es de gran importancia, ya que debido a las sequías (caudales mínimos) temporales que se presentan allí, se producen efectos destructivos, que perjudican de una u otra manera, a la comunidad, sus actividades y al medio ambiente.

Generalmente, los caudales mínimos son producidos por la descarga de agua desde aguas subterráneas hacia la corriente o red de drenaje, mecanismo sumamente importante durante los periodos de sequías o de disminución de las lluvias. Se hace una breve descripción de las características principales de la cuenca Magdalena-Cauca (extensión de la cuenca, situación geográfica y poblacional, entre otras). En este estudio, se presenta la aplicación de la metodología y los resultados para estimar eventos mínimos en Colombia: la regionalización de caudales mínimos mediante análisis estadístico, teniendo en cuenta diferentes periodos de retorno (2.33, 5, 10, 25, 50 y 100 años) en cualquier punto de las regiones identificadas que no posean instrumentación o información suficiente.

Para establecer ecuaciones y factores de ajuste a cada serie de datos, se realizan pruebas estadísticas de homogeneidad, estacionaridad e independencia, pruebas de confiabilidad como outliers o datos dudosos y por ultimo, a las funciones de distribución de probabilidad, pruebas de bondad de ajuste. Posteriormente, habiendo identificado las distribuciones para cada estación, se establecen las regiones homogéneas en el mapa cartográfico suministrado por el IDEAM y se realizan las respectivas correlaciones entre caudal mínimo estimado y área aferente de la cuenca Magdalena-Cauca.

Por ultimo, se presentan los resultados cuantitativos, las conclusiones y recomendaciones del estudio.

## INTRODUCCIÓN

Las estimaciones de caudales mínimos en una cuenca determinada son importantes para: el manejo de la calidad del agua, planeamiento de abastecimientos o suministros de agua, sistemas de hidroelectricidad, sistemas de enfriamiento e irrigación y determinar el impacto generado por las sequías en un tiempo amplio o prolongado en los ecosistemas acuáticos.

Arbeláez y Castro nos afirman lo siguiente: “los caudales mínimos dependen del aporte de las aguas subterráneas a la corriente, por tal razón están asociados a las características climáticas, geológicas, cobertura, tipo de suelo y demás variables que afectan los procesos de infiltración y evapotranspiración de la lluvia en la cuenca”<sup>1</sup>.

Los estudios para caudales mínimos realizados para la cuenca Magdalena-Cauca son escasos. Solo cabe destacar las mediciones que desde los años setenta ha venido realizando el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales, IDEAM, que han servido como parámetros para determinar de alguna manera, las épocas de sequía o disminución de las lluvias y disminución de caudales que se presenta en la cuenca. La mayoría de los estudios realizados en esta zona, se han orientado básicamente en la hidrología, el cual se tuvo que recopilar y procesar gran cantidad de información meteorológica. Los demás estudios solo cubren pequeños sectores de la cuenca o sólo se refieren a unas variables modificadoras del clima.

Solo hasta la creación del SCMH (Servicio Colombiano de Meteorología e Hidrología) en 1.968, no aparecen estudios climáticos en forma sistemática e integrada. A partir de esto, se procedió a unificar la red de estaciones de observación para que fuese operada por una sola entidad y que el proceso de información y los criterios fueran únicos. A partir de 1.976, comenzaron a hacerse estudios aplicados a la evaluación de la influencia del clima, siendo éste, el principal factor que influye en la determinación de caudales y afecta directamente la economía y el desarrollo de la población.

Otros estudios que han ayudado a determinar los caudales mínimos han sido, “Racionalización de caudales mínimos en una región del departamento del Cauca Colombia, utilizando la distribución Wakeby”, “Estimación de caudales mínimos para Colombia mediante regionalización y aplicación de la curva de recesión de caudales”, “El estudio sobre el régimen de la Precipitación en

---

<sup>1</sup> ARBELÁEZ, Ana Cecilia y CASTRO, Lina Mabel. Racionalización de caudales mínimos en una región del departamento del Cauca Colombia, utilizando la distribución Wakeby. En: Avances en Recursos Hidráulicos. Medellín. ISSN 01215701. Número 11; Septiembre de 2004; 161-173.

Colombia” y “El estudio del régimen de Temperatura en Colombia”; los dos últimos, recopilados en la biblioteca del IDEAM.

Frecuentemente, encontramos que los registros de caudales mínimos anuales operados por el IDEAM contienen ceros, especialmente los sitios en algunas regiones áridas o semiáridas (períodos de sequías o disminución de las lluvias en sectores de la cuenca debido a factores antrópicos), o en sitios en donde la contribución del área de drenaje es baja y/o el agua subterránea está situada por debajo del nivel freático durante alguna temporada.

Usualmente, la presencia de ceros en registros de caudales mínimos ha sido interpretada como un indicador de la existencia de un caudal intermitente o temporal. Sin embargo, en algunos casos, los ceros pueden aparecer en un registro de caudal mínimo simplemente porque el caudal actual leído de la estación hidrológica, estuvo por debajo del umbral de medida de dicha estación.

Cuando en un registro de caudal mínimo anual se presentan ceros, existen dos posibles soluciones para el desarrollo del problema. El primero tiene que ver con el uso de una probabilidad total o mezclada del tratamiento de valores de ceros y no ceros por separado y el segundo mencionado por Kroll y Stedinger: “tratamiento de ceros como valores de datos censurados”<sup>2</sup>.

Para el presente trabajo, se consideró la aplicación de una función de probabilidad total para tratar los valores de los datos con cero y sin cero por separado, con la distribuciones Lognormal. En los registros sin ceros, se explora la aplicación de las distribuciones LogNormal 3-parámetros, Pearson Tipo III y Gumbel (EVI), obteniendo de estas tres, la de mejor ajuste en el análisis estadístico y luego, se compara con la distribución Wakeby 5-parámetros. Así, uno de los objetivos de éste estudio es determinar la distribución de probabilidad que se ajuste mejor para cada una de las series de datos hidrológicos que contienen valores de cero y no cero en la cuenca Magdalena-Cauca.

Los criterios de selección de las estaciones hidrológicas tienen que ver con la longitud de los registros históricos de caudales mínimos (20 años como mínimo), con la operabilidad actual de las estaciones y por ultimo, con la representatividad de los datos históricos.

Para un correcto análisis de los registros hidrológicos, es necesario ajustar los datos, de tal manera que nos permitan establecer un buen análisis estadístico posterior. Para ello, se utilizaron las pruebas especializadas en hidrología de

---

<sup>2</sup> KROLL, C. N. y STEDINGER, J. R. Estimation of moments and quantiles using censored data, citado por DURRANS, S. R., OUARDA, T. B. M. J., RASMUSSEN, P. F. y BOBÉE, B. Treatment of zeroes in Tail Modeling of Low Flows. En: Journal of Hydrologic Engineering. U.S.A. Vol. 4, no 1; January, 1999; p. 19-27.

homogeneidad, estacionaridad e independencia, como aspectos fundamentales en el ajuste de una serie de datos.

La probabilidad y la estadística juegan un papel muy importante en los cálculos y en el análisis de eventos hidrológicos futuros, por eso, es la metodología utilizada para éste estudio. Para el análisis estadístico de caudales mínimos se tienen en cuenta las diferentes funciones de densidad de probabilidad, pero para evitar selecciones apresuradas de cualquiera de las distribuciones, se hace necesaria la aplicación de pruebas de bondad de ajuste como Kolmogorov-Smirnov y Chi-cuadrado ( $X^2$ ), además del método del Error Cuadrático Mínimo, que son métodos eficaces y los más usados, más no los únicos, que proporcionan una mayor confiabilidad al momento de calificar y seleccionar las distribuciones para la serie de datos.

Otro de los objetivos de éste trabajo es la identificación y delimitación de las zonas homogéneas de la cuenca Magdalena-Cauca en el mapa, que mediante la determinación de las ecuaciones de regresión entre el caudal mínimo y el área de la estación para diferentes períodos de retorno (2.33, 5, 10, 25, 50 y 100 años), se puedan regionalizar y así mismo, se presentan los resultados de caudal mínimo estimado, en zonas en donde no se disponía de registro de caudal.

## 1. JUSTIFICACIÓN

La cuenca Magdalena-Cauca, como toda arteria fluvial, es la vía receptora de todos los procesos naturales y antrópicos que ocurren en su cuenca hidrográfica. Por lo tanto, los ecosistemas que forman parte de la cuenca hidrográfica, desde las divisorias de agua en las cordilleras y en los macizos que la separan de las cuencas vecinas, hasta su desembocadura en el Mar Caribe, determinan sus características y contribuyen al funcionamiento integral de la misma.

La cuenca ocupa un área de 257.440 km<sup>2</sup>, que representan el 22.8% del territorio colombiano: 17.3% corresponde al río Magdalena y el 5.5 % al río Cauca. Dentro de estas áreas, se desarrollan actividades económicas muy importantes donde se desenvuelven sociedades laboriosas, que permiten el uso productivo de sus aguas que se ven afectadas por los cambios que ocurren a su alrededor.

De tal manera, uno de los principales problemas que se presentan en la hidrología para la realización de estudios y proyectos en general, bien sea a nivel local o regional, es la carencia de datos precisos y confiables de caudales, precipitaciones y de otros fenómenos climatológicos. Estas limitaciones hacen indispensable el empleo de modelos estadísticos, que permitan extrapolar la información para uso adecuado en otras cuencas o sitios de interés en proyectos específicos, en especial en la cuenca del Magdalena – Cauca.

Para efectos de este estudio, se observará principalmente el fenómeno de las sequías y su influencia en la cuenca, para que de este modo, se dispongan las medidas necesarias y permanentes de control por parte de las autoridades ambientales encargadas, para evitar los efectos adversos que puedan repercutir en las comunidades y ecosistemas que dependen de la cuenca.

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1 OBJETIVO GENERAL**

Determinar y regionalizar los caudales mínimos mediante métodos estadísticos en la cuenca del Magdalena-Cauca, Colombia, para determinar épocas de sequías y su influencia en la cuenca.

### **2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Identificar la totalidad de las estaciones hidrométricas que están ubicadas en la cuenca del Magdalena-Cauca, con datos referentes a caudales mínimos anuales, suministrados por el IDEAM.
- Demostrar la independencia, homogeneidad y estacionaridad de los datos de las series de caudales mínimos de las estaciones seleccionadas mediante pruebas estadísticas.
- Determinar la presencia de puntos extremos superiores e inferiores (outliers) por medio de una prueba estadística para cada una de la series de datos de caudales mínimos en la cuenca Magdalena-Cauca.
- Determinar la distribución de probabilidad que se ajuste mejor para cada una de las series de datos hidrológicos que contienen valores de cero y no cero en la cuenca Magdalena-Cauca.
- Ajustar las funciones de distribución de probabilidad que se adapten mejor a eventos de caudales mínimos con y sin ceros, mediante las Pruebas de Bondad de Ajuste y Error Cuadrático Mínimo.
- Calificar según orden de preferencia y seleccionar las funciones de distribución de probabilidad de mejor ajuste a los datos de las series de caudales mínimos sin ceros en la cuenca Magdalena-Cauca.
- Identificar y delimitar las regiones homogéneas, según la función de distribución de probabilidad de mejor ajuste para cada una de las estaciones seleccionadas, dentro del mapa de la cuenca del Magdalena-Cauca.
- Hallar el nuevo caudal mínimo mediante la relación Caudal mínimo-Área (rendimiento hídrico) para diferentes períodos de retorno con las ecuaciones de regresión para la cuenca Magdalena-Cauca.



### 3. METODOLOGÍA

Para la realización del presente trabajo, seguimos la siguiente metodología:

- Recopilación de la bibliografía concerniente al tema. La información de las estaciones fue obtenida del IDEAM; también, nos ayudamos con textos e información virtual, tanto nacional como extranjera; ya que en la actualidad, en nuestro país, se cuenta con limitados estudios acerca de regionalización de caudales mínimos.
- Obtención de la información de los caudales mínimos de las estaciones que miden los niveles y caudales en la cuenca Magdalena-Cauca. Éstos, con los suficientes años de registro (20 años como mínimo), para el buen desarrollo del estudio hidrológico.
- Análisis de la información, para establecer la confiabilidad de los datos de caudales mínimos sin cero y con cero, registrados en las estaciones hidrométricas analizadas. Se realizaron pruebas estadísticas para comprobar su homogeneidad, estacionaridad e independencia que son las pruebas fundamentales para el ajuste de los datos; tales como: Prueba de Independencia y Estacionaridad WALD-WOLFOWITZ y Prueba de Homogeneidad y Estacionaridad MANN-WHITNEY. También se empleó la prueba de outliers (puntos extremos) de Grubbs y Beck, presentes en las diferentes series de los registros históricos.
- Aplicación de diferentes distribuciones de probabilidad con sus respectivas funciones de densidad. En este estudio, se utilizaron cuatro distribuciones para las series de registros de caudal mínimo sin ceros: Distribución LogNormal 3-parámetros, Pearson 3-parámetros, Gumbel para gastos mínimos (EVI) y finalmente, la distribución Wakeby 5-parámetros; y una distribución total o condicional distribuida lognormalmente, para las series de registros de caudal mínimo con presencia de ceros. Cabe anotar que las distribuciones escogidas son las más usadas para estudios de caudales mínimos en hidrología, más no las únicas, pero si con buenos resultados para la regionalización de caudales mínimos.
- Selección de la distribución de probabilidad de mejor ajuste para cada estación sin registro de ceros, según las pruebas de bondad de ajuste y del Error Cuadrático Mínimo.
- Se establecieron y delimitaron las regiones homogéneas en un mapa cartográfico, proporcionado por el IDEAM, de acuerdo a la asignación de la distribución para cada estación.
- Por último, se determinó la relación Caudal mínimo estimado/Área aferente con sus periodos de retorno asociados (2.33, 5, 10, 25, 50 y 100) y las ecuaciones regionales correspondientes para cada zona homogénea.

## **4. MARCO CONCEPTUAL**

### **4.1 CAUDAL**

El caudal de un río es el volumen de agua que pasa por una sección dada, en un tiempo determinado. Generalmente, se expresa en metros cúbicos por segundo ( $m^3/seg$ ).

En las diferentes corrientes naturales, el comportamiento de los caudales está unido directamente con el comportamiento de las lluvias en el tiempo que cae sobre la cuenca vertiente y con las características propias de la cuenca; entendiéndose por cuenca vertiente al área que drena hacia la corriente natural.

Para realizar un análisis de caudales es necesario especificar el sitio de interés y delimitar la cuenca vertiente, que en este caso es la cuenca Magdalena-Cauca, tomando como información primordial los caudales mínimos instantáneos medidos por el IDEAM.

### **4.2 CAUDALES MÍNIMOS**

Un caudal ecológico es el “caudal mínimo de una corriente para mantener el hábitat y su entorno en buenas condiciones, considerando las necesidades de las poblaciones humanas, animales y vegetales, así como los requerimientos físicos para mantener su estabilidad y cumplir sus funciones tales como la de flujo de dilución, capacidad de conducción de sólidos, recarga de acuíferos, mantenimiento de las características estéticas y paisajísticas del medio. Además, un caudal mínimo es el que debe mantenerse en un curso fluvial al construir una presa, en la captación o derivación, de forma que no se alteren las condiciones naturales del biotopo y se garantice el desarrollo de una vida fluvial igual a la que existía anteriormente”<sup>3</sup>.

En los caudales mínimos son aspectos esenciales: la capacidad de infiltración de los suelos; el análisis de la intensidad, frecuencia y duración de las precipitaciones, así como su distribución espacial; la evapotranspiración de la cuenca; la influencia de la vegetación existente; el tipo de suelo y su estado de humedad; la topografía y el clima, entre otros.

---

<sup>3</sup> Disponible en Internet: [http://www.parquesnacionales.gov.co/tesauroambiental/C/CAUDAL\\_ECOLÓGICO.htm](http://www.parquesnacionales.gov.co/tesauroambiental/C/CAUDAL_ECOLÓGICO.htm)

Los caudales extremos (mínimos y máximos) que se presentan en la cuenca Magdalena-Cauca en las diferentes épocas del año, representan diversas situaciones que exigen realizar un análisis detallado y profundo de su comportamiento en el tiempo.

La Resolución 0865 de 2004 dice:

El caudal mínimo, ecológico o caudal mínimo remanente es el caudal requerido para el sostenimiento del ecosistema, la flora y la fauna de una corriente de agua. Existen diversas metodologías para conocer los caudales ecológicos:

- Hidrológicas. Se basan en el comportamiento de los caudales en los sitios de interés, para lo cual es necesario el conocimiento de series históricas de caudales.
- Hidráulicas. Consideran la conservación del funcionamiento o dinámica del ecosistema fluvial a lo largo de la distribución longitudinal del río, es decir que el caudal de reserva que se deje en los distintos tramos permita que el río siga comportándose como tal.
- Simulación de los hábitats. Estiman el caudal necesario para la supervivencia de una especie en cierto estado de desarrollo.

El Estudio Nacional del Agua (2.000) a partir de curvas de duración de caudales medios diarios, propone como caudal mínimo ecológico, el caudal promedio multianual de mínimo 5 a máximo 10 años que permanece el 97.5% del tiempo y cuyo periodo de recurrencia es de 2.33 años.”<sup>4</sup>

El IDEAM como entidad encargada de la producción y suministro de datos, del seguimiento y manejo de la información en el país, registra y monitorea los caudales mínimos instantáneos conseguidos directamente de las estaciones hidrométricas que operan y que se localizan distribuidamente en el territorio colombiano y ha adoptado como caudal mínimo ecológico, un valor aproximado del 25% del caudal medio mensual multianual más bajo de la corriente en estudio.

#### **4.3 CUENCA HIDROGRÁFICA**

“Recurso hídrico comprendido en un área física geográfica debidamente delimitada, en donde las aguas superficiales y subterráneas vierten a una red

---

<sup>4</sup> Conceptos tomados de la Resolución 865 de 2004 del M.A.V.D.T. Adopción de la metodología para el cálculo de índice de escasez para aguas superficiales, (IES).

natural. También, son territorios bañados por un río y sus afluentes, así como el mismo curso fluvial.

Para efectos de planificación, ordenamiento y gestión ambiental, la cuenca es una unidad de territorio donde las aguas fluyen naturalmente en un sistema interconectado y en el cual interactúan uno o varios elementos biofísicos, socioeconómicos y culturales”<sup>5</sup>.

#### 4.4 PERIODO DE RETORNO

Los picos de valores extremos (mínimos y máximos) no ocurren con un patrón fijo de tiempo y magnitud, los intervalos de tiempo entre valores extremos varían. La definición de periodo de retorno es el promedio de estos intervalos de tiempo, las sequías grandes tienen periodos de retorno grandes y viceversa.

Aparicio nos presenta la siguiente definición: "Cada espacio muestral tiene su propia función de distribución o de densidad de probabilidad, que normalmente no se conoce a priori. Cuando de ese espacio se extrae un grupo de datos (muestra) al azar, es razonable esperar que su función de distribución de probabilidad sea similar a la del espacio completo, en particular si la muestra es grande. Además, lo más razonable que se puede suponer en cuanto a la frecuencia de cada dato del grupo es que esta sea, dentro del espacio muestral, igual a la observada”<sup>6</sup>.

La ecuación mas utilizada en hidrología para determinar el periodo de retorno de una serie de datos de caudales mínimos es:

$$T = \frac{n+1}{m} \quad (4.1)$$

Donde n es el tamaño de la muestra y m es la posición del dato ordenados de mayor a menor. La probabilidad se determina utilizando la siguiente ecuación:

$$F(x) = 1 - \frac{1}{T} \text{ y } F(x) = 1 - P \quad (4.2)$$

Y por lo tanto:

$$P(X \leq x) = 1 - F(x) \quad (4.3)$$

---

<sup>5</sup> Disponible en Internet: [http://www.parquesnacionales.gov.co/tesauroambiental/C/CUENCAS\\_HIDROGRÁFICAS.htm](http://www.parquesnacionales.gov.co/tesauroambiental/C/CUENCAS_HIDROGRÁFICAS.htm)

<sup>6</sup> APARICIO MIJARES, Francisco Javier. Fundamentos de Hidrología de Superficie. México: Editorial Limusa, 1989., p. 120.

Donde  $m$  es la posición del dato ordenado de mayor a menor y  $n$  es el tamaño de la muestra.

También Aparicio nos presenta: “En hidrología, normalmente se prefiere trabajar con periodos de retorno en lugar de probabilidades, pues es un concepto que resulta más claro ya que tiene las mismas unidades (tiempo) que la vida útil de las obras de ingeniería construidas para fines hidrológicos, lo que permite hacer una mejor comparación”<sup>7</sup>.

#### **4.5 SERIES HISTÓRICAS DE CAUDALES MÍNIMOS**

Las series históricas de caudales mínimos son absolutamente necesarias para el estudio. Esta información es recopilada de los registros en las estaciones hidrométricas operadas por el IDEAM en la cuenca Magdalena-Cauca. Los datos utilizados son aquellos que durante un año determinado, presentan el valor más bajo mensual, es decir que, por año se tienen doce datos de caudales, conformando las series anuales de caudales mínimos instantáneos.

Las series de caudales mínimos se utilizan para establecer la capacidad de la fuente de suministro para constituir la demanda.

Para este estudio, se tienen disponibles las series anuales de caudales mínimos de 132 estaciones pre-seleccionadas distribuidas por toda la cuenca Magdalena-Cauca, teniendo como serie mínima 20 años y como serie máxima 33 años.

Cabe anotar que en algunas de estas estaciones se encuentran años sin registro por diferentes motivos tales como, dificultad en el acceso del personal, olvido u omisión en la toma de los datos por parte de los encargados de tal labor, cambio del curso del río y por consiguiente, el no registro o registro de cero en los instrumentos, entre otros. Las series de años en todas las estaciones no es igual debido a la ausencia de registros de caudal en su totalidad en aquellos años o debido al registro de cero en más de seis meses del año; sin embargo, las series de años restantes son representativas para el desarrollo de este estudio.

Una vez obtenidos los caudales mínimos instantáneos, se conforman las “series anuales de caudales mínimos” de cada estación, que son los valores más bajos que se presentan en cada año, como se muestra en la tabla 1.

**Tabla 1. Series Anuales de Caudales Mínimos de la Estación Café Madrid**

---

<sup>7</sup> Ibid., p. 252.

AÑO	ENERO	FEBRE	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOST	SEPTI	OCTUB	NOVIE	DICIE	VR ANUAL
1969	11,6	9,3	5,1	5	14,5	12,6	10,7	11	9,5	16	23,7	15,8	5
1970	11,4	8,7	7,8	7,6	8,4	7,6	8,3	9,9	2	16,8	28,6	20,8	2
1971	19,1	15,5	17	23	39,6	30,2	16,7	14,5	18,6	20,5	20,4	16	14,5
1972	13,2	13,1	12,6	16,6	25,5	22	14	11,3	10	12,8	12,7	8,8	8,8
1973	5,8	4,6	4,2	4	4,4	4,4	5,2	5	11,2	9,6	5,2	4,1	4
1974	7,63	6,82	8,84	12,57	23,8	19	15	13,05	14,75	15,75	19,74	8,9	6,82
1975	7,99	8,34	8,72	6,14	12,86	11,2	10,8	8,56	10,2	14,94	21,12	29,8	6,14
1976	18,9	20	33,8	28,1	47,2	18,9	12,9	10,6	8,8	12,5	13,3	10,6	8,8
1977	7	4,12	3,16	5,08	12,2	14,28	11,16	8,04	7,52	10,12	14,28	7,52	3,16
1978	5,08	5,08	8,04	23,4	17,4	15,32	7	7	8,04	8,56	13,24	9,08	5,08
1979	7	5,08	5,08	14,28	12,72	17,91	9,6	7	15,84	11,68	36,8	19,44	5,08
1980	20,05	17,77	12,29	21,16	16,9	14,23	10,9	10,51	10,36	11,74	12,02	7,81	7,81
1981	9,12	12,41	8,6	8,63	36,01	26,69	15,89	12,32	18,83	16,62	18,94	12,29	8,6
1982	7,81	8,6	7,69	16,17	47,75	27,78	12,39	12,15	11,66	12,15	13,62	10,68	7,69
1983	10,68	6,98	6,98	7,32	14,89	15,14	12,15	11,66	7,32	7,66	6,64	7,32	6,64
1984	5,8	4,5	2,5	3,87	5,4	5,4	5,4	6,2	8,6	11,4	12,6	10,2	2,5
1985	3,77	6,6	5,4	4	2,95	7,8	4,5	4,75	3,75	2,5	9,4	15,64	2,5
1986	10,6	9,4	4,75	7	16,96	19,6	12,6	9	9	17,09	19,73	9	4,75
1987	13,94	12,3	6,69	6,5	8,26	8,26	7,28	7,08	7,48	11,66	22,12	18,38	6,5
1988	19,17	15,38	6,98	9,25	8,93	13,48	13	16,8	21,55	21,55	33,2	17,75	6,98
1989	12,25	8,92	9,45	8,27	9,56	7,34	6,65	7,62	8,11	10,67	6,89	6,65	6,65
1990	5,25	5,02	6	7,63	12,25	13,71	9,63	11,5	10	9,25	12,06	8,44	5,02
1991	5,17	2,48	3,37	4,88	8,24	8,42	5,32	5,1	4,54	5,32	8,27	7,3	2,48
1992	5,55	5,55	5,78	5,55	5,88	5,85	6,74	5,7	5,22	5,13	3,87	1,32	1,32
1993	5,96	6,13	4,24	5,44	8,38	12,84	8,89	6,74	6,68	6,48	10,37	6,65	4,24
1994	6	6	8,1	9,3	18,5	9,8	8,1	8,1	7,4	9	13,9	9,8	6
1995	7,41	5,68	6,69	6,55	9,16	13,18	6,84	7,85	17,79	22,2	11,78	9,79	5,68
1996	9,6	8,95	12,43	8,2	13,62	14,66	14,42	11,88	13,35	18,71	18,98	11,74	8,2
1997	10,13	8,53	7,11	9,87	10,4	15,23	12,55	7,87	7,87	8,79	6,34	7,87	6,34
1998	6,7	6,3	5,4	0	8,8	9,1	5,8	6,9	8,3	15,2	13,8	12,6	5,4
1999	6,3	6,6	5,7	8,5	13,1	7,7	12,4	11,4	12,1	18	16,4	15	5,7

2000	11,47	7,87	8,26	3,81	4,01	7,3	4,16	1,97	3,63	4,81	16,3	11,47	1,97
2001	6,73	4,81	4,5	4,3	4,22	2,79	3,34	2,11	1,7	3,2	1,14	5,56	1,14

Fuente: IDEAM. Datos de la estación Café Madrid. Cuenca Magdalena-Cauca. Fecha Proceso: 28 de Enero de 2005.

#### **4.6 ANÁLISIS DE FRECUENCIA DE CAUDALES MÍNIMOS**

El objetivo principal del análisis de frecuencia de caudales mínimos es relacionar la magnitud de eventos extremos con sus frecuencias de ocurrencia, usando directamente las distribuciones de probabilidad.

La mayor utilidad de los análisis de los gastos mínimos anuales está en el uso del agua y su manejo. Por ejemplo, para el diseño de un sistema de suministro de agua, se debe asegurar el suministro de los caudales requeridos mientras dure la sequía, por lo que se debe conocer de alguna manera, la peor sequía que se presentará en la vida útil del sistema.

Los datos registrados por el IDEAM en las diferentes estaciones de monitoreo de caudales y niveles en la cuenca Magdalena-Cauca, son estudiados en este trabajo por medio de la regionalización de caudales mínimos. Para la regionalización de caudales mínimos es necesario que los datos de las diferentes estaciones cumplan con ciertos requisitos, los cuales permitirán identificar la naturaleza de los mismos. Los requisitos que deben cumplir los datos son pruebas de independencia, homogeneidad y estacionaridad.

En Colombia, las series de registros de datos es demasiado corta y en algunas estaciones, la recolección de los datos no es confiable, lo que representa una limitación en la aplicación del análisis de frecuencia de caudales mínimos en el sitio, obligándonos a acudir a un método que se ajusta mejor a nuestras restricciones. El método a realizar es la regionalización de los caudales mínimos que probablemente, es la forma más factible para mejorar la estimación de periodos de sequías y la caracterización de regiones dentro de la cuenca.

#### **4.7 REGIONALIZACIÓN DE CAUDALES MÍNIMOS**

En este estudio, se emplean métodos estadísticos que permiten la obtención de regiones homogéneas dentro de la cuenca Magdalena-Cauca. En hidrología, se utilizan varias distribuciones de probabilidad para los diferentes estudios hidrológicos, las cuales sirven para determinar si cierta base de datos de una estación hidrométrica se ajusta a una de ellas. Esta metodología consiste en obtener expresiones en función de los parámetros de cada una de las series de datos de las estaciones, por ejemplo, la estimación de la media y la desviación estándar de los caudales mínimos.

Una buena alternativa para obtener las distribuciones de probabilidad es la utilización de los métodos estadísticos para una determinada región, las cuales se ajustan a los valores de las estaciones que se encuentran dentro de la misma.



Cabe citar que si se tiene una gran base de datos, las estimaciones regionales serán mas exactas, pero si por el contrario se tienen muestras pequeñas, pueden dar estimaciones de parámetros irreales, especialmente para distribuciones con un numero grande de parámetros (tres o más).

Las grandes variaciones asociadas con tamaños de muestras pequeñas causan valores irreales y en la práctica, los datos son limitados o en algunos casos están restringidos o no disponibles; por lo tanto, es necesario identificar las estaciones a las cuales se les ajusta una determinada distribución y así finalmente, obtener las regiones homogéneas.

## **5. ASPECTOS GENERALES DE LA CUENCA MAGDALENA-CAUCA**

El estudio IDEAM-CORMAGDALENA nos presenta: “Los ríos Magdalena y Cauca hacen parte del sistema fluvial y extensión de la vertiente del caribe. El Magdalena en su orientación longitudinal a los valles interandinos de las cordilleras Oriental y Central es, en Suramérica, el de mayor longitud entre los ríos interandinos, con una extensión de 1550 Km, desde su nacimiento, a 3600 msnm, hasta su desembocadura, a nivel del mar en Bocas de ceniza”.<sup>8</sup>

El estudio IDEAM-UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA nos muestra:

El ámbito político-administrativo de la cuenca del Río Magdalena está conformado por 726 municipios (69% de los municipios del país), entre los cuales 128 municipios son ribereños, por 18 departamentos, 26 Corporaciones Autónomas Regionales –CAR’s-, 12 Parques Nacionales, todo ello dentro del territorio de la República de Colombia, que alberga la totalidad de la cuenca Magdalena-Cauca. Tal como lo expresa la ley 161 de 1994, para los efectos de planificación y operación de las actividades de la corporación el área de jurisdicción está sectorizada así: Alto Magdalena, desde el nacimiento del río en el Macizo Colombiano hasta el Salto de Honda; Medio Magdalena, desde el salto de Honda hasta el Municipio de Río Viejo – Bolívar; y Bajo Magdalena, desde Río Viejo hasta Barranquilla, siguiendo el cauce principal del Río y hasta Cartagena siguiendo el cauce del Canal del Dique; además establece 4 seccionales en la ciudades ribereñas de Neiva, Honda, Magangué y Barranquilla, y su sede principal en Barrancabermeja, cada una de ellas con jurisdicción sobre un conjunto de municipios”.<sup>9</sup>

### **5.1 DELIMITACION DEL AREA DE ESTUDIO**

Desde el punto de vista geográfico, el área de estudio se localiza en la parte alta, media y baja de la cuenca Magdalena-Cauca con un área total de 257.440 km<sup>2</sup>, que representan el 22.8% del territorio colombiano: 17.3% corresponden al río Magdalena y 5.5% al río Cauca, desde el nacimiento hasta la desembocadura de las dos corrientes principales. Se encuentra entre los 1° y 11° de latitud norte y 73° y 77° de longitud oeste.

---

<sup>8</sup> IDEAM-CORMAGDALENA. Convenio 003 de 1999. Resumen Ejecutivo de Estudio Ambiental de la Cuenca Magdalena-Cauca y Elementos para su ordenamiento territorial. Bogotá, D.C., noviembre de 2001.

<sup>9</sup> CORMAGDALENA-UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA. Convenio interadministrativo No. 000055. Unidad Técnica POMIM-Primera Fase. Facultad de Ciencias Humanas. Documento final de síntesis de caracterización de la cuenca del río grande de La Magdalena. Bogotá D.C., Febrero de 2002.

La cuenca limita en el sur con los departamentos de Caquetá y Nariño; al occidente, limita con los departamentos del Valle, Chocó, Antioquia, Córdoba y Sucre; al oriente, limita con los departamentos del Meta, Cundinamarca, Boyacá, Santander y Norte de Santander; y finalmente, al norte limita con los departamentos de la Guajira y Magdalena, hasta el mar Caribe, lugar donde desemboca el río Magdalena. En la figura 1, se muestra la localización del área de estudio.

**Figura 1. Localización del Área de Estudio**

## 5.2 SITUACION GEOGRAFICA<sup>10</sup>

El río Magdalena recorre 1540 km desde su nacimiento en el páramo de las Papas a 3.685 msnm en el Macizo Colombiano, desciende rápidamente con una pendiente promedio de 14m/km hasta algo más de 500 msnm en Neiva, apenas a 200 km del nacimiento, y corre con una pendiente muy suave hasta su desembocadura en Bocas de Cenizas en el mar Caribe. Recibe 43 tributarios de segundo orden, y alcanza en promedio un caudal de 7.100 m<sup>3</sup>/s antes de la separación del Canal del Dique.

El río Cauca nace en el Macizo Colombiano, páramo de Sotará, en el departamento del Cauca, a los 2° 00' de latitud Norte y 76° 34' de longitud Oeste, desciende hasta cerca de 1000 msnm en Cali, formando el Valle de 200 km de largo, y desciende encañonado hasta cerca a su desembocadura en el río Magdalena, donde se amplía en un extenso cono deltáico en la depresión Momposina, donde forma una gran cubeta (La Mojana) con numerosas ciénagas y zonas pantanosas. Desemboca a la altura del municipio de Pinillos, departamento de Bolívar, tiene una longitud total de 1180 Km, un área de 59.840 km<sup>2</sup> y un caudal promedio de 2275 m<sup>3</sup>/s. Su curso se halla encauzado entre las cordilleras Central y Occidental, al igual que el río Magdalena sigue una dirección Sur Norte y drena superficies de los departamentos de Cauca, Valle del Cauca, Quindío, Risaralda, Caldas, Antioquía, Sucre y Bolívar. El río Cauca aporta el 32% del caudal total de la cuenca.

La cuenca tiene una pendiente media alta 302 m/km, mayor a la de la cuenca del río Magdalena, lo que refleja una mayor tasa de erosión, debido a las altas pendientes.

---

<sup>10</sup> Ibid., p. 27

### 5.3 ASPECTOS POBLACIONALES<sup>11</sup>

La cuenca Magdalena-Cauca no solo es importante por su hidrogeología, su área, su rendimiento hídrico, etc, sino también por que posee los asentamientos de mayor área y población en el país con las mayores concentraciones en las principales ciudades de Colombia: Cali, Bogotá, Medellín y Barranquilla. Así mismo la cuenca concentra la mayor parte de las vías, aeropuertos, puertos marítimos y fluviales e instalaciones ferroviarias del país.

Según el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), en 1993 en la cuenca Magdalena-Cauca existían 5.996 asentamientos de diversa índole, 733 municipios conformados por el mismo número de cabeceras municipales, 1.340 corregimientos, 2.377 inspecciones de policía, 1.358 caseríos y 186 asentamientos sin definir su condición.

En ellos habitaban para el año 2.000, 33.6 millones de personas, con una distribución de 25.8 millones (77%) en las cabeceras municipales y 7.7 millones de personas (23%) en el resto.

La cuenca Magdalena-Cauca albergaba según proyecciones del DANE al año 2.000, una población total de 33'582.984 habitantes en 296.638 Km<sup>2</sup> de superficie municipal. Presenta entonces, una densidad territorial promedio de 113.2 hab/Km<sup>2</sup>, superior en 3.46 veces al promedio nacional de 32.7 hab/Km<sup>2</sup> para este mismo año.

La superficie total destinada a la actividad agrícola en el área de la cuenca se estima en 2'542.000 hectáreas, aproximadamente el 9.3% del área de la cuenca. Contrasta con esto el área de actividad pecuaria representada por un área cubierta en pastos de 13'734.286 hectáreas. La cuenca es en consecuencia, el área de mayor diversidad biológica, social, cultural y económica en un país considerado uno de los más biodiversos del planeta.

La cuenca Magdalena-Cauca atraviesa todo el país de sur a norte y cubre un amplio territorio que equivale al 24% del país. Con una oferta del 10% del sistema hidrológico de Colombia; la cuenca Magdalena-Cauca es la base sobre la cual se desarrolla el 70% de la población, que a su vez produce el 85% del PIB.

---

<sup>11</sup> IDEAM-CORMAGDALENA. Estudio Ambiental de la Cuenca Magdalena-Cauca y elementos para su Ordenamiento Territorial. Bogotá, D. C., noviembre de 2001. Tomo: Aspectos Poblacionales.

## **6. DIVISORIA DE CUENCAS Y CARACTERÍSTICAS FISIAGRÁFICAS DE LA CUENCA MAGDALENA-CAUCA**

### **6.1 DIVISION DE LA CUENCA**

Como se mencionó anteriormente, la cuenca Magdalena-Cauca tiene una gran extensión a lo largo y ancho del territorio colombiano, por lo que es necesario trabajar con base en la divisoria de cuencas que tienen el IDEAM y CORMAGDALENA en sus estudios, y así llevar a cabo el trabajo de caudales mínimos. En la figura 2, se muestra la divisoria de la cuenca Magdalena-Cauca.

**Figura 2. Divisoria de la cuenca Magdalena-Cauca**

## 6.2 FISIOGRAFIA GENERAL DE LA CUENCA

Martínez Díaz nos presenta: “La cuenca Magdalena-Cauca tiene una de las mayores diversidades en recursos naturales, en ella confluyen tanto ecosistemas lénticos como bosques de niebla, bosques primarios, xerofíticos, pantanos, sabanas y páramos. Esta gran diversidad sistémica señala una amplia oferta ambiental de recursos. La cuenca posee todos los pisos térmicos.

La cuenca tiene una fisiografía predominantemente andina con alturas que van desde los 0 msnm hasta altitudes superiores a los 4500 msnm. Esto explica su gran capacidad de escurrimiento en un área relativamente limitada. Así mismo su fisiografía y su clima proporcionan las claves de su asentamiento concentrado en cuatro ciudades principales: Cali, Medellín, Bogotá y Barranquilla”<sup>12</sup>.

**6.2.1 El Río Magdalena.**<sup>13</sup> El río forma un valle asimétrico alargado, con dirección Sur - Norte, tiene un área total de 257,440 km<sup>2</sup>, que equivale al 23 % de la superficie total del país, allí se localizan 722 municipios y se asienta más del 80 % de la población colombiana, vierte sus aguas a través de dos bocas en el mar Caribe después de recorrer 1540 km con un caudal medido en Calamar, antes de la bifurcación, del orden de los 7100 m<sup>3</sup>/s.

La pendiente del curso del río esta dada por las siguientes alturas en metros sobre el nivel del mar: En su nacimiento 3,685, en Neiva 472, en Girardot 326, en Honda 229, en Puerto Berrio 126, en Barrancabermeja 71, en El Banco 33, en Calamar 15 y en Bocas de ceniza 0; es decir que hasta Neiva la pendiente es de 14.5 m/km, esta parte de la cuenca tiene características de pendiente media alta, los caudales presentan un régimen torrencial y se concentran rápidamente en el cauce principal, los cuales son amortiguados en el embalse de Betania.

La pendiente media del cauce es alta y la densidad de drenaje es relativamente media. Los rendimientos hídricos varían de una cuenca a otra, sin permitir identificar un patrón promedio. A partir de Neiva la pendiente media es de 0.35 m/km hasta su desembocadura; indica que en esta parte de la cuenca, los caudales presentan una tendencia amortiguada, consecuentemente, las velocidades disminuyen y los procesos de erosión se reducen, por lo cual, se presentan incrementos en las depositaciones de sedimentos; en periodos lluviosos el cauce principal alimenta las partes bajas y las ciénagas.

---

<sup>12</sup> MARTINEZ DÍAZ, Daniel Francisco. Identificación de modelos estadísticos para la regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de Grado (ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria. Área de Hidrología.

<sup>13</sup> IDEAM-CORMAGDALENA. Macrozonificación de la Cuenca Magdalena-Cauca, p. 27-30.

**6.2.1.1 Cuenca del Alto Magdalena.** En su trayecto inicial el río Magdalena recorre el sector comprendido entre la bifurcación de las cordilleras Central y Oriental, con una dirección Oeste - Este, a partir del municipio de Garzón toma la dirección Norte, la cual conserva hasta su desembocadura. Esta unidad morfométrica de comportamiento hidrológico homogéneo general, está limitada por el área comprendida desde el nacimiento del río en el Macizo Colombiano, hasta la población de Honda.

El río tiene hasta este sitio (Honda) una longitud de 565 Km., un área de 55,441 Km<sup>2</sup>., y un caudal promedio 1,385 m<sup>3</sup>/s medido en la estación de Arrancaplumas. En la parte alta de cuenca, desde su nacimiento hasta la confluencia con el río Yaguará, se encuentra que el drenaje natural de la cuenca oscila con valores medios alrededor (0.50) y las características fisiográficas de las cuencas que la conforman de segundo a cuarto orden son muy similares, presentan pendientes medias con un valor promedio de 125 m/Km, y de forma pseudo-ovalada.

Las condiciones naturales del drenaje del río Magdalena se ven alteradas seriamente a partir de la regulación que ejerce el embalse de Betania, sin embargo, esta regulación permite manejar en alguna medida los caudales pico. Aguas abajo, recibe directamente, seis cursos naturales, los ríos Neiva, Bache, Villavieja, Aipe, Pata y Cabrera; estas cuencas presentan una densidad de drenaje de media a alta con valores desde 0.65 hasta 1.10.

Entre los cuerpos de agua más importantes en este sector de la cuenca sobresalen las Lagunas La Magdalena, El Juncal, Fúquene y Suesca y los embalses de Betania, Prado, Muña, Tominé, Sisga y Neusa. Se localizan importantes ciudades y puertos fluviales como Neiva, Purificación, Girardot, Ambalema y Honda. Entre sus afluentes más importantes están los ríos Suaza, Páez, Yaguará, Neiva, Ceibas, Bache, Cabrera, Prado, Saldaña, Sumapaz, Coello, Bogotá, Totaré y Gualí.

**6.2.1.2 Cuenca Medio Magdalena.** Se establece desde la ciudad de Honda, hasta aguas arriba de la confluencia del río Cesar en el municipio de El Banco, departamento del Magdalena; donde el río lleva un recorrido de 1,107 Km., la cuenca de drenaje con un área de 161,292 km<sup>2</sup> y un caudal promedio registrado en la estación el Banco de 4,224 m<sup>3</sup>/s.

En esta zona, se localizan un gran número de ciénagas, que se forman por la dinámica fluvial y las geoformas de la zona plana, convirtiéndose en áreas de amortiguamiento que dependiendo de los caudales del río, actúan como afluentes o efluentes; entre los puertos fluviales se encuentran: Puerto Salgar, Puerto Boyacá, Puerto Berrio, Barrancabermeja, Puerto Wilches, Gamarra, La Gloria y Tamalameque.



Los cuerpos de agua más importantes son: los embalses, La Miel, El Peñol, Guatapé, San Carlos y las ciénagas de Marañoal, Palagua, Opón, San Juan, San Silvestre, Paredes, Barbacoas, Las Lajas, Doncellas, Simití y Zapatosa. Son sus afluentes más importantes los ríos La Miel, Negro, Nare, San Bartolomé, Carare, Opón, Sogamoso, Cimitarra, Simití - Boque y Lebrija.

**6.2.1.3 Cuenca del Bajo Magdalena.** Comprende desde la confluencia del río Cesar en el municipio de El Banco, hasta su desembocadura en el mar Caribe, registra una longitud total de 1,540 Km., un área de drenaje de 266,541 km<sup>2</sup> y un caudal promedio de 7,100 m<sup>3</sup>/s, en Calamar.

En esta parte de la cuenca del río Magdalena, se encuentra la depresión Momposina, el área más anegadiza del país, debido a la acentuada red fluvial, principalmente ciénagas, caños y arroyos, y por la bifurcación del río Magdalena que forma los Brazos de Loba y Mompós, éstos se vuelven a unir al Sur de Tacamocha. Aguas abajo, a la altura de Calamar se encuentra el Canal del Dique, construido desde la época de la colonia, el cual desemboca en el mar Caribe al Sur de Cartagena.

Las principales ciénagas que hacen parte de esta densa red hidrográfica son: Chilloa, La Cuba, Iguana, Malibú, Zarate, Sapayan, Cerro de San Antonio, Pivijay, María la Baja, La Virgen y el Totumo, también se localiza el embalse de El Guájaro que alimenta el distrito de riego el Limón. En esta parte de la cuenca se localizan entre otros los siguientes puertos fluviales Barranco de Loba, Pinillos, Magangué, Mompós, San Zenón, Plato, Calamar y Barranquilla.

El río Magdalena es navegable, por pequeñas embarcaciones desde la Ciudad de Neiva, hasta Honda; eventualmente por embarcaciones de mayor calado hasta Puerto Berrio y por embarcaciones grandes hasta su desembocadura al mar Caribe, tanto por el canal principal del río como por el canal del Dique.

**6.2.2 El Río Cauca.**<sup>14</sup> El Río Cauca se caracteriza por tener una forma rectangular. Esta característica fisiográfica representa, la relación entre el perímetro con la longitud del círculo asociado a la cuenca, le permite evaluar y estimar diferentes tiempos de concentración de las crecidas a lo largo de la cuenca, con lo cual, es posible establecer medidas de control y prevención por posibles eventos de inundación.

Cuenta con 18,862 km<sup>2</sup> de cubrimiento con bosques que equivale al 32% del área de la cuenca el río Cauca; lo cual refleja ser una cuenca mejor regulada, en especial, en la parte media y alta, por generar los rendimientos mínimos mayores y por la densidad de drenaje menor que en la cuenca del río Magdalena, lo cual le permite un mejor control en los caudales máximos como en las crecidas y la duración total de avenidas.

---

<sup>14</sup> Ibid., p. 30-31.

**6.2.2.1 Cuenca del Alto Cauca.** En su tramo inicial el río Cauca recorre territorios de los departamentos del Cauca y Valle del Cauca, drena un valle interandino formado entre las cordilleras Occidental y Central. Se consideró Alto Cauca hasta el municipio de la Virginia, el río Cauca hasta este sitio tiene una longitud de 531 km, un área de 22800 km<sup>2</sup>, y un caudal medio de 532 m<sup>3</sup>/s, medido en la estación de la Virginia, en este sector de la cuenca se localizan importantes ciudades como Popayán, Cali, La Victoria y La Virginia.

El embalse de la Salvajina es el principal cuerpo de agua que se localiza en esta parte de la cuenca. Los principales afluentes son los ríos: Negro, Piedras, Hondo, Sucio, Palacé, Piendamó, Ovejas, Timba, Jamundí, Palo, Fraile, Guadalajara, Amaime, Tulúa, Bugalagrande, La Vieja, y Risaralda.

En esta parte de la cuenca, desde su nacimiento hasta la confluencia con el río Risaralda, el drenaje natural oscila con un valor promedio 0.55 Km/km<sup>2</sup>, es decir que es una cuenca medianamente drenada en donde la mayoría de las corrientes drenan desde el flanco occidental de la cordillera central. La pendiente media de la cuenca es de 149 m/km, corresponde a una pendiente alta, principalmente, desde su nacimiento hasta la desembocadura del río Palo; tiene una forma rectangular, característica de las cuencas que presentan un desigual tiempo de concentración de la escorrentía.

**6.2.2.2 Cuenca Medio Cauca.** El medio Cauca se considero desde La Virginia hasta Puerto Valdivia, departamento de Antioquia; donde el río lleva un recorrido de 905 Km y la cuenca tiene una área de drenaje de 37,966 Km<sup>2</sup> y un caudal promedio registrado en la estación puerto Valdivia de 1,184 m<sup>3</sup>/s.

Este sector, se caracteriza por la escasez de lagunas, ciénagas y embalses, dada las condiciones fisiográficas de la cuenca, localizándose las lagunas de Otún en el parque natural de los Nevados, en el departamento de Risaralda y la ciénaga El Cedral en Buga, departamento del Valle.

Sus afluentes más importantes son los ríos: Otún, chinchiná, Arma, San Juan, San Andrés e Ituango.

**6.2.2.3 Cuenca Bajo Cauca.** Comprende a partir de puerto Valdivia hasta su desembocadura en el río Magdalena en el brazo Barranco Loba, registra una longitud total 230 Km, un área de drenaje 9,077 km<sup>2</sup> y un caudal promedio de 2,364 m<sup>3</sup>/s, registrado en tres cruces, departamento de Bolívar. En esta parte de la cuenca se presenta el área más anegadiza del río Cauca, debido al gran número de ciénagas, arroyos y caños que permite conjuntamente con el río San Jorge alimentar la región de la Mojana.

La red de drenaje es 0.45 km/km<sup>2</sup>, corresponde a un valor bajo y tributan sus aguas los ríos Tarazá y Man por su margen izquierda; el río Nechí por la margen derecha, es el principal afluente de esta parte de la cuenca del río

Cauca y que a partir de la confluencia de éste alimenta las ciénagas de la Raya, Grande, Caribona, la Cruz y el Sector de la Mojana. En esta parte de la cuenca se localizan entre otros los puertos fluviales de Caucasia, Nechí, Guaranda y Achí; el río Cauca es navegable para pequeñas embarcaciones desde Valdivia hasta Caucasia; y a partir de este último puerto fluvial, por embarcaciones de mayor calado hasta la desembocadura en el río Magdalena.

El régimen natural del drenaje del río Cauca se altera a partir de la regulación que ejerce el embalse de La Salvajina, esta regulación permite manejar en alguna medida los caudales pico. La densidad de drenaje oscila alrededor de  $0.48 \text{ km/km}^2$ , corresponde a una cuenca con características bajas de drenaje y se acentúa a medida que desciende el curso del río.

## **7. HIDROLOGIA Y RECURSOS HIDRICOS**

Además de todos los aspectos importantes de la cuenca Magdalena-Cauca mencionados anteriormente, no se puede dejar de mencionar la hidrología y los recursos hídricos que posee. “El conocimiento e interpretación de los procesos hidrológicos y del estado, dinámica, tendencias y condiciones de sostenibilidad del recurso, tienen como marco los flujos, almacenamientos y balances que forman parte del ciclo hidrológico y la alteración tanto por procesos naturales y eventos extremos, como por actividades humanas y cambios climáticos.”<sup>15</sup>

Considerando que en la Cuenca se desarrolla una intensa actividad social y económica, se debe evaluar la presión por el uso del recurso hídrico contra la oferta, lo que permitiría establecer indicadores de sostenibilidad hídrica que simplifiquen, cuantifiquen, analicen y comuniquen a las personas responsables con la planificación, quienes serían las encargadas de dar las prioridades a las actividades que tienen que ver con el uso y manejo del agua.

“En la evaluación de los recursos hídricos se considera tanto la oferta superficial como la subterránea, definiéndose como oferta hídrica superficial la cantidad de agua que discurre por la superficie de la tierra o se encuentra almacenada especialmente en los estados sólido y líquido. La oferta hídrica subterránea, como complemento de la superficial, fluye y se encuentra almacenada en el subsuelo, en capas acuíferas de tipo confinado, libre o semiconfinado”<sup>16</sup>.

### **7.1. CICLO HIDROLÓGICO EN LA CUENCA MAGDALENA-CAUCA<sup>17</sup>**

Los factores físico-geográficos determinantes en los procesos hidrológicos y en la disponibilidad del recurso hídrico en la Cuenca, tienen directa relación con la localización geográfica del país y con las características morfométricas, fisiográficas e hidrológicas del área de estudio, los cuales influyen en los diferentes factores de drenaje y en las variaciones del régimen hidrológico superficial y subterráneo.

Las características fisiográficas y geomorfológicas que influyen directamente en el régimen hídrico, hacen referencia en particular al área de drenaje y a la elevación media de la cuenca. Con el aumento del área se captan mayores volúmenes de precipitación y consecuentemente mayores caudales; pero el rendimiento hídrico (volumen de agua por unidad de superficie) baja a medida que el área se va incrementando.

---

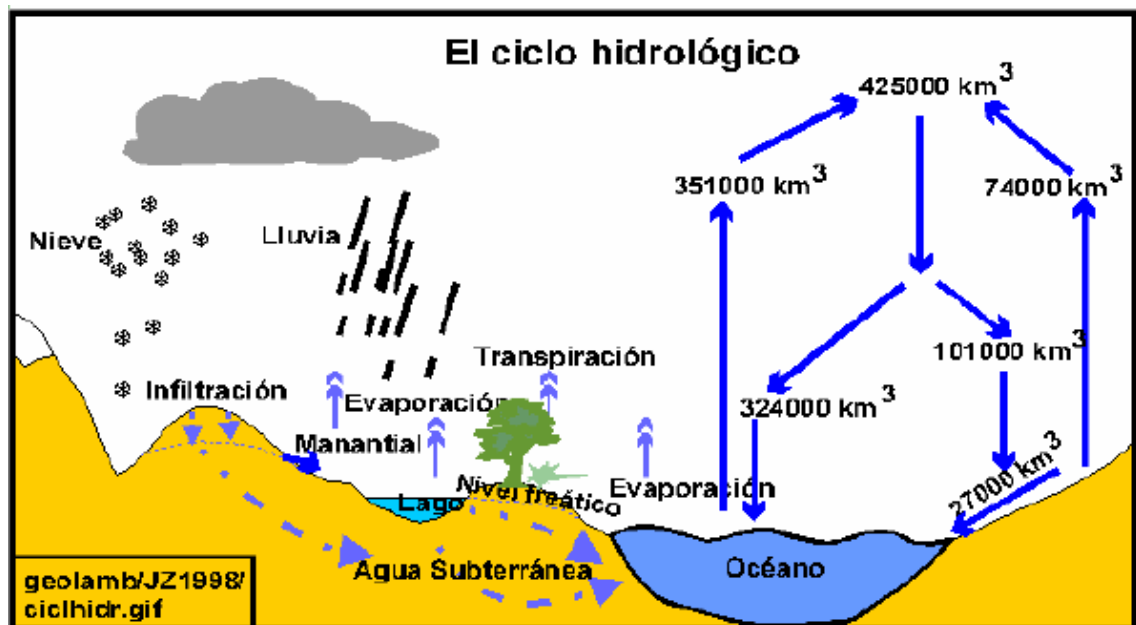
<sup>15</sup> IDEAM-CORMAGDALENA, Resumen ejecutivo de Estudio ambiental de la cuenca Magdalena-Cauca y elementos para su ordenamiento territorial, Op. Cit., p. 32.

<sup>16</sup> Ibid., p. 41.

<sup>17</sup> MARTINEZ DÍAZ, Op. cit., p. 35.

Los parámetros hidrogeológicos que determinan las variaciones espaciales y temporales del recurso hídrico subterráneo, hacen referencia a las características geológicas e hidráulicas de las unidades acuíferas que incluyen su geometría o extensión, su espesor y parámetros hidráulicos de estas, tales como la transmisibilidad, porosidad y el gradiente hidráulico. La figura 3, se muestra el ciclo hidrológico.

**Figura 3. Ciclo Hidrológico**



Fuente: <http://www.cnpmi.org/html/archivos/Ponencias/Ponencias-ID72>. TOBÓN M., Olga Lucía. Módulo I. Generalidades del Agua.

## 7.2 BALANCE HIDRICO REGIONAL DE LA CUENCA<sup>18</sup>

A partir de la cuantificación de la oferta de agua con base en el balance hídrico, se determinan los volúmenes de agua por escorrentía asociada a los rendimientos hídricos (producción de agua por unidad de área) y de los acumulados de drenajes aguas arriba de las diferentes unidades de análisis en la cuenca Magdalena-Cauca. También se establece el índice de aridez o escasez<sup>19</sup>, que representa la demanda de agua que ejercen en su conjunto las actividades económicas y sociales para su uso y aprovechamiento frente a la oferta hídrica disponible (neta).

<sup>18</sup> IDEAM-CORMAGDALENA. Macrozonificación de la cuenca Magdalena-Cauca, Op. cit., p.32.

<sup>19</sup> Concepto tomado de la Resolución 865 de 2004 del M.A.V.D.T.

El conocimiento del caudal del río, su confiabilidad y extensión de la serie del registro histórico son variables que pueden influir en la estimación de la oferta hídrica superficial.

Cuando existe información histórica confiable de los caudales con series extensas, el caudal medio anual del río es la oferta hídrica de esa cuenca.

La Resolución 0865 de 2004 nos presenta:

La estimación de la oferta hídrica para un espacio y periodo específico tiene como base el ciclo hidrológico modelado mediante el balance hídrico el cual determina la disponibilidad del agua en cada una de las fases: precipitación, evapotranspiración real, infiltración y escorrentía.

El balance hídrico es considerado un buen método para estimar con un margen de error pequeño el caudal medio anual en diferentes regiones de Colombia. Esta metodología se aplica en cuencas con áreas de drenaje mayores, instrumentadas y con información confiable.

La base física del balance hidrológico es la formulación de las ecuaciones de conservación de masa para volúmenes de control o unidades hidrográficas determinadas. Expresa la equivalencia entre los aportes de agua que entran al volumen de control y la cantidad de agua que sale considerando además las variaciones internas en el almacenamiento de humedad ocurridas durante un periodo de tiempo determinado.<sup>20</sup>

A propósito del Balance Hídrico, Martínez Díaz dice:

Para el estudio del balance hídrico de la cuenca, se tuvo en cuenta la información hidrológica y meteorológica originada de la red de estaciones hidrometeorológicas del IDEAM y de otras entidades públicas y privadas para el periodo de 1974-1998. De esta forma se contó con 220 hidrológicas, 992 pluviométricas y 307 meteorológicas, además de estudios específicos realizados en dichas áreas que han servido tanto de información de control como de tendencia, especialmente en zonas poco instrumentadas.

En la tabla 2, se presentan los valores característicos para los diferentes sistemas hidrográficos representativos dentro de la gran cuenca como son: área, precipitación, escorrentía, rendimiento, evapotranspiración real, evapotranspiración potencial, índice de aridez y coeficiente de escorrentía tomado como relación entre el escurrimiento y la precipitación.

---

<sup>20</sup> Resolución 865 de 2004 del M.A.V.D.T. Adopción de la metodología para el cálculo de índice de escasez para aguas superficiales, (IES).

**Tabla 2. Datos del Balance Hídrico Cuenca Magdalena-Cauca**

Áreas Hidrográficas	Área Km <sup>2</sup>	P (mm)	Esc (mm)	q (L/s/Km <sup>2</sup> )	ETR (mm)	ETP (mm)	Índice Aridez	Coefficiente Escorrentía
Alto Magdalena	55937	1535	901	29	639	1253	0.49	0.59
Medio Magdalena	83514	2185	1259	40	926	1328	0.30	0.58
Bajo Magdalena	43360	1632	702	22	930	1570	0.41	0.43
Alto Cauca	22364	1870	1073	34	796	1233	0.35	0.57
Medio Cauca	19029	2708	1507	48	1201	1214	0.01	0.56
Bajo Cauca	18840	3477	1815	58	1663	1812	0.10	0.52

Fuente: MARTINEZ DÍAZ, Daniel F. Identificación de modelos estadísticos para la Regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de grado (Ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.

**P:** Precipitación media (mm)

**Esc:** Escorrentía media (mm)

**q:** Rendimiento (L/s/Km<sup>2</sup>)

**ETR:** Evapotranspiración real (mm)

**ETP:** Evapotranspiración potencial (mm)

### 7.3 AGUAS SUPERFICIALES DE LA CUENCA MAGDALENA-CAUCA

En la cuenca se presentan diferentes procesos hidrológicos como también la actuación del régimen hidrológico propio de las subcuencas de drenaje. Se considera la identificación de subcuencas hasta de quinto orden y mayores de 500 km<sup>2</sup>. Se parte del concepto de cuenca hidrográfica como aquella área superficial que drena sus aguas, sedimentos y los materiales disueltos hacia una corriente en un punto común, rodeada por una frontera o divisoria de aguas.<sup>21</sup>

El IDEAM-CORMAGDALENA nos presenta:

A lo largo de los cursos de los ríos Magdalena y Cauca reciben el caudal de numerosas corrientes de ríos, quebradas arroyos y caños, que se han clasificado teniendo en cuenta un orden hidrográfico. El río Magdalena es la corriente principal y le corresponde el orden uno (1), sus afluentes directos orden dos (2), los que tributan a estos orden tres (3) y así sucesivamente hasta el orden cinco (5). La cuenca Magdalena-Cuenca esta integrada por 42 corrientes de segundo orden, 74 de tercer orden, 30 de cuarto orden y solamente cinco de quinto orden, para un total de 151 cuencas.

<sup>21</sup> MARTINEZ DÍAZ, Op. cit., p. 37.

Entre los tributarios más importantes desde el punto de vista del caudal que vierte y del tamaño de la cuenca, tenemos: por la margen izquierda, los ríos Páez, Yaguará, Bache, Saldaña, Coello, Totaré, Gualí, La Miel, Nare, San Bartolomé, Cimitarra, Simití, Cauca y San Jorge; por la margen derecha aportan sus aguas los ríos Suaza, Neiva, Cabrera, Prado, Sumapaz, Bogotá, Negro, Carare, Opón, Sogamoso, Lebrija y Cesar. En el medio y bajo Magdalena se localizan un gran número de ciénagas como las de Chilloa, Simití, Zapatosa y la grande de Santa Marta. Esta densa red hidrográfica baña los departamentos de Cauca, Valle del Cauca, Quindío, Risaralda, Caldas, Huila, Tolima, Cundinamarca, Boyacá, Antioquia, Santander, Norte de Santander, Cesar, Córdoba, Sucre, Bolívar, Atlántico, Magdalena y Guajira.

Es importante resaltar que de los 43 tributarios de segundo orden, 28 tienen áreas mayores a 1000 km<sup>2</sup> y dentro de éstos el río Cauca aporta aproximadamente un 32% del caudal total del río Magdalena, en Bocas de Ceniza”<sup>22</sup>.

Hacen parte de la cuenca Magdalena-Cauca un sinnúmero de almacenamientos superficiales como ciénagas, embalses, lagunas y pantanos con funciones importantes de regulación del régimen hidrológico.

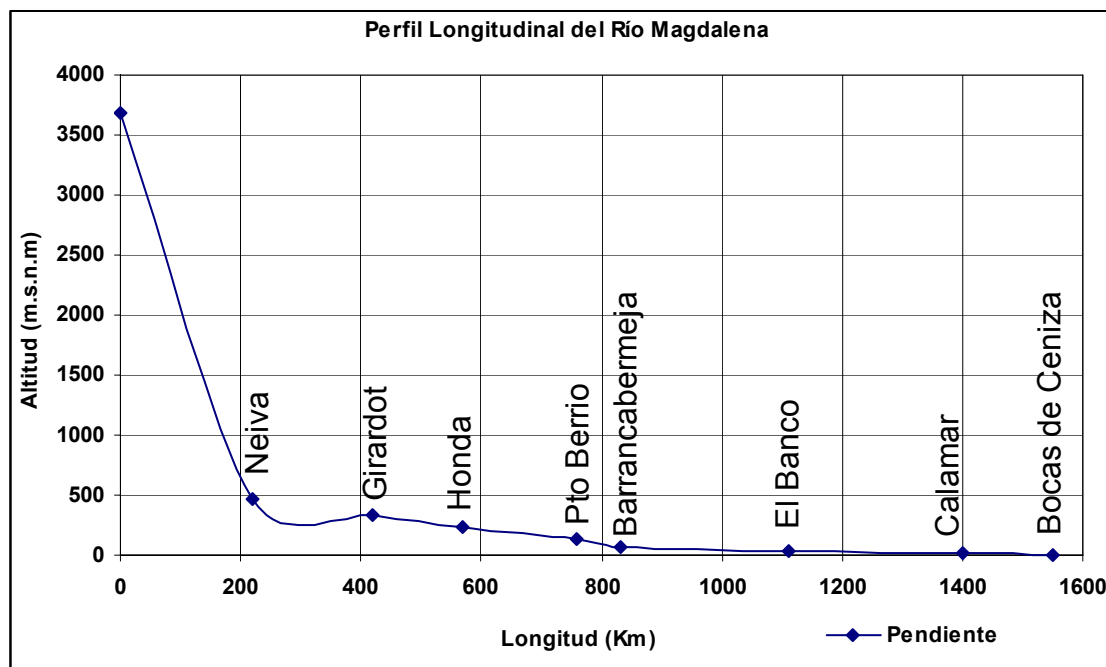
**7.3.1 Río Magdalena.** En la figura 4, se muestra el perfil longitudinal del Río Magdalena.

---

<sup>22</sup> IDEAM-CORMAGDALENA. Macrozonificación de la Cuenca Magdalena-Cauca, Op. cit., p. 28.



**Figura 4. Perfil Longitudinal Río Magdalena**



Fuente: MARTINEZ DÍAZ, Daniel F. Identificación de modelos estadísticos para la Regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de grado (Ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.

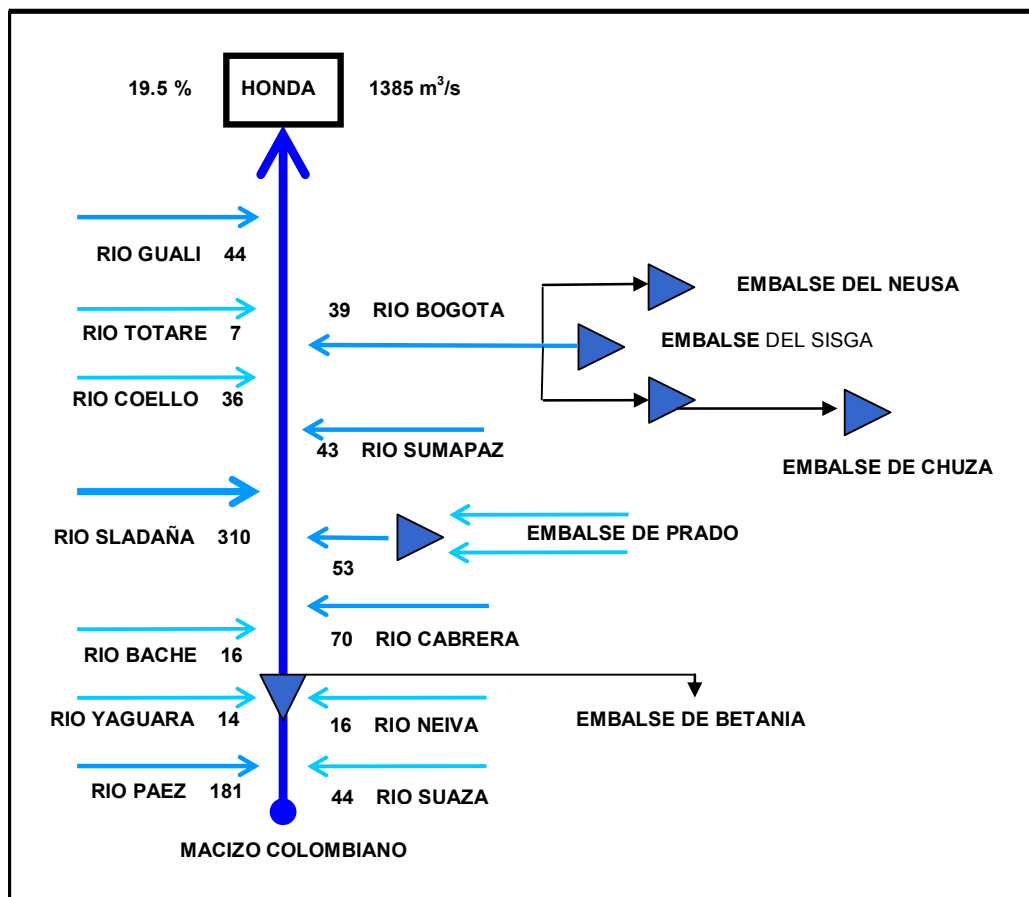
**7.3.1.1 Alto Magdalena.**<sup>23</sup> La estación hidrológica de Arrancaplumas (Honda), se considera representativa del Alto Magdalena, por cuanto aparece allí concentrado todo su drenaje. Para tal efecto, el IDEAM realizó un análisis de frecuencias de caudales extremos a fin de definir los caudales mínimos y máximos que aquí se retoma con el siguiente resultado:

“El valor característico de la curva de duración para los caudales mínimos es de 500 m<sup>3</sup>/s (97.26%) y el caudal mínimo medio de la serie observada corresponde a 430 m<sup>3</sup>/s. Esto indica que la cuenca garantiza un caudal igual o superior durante todo el año de 500 m<sup>3</sup>/s, mientras que el caudal mínimo promedio diario, correspondiente a una serie histórica de 60 años, presenta un período de retorno de 5 años, permitiendo establecer que el comportamiento hídrico de la cuenca es muy estable y no tiene grandes variaciones en los aportes mínimos”.

En la figura 5, se muestran los caudales promedio del Alto Magdalena en (m<sup>3</sup>/s).

<sup>23</sup> Ibid., p. 35-38

**Figura 5. Caudales Promedio Alto Magdalena (m<sup>3</sup>/s)**

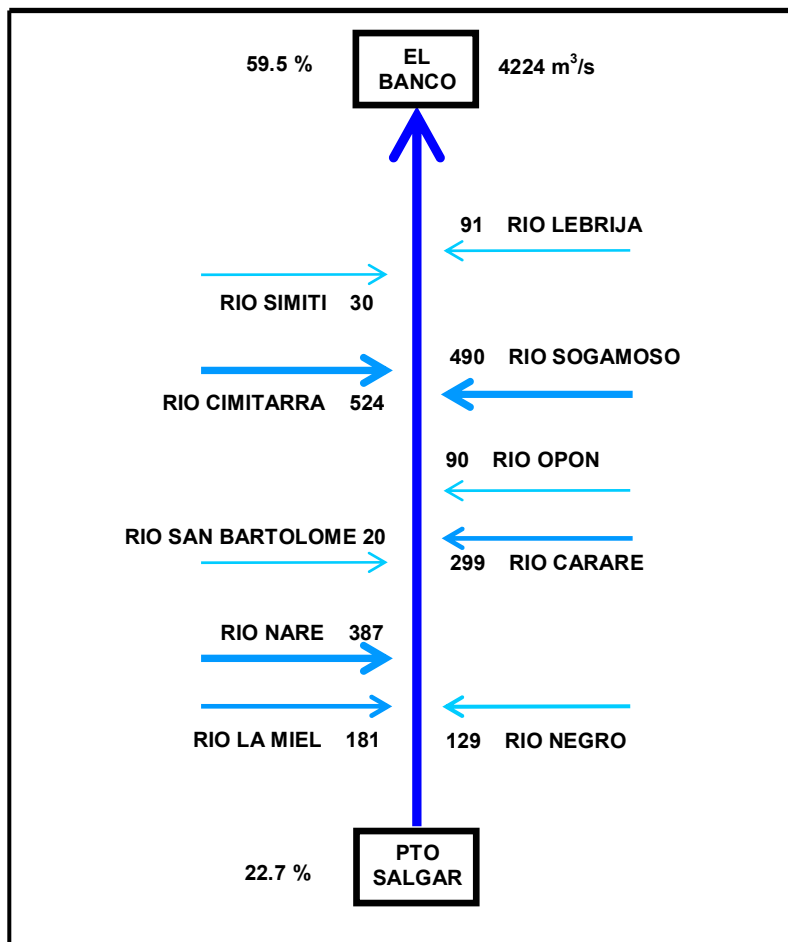


Fuente: MARTINEZ DÍAZ, Daniel F. Identificación de modelos estadísticos para la Regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de grado (Ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.

**7.3.1.2 Medio Magdalena.** La curva de duración de la estación Puerto Berrío, elaborada por el IDEAM, es tomada como representativa para la zona del Medio Magdalena e indica que el caudal mínimo característico es de 1000 m<sup>3</sup>/s y el mínimo promedio diario de la serie 770 m<sup>3</sup>/s. Por tanto, se garantiza durante todo el año caudales iguales o mayores de 1000 m<sup>3</sup>/s y se espera que una vez en 20 años se produzca un valor equivalente al caudal mínimo de la serie.

En la figura 6, se muestran los caudales promedio del Medio Magdalena en (m<sup>3</sup>/s).

**Figura 6. Caudales Promedio Medio Magdalena ( $\text{m}^3/\text{s}$ )**



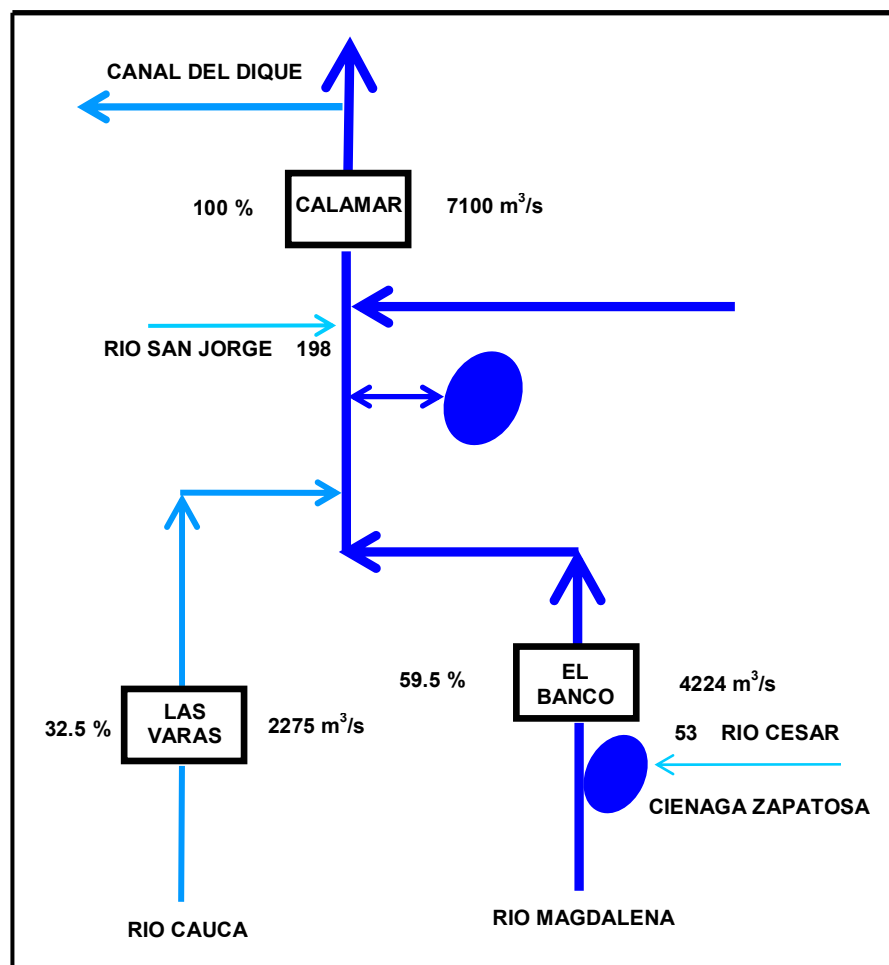
Fuente: MARTINEZ DÍAZ, Daniel F. Identificación de modelos estadísticos para la Regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de grado (Ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.

**7.3.1.3 Bajo Magdalena.** El régimen hidrológico del bajo Magdalena se caracteriza por registrar dos épocas de aportes significativos que van desfasadas con respecto al régimen natural del clima. Este fenómeno se debe al amortiguamiento que las ciénagas ejercen sobre las ondas de crecidas de los ríos y a la precipitación local; lo cual permite que la evacuación se presente con un tiempo de retardo a las condiciones húmedas normales de las cuencas medias y altas.

El río en el Bajo Magdalena, está caracterizado por el sistema cenagoso, presenta un valor mínimo característico de 1650  $\text{m}^3/\text{s}$  en la estación El Banco y como dato mínimo durante todo el período de registro histórico 1400  $\text{m}^3/\text{s}$ .

En esta zona el aporte del río garantiza durante todo el año un caudal igual o superior de 1650 m<sup>3</sup>/s y se espera, de acuerdo con el análisis de frecuencia, que los 1400 m<sup>3</sup>/s observados en épocas de máxima sequía se presente una vez en 5 años. En la figura 7, se muestran los caudales promedio del Bajo Magdalena en (m<sup>3</sup>/s).

**Figura 7. Caudales Promedio Bajo Magdalena (m<sup>3</sup>/s)**



Fuente: MARTINEZ DÍAZ, Daniel F. Identificación de modelos estadísticos para la Regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de grado (Ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.

La variación espacial y temporal de los rendimientos a lo largo del río Magdalena permite establecer una tendencia descendente, en la parte del nacimiento alcanza los 83 l/s.km<sup>2</sup>, va disminuyendo en forma progresiva hasta la ciudad de Honda con un valor de 25 l/s.km<sup>2</sup>.

Este comportamiento se debe a que el río atraviesa zonas semiáridas con el complejo suelo-vegetación disturbado profundamente, esto no permite una mejor regulación hídrica natural.

**7.3.2 Río Cauca<sup>24</sup>.** El río Cauca se constituye en el principal afluente del Magdalena; tiene en su recorrido una forma rectangular; su cuenca abarca 18.862 km<sup>2</sup> con una cobertura de bosques equivalente al 32% del área; ello contribuye a tener una mejor regulación hídrica en la parte media y alta; por lo general los rendimientos mínimos producidos en esta región son menores que los que se registran en la cuenca del río Magdalena; esto obedece, en parte a que la densidad de drenajes es menor en la cuenca del río Cauca.

La cuenca del río Cauca tiene una pendiente media alta de 151 m/km, mayor a la de la cuenca del río Magdalena, con una tasa mayor de erosión, debido a las altas pendientes y la menor cobertura vegetal en este sector.

Su curso se halla encauzado entre las cordilleras Central y Occidental, en dirección Sur-Norte y drena las cuencas de los territorios de Cauca, valle del Cauca, Quindío, Risaralda, Caldas, Antioquia, Córdoba, Sucre y Bolívar.

El río Cauca recibe los afluentes de Palacé, Sucio, Ovejas, Palo, Tulúa, La Vieja, Risaralda, Otún, Chinchiná, Tapias, Arma, San Juan, Tarazá, Man y Nechí.

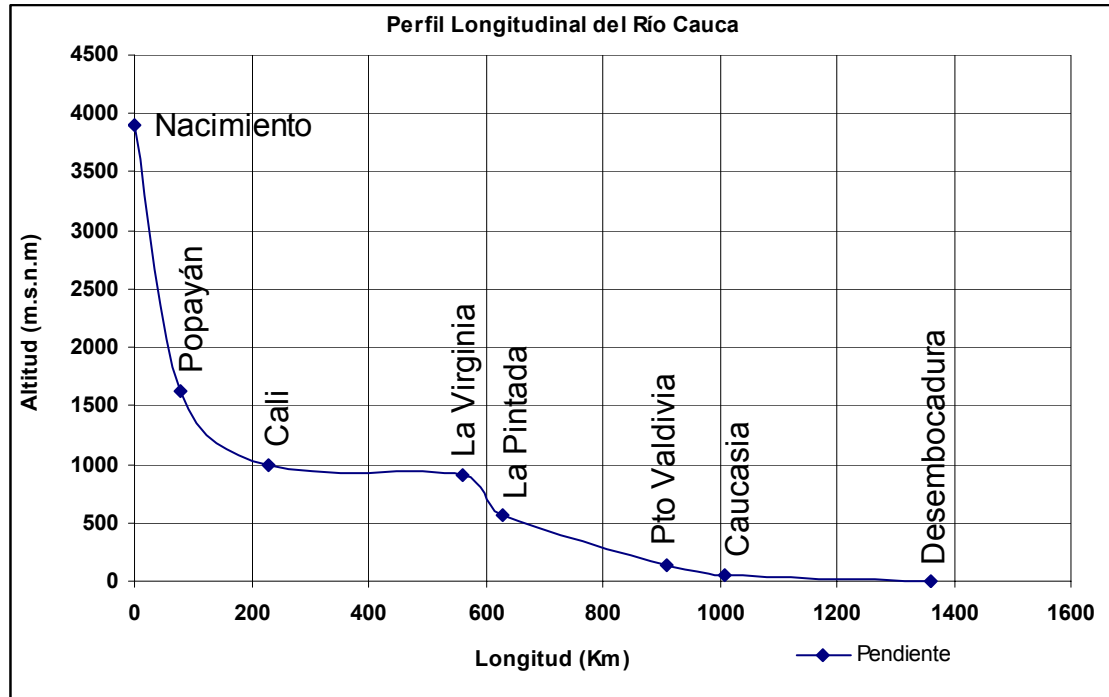
Las cuencas mayores de 500 km<sup>2</sup> que tributan al río Cauca son veintidós (22) de orden tres; cinco de orden cuatro y tres de quinto orden.

Los almacenamientos más importantes en esta cuenca son: las lagunas de Otún y Canoas. Las ciénagas son: El Cedral, San Lorenzo, Grande, La Raya y La Mojana. En la figura 8, se muestra el perfil longitudinal del río Cauca.

---

<sup>24</sup> Ibid., p. 30-31.

**Figura 8. Perfil Longitudinal Río Cauca**



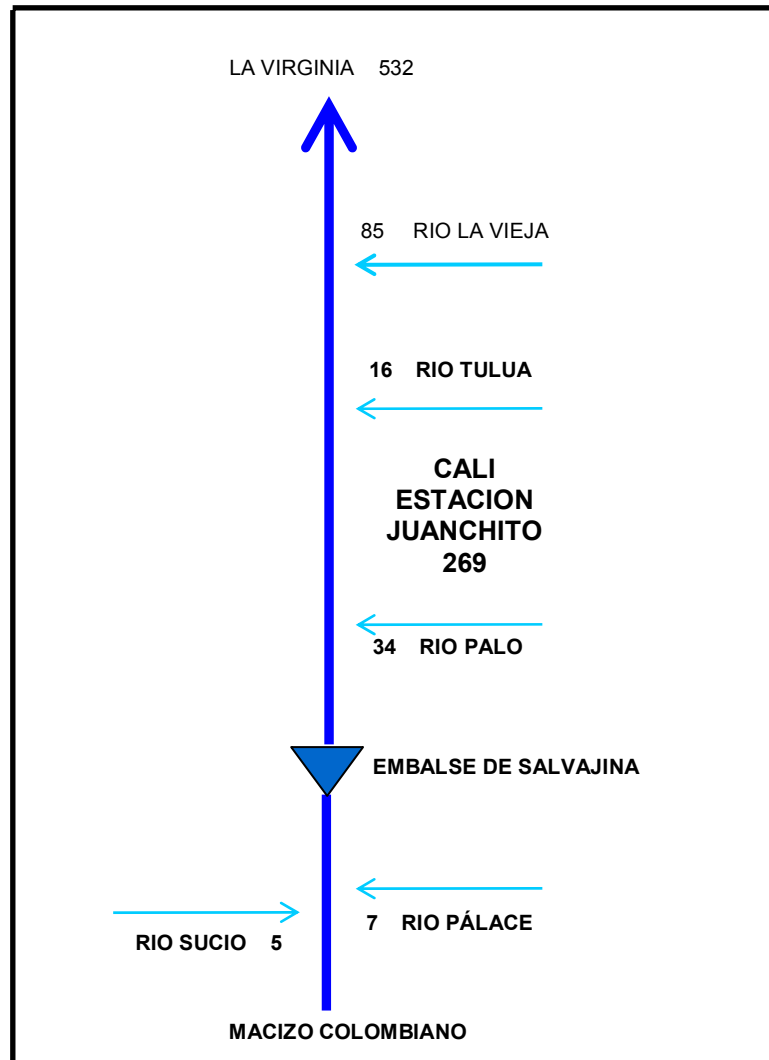
Fuente: MARTINEZ DÍAZ, Daniel F. Identificación de modelos estadísticos para la regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de grado (Ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.

**7.3.2.1 Alto Cauca<sup>25</sup>.** La estación hidrológica La Virginia, situada en la población del mismo nombre, y ubicada en la salida de la cuenca, se considera como representativa del río a la altura de este sitio de la cuenca. Con la información de ésta, se realizó el análisis de frecuencias para los caudales extremos a fin de definir los caudales mínimos y máximos, que la cuenca puede garantizar como aporte durante todo el año y la recurrencia de los valores extremos que han sido registrados durante el período observado.

El valor característico de la curva de duración elaborada por el IDEAM, para los caudales mínimos corresponde a 160 m<sup>3</sup>/s y el caudal mínimo medio de la serie es de 125 m<sup>3</sup>/s. Esto indica que la cuenca puede garantizar un caudal igual o superior de 160 m<sup>3</sup>/s durante todo el año, mientras que el caudal mínimo promedio diario, correspondiente a la serie histórica de 60 años, presenta un período de retorno de 5 años. Como en el Alto Magdalena, el comportamiento hídrico de la cuenca es muy estable y no tiene grandes variaciones en los aportes mínimos. En la figura 9, se muestran los caudales promedio en el Alto Cauca en m<sup>3</sup>/s.

<sup>25</sup> Ibid., p. 38-41.

**Figura 9. Caudales Promedio Alto Cauca ( $\text{m}^3/\text{s}$ )**



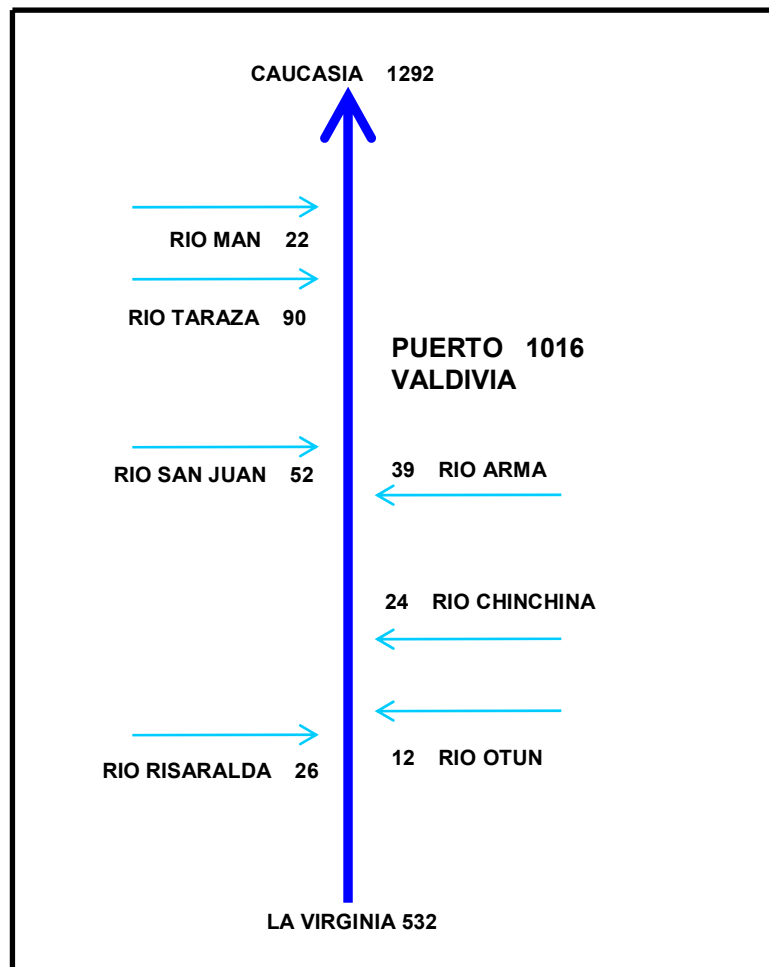
Fuente: MARTINEZ DÍAZ, Daniel F. Identificación de modelos estadísticos para la Regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de grado (Ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.

**7.3.2.2 Medio Cauca.** La cuenca media del río Cauca caracterizada por una gran pendiente y de ríos de alta torrencialidad, se enmarca entre las poblaciones de La Virginia (Risaralda) y Caucasia (Antioquia), con un área de 19000  $\text{km}^2$  aproximadamente.

La curva de duración de la estación Bolombolo, elaborada por el IDEAM, fué tomada como representativa del río Cauca en esta zona e indica que el caudal mínimo característico es de 345  $\text{m}^3/\text{s}$  y el mínimo promedio diario de la serie de años observados es de 256  $\text{m}^3/\text{s}$ .

Por tanto, se garantiza durante todo el año caudales iguales o mayores de 345 m<sup>3</sup>/s y se espera que uno en 5 años se produzca una reducción equivalente al caudal mínimo de la serie. En la figura 10, se muestran los caudales promedio del Medio Cauca en (m<sup>3</sup>/s).

**Figura 10. Caudales Promedio Medio Cauca (m<sup>3</sup>/s)**



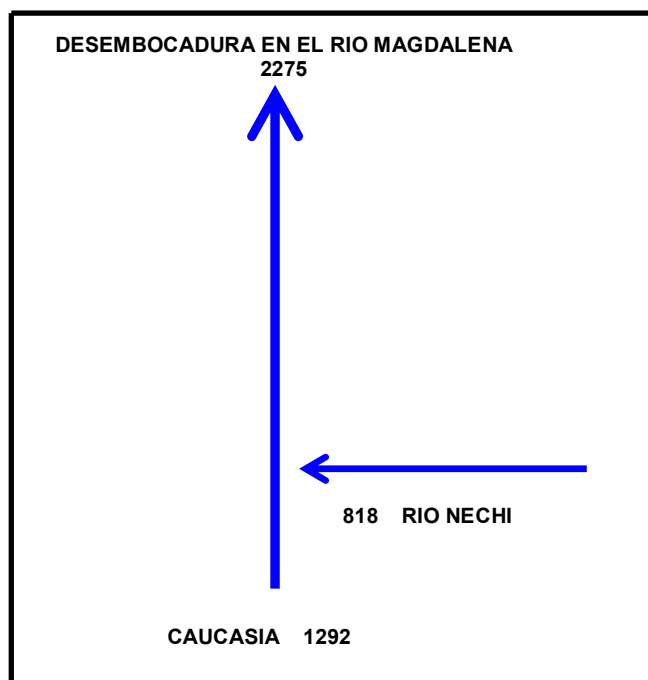
Fuente: MARTINEZ DÍAZ, Daniel F. Identificación de modelos estadísticos para la Regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de grado (Ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.

**7.3.2.3 Bajo Cauca.** El Bajo Cauca igualmente con características cenagosas presenta un valor mínimo característico, leído en la curva de duración de 900 m<sup>3</sup>/s en la estación Las Varas y como dato mínimo durante todo el período de registro histórico 645 m<sup>3</sup>/s. En esta zona el aporte del río garantiza durante todo el año caudales iguales o superiores de 900 m<sup>3</sup>/s, y se espera, de acuerdo con el análisis de frecuencia del IDEAM, que los 645 m<sup>3</sup>/s observados en épocas de



máxima sequía se presente una vez en 10 años. En la figura 11, se muestran los caudales promedio del Bajo Cauca en (m<sup>3</sup>/s).

**Figura 11. Caudales Promedio Bajo Cauca (m<sup>3</sup>/s)**



Fuente: MARTINEZ DÍAZ, Daniel F. Identificación de modelos estadísticos para la Regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de grado (Ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.

#### **7.4 AGUAS SUBTERRANEAS EN LA CUENCA MAGADLENA-CAUCA<sup>26</sup>**

Los estudios de exploración y evaluación de aguas subterráneas en Colombia han permitido producir un Mapa Hidrogeológico a escala 1:2'500.000 (Ingeominas, 1989), donde se sectoriza el país en seis provincias hidrogeológicas denominadas: Andina-Vertiente Atlántica, Costera-Vertiente Atlántica, Costera-Vertiente Pacífica, Amazonas, Orinoco y Escudo Septentrional.

En la cuenca Magdalena-Cauca los almacenamientos de aguas subterráneas se localizan en las provincias Andina-Vertiente Atlántica y Costera-Vertiente Atlántica; en ellas se presentan áreas agrupadas con características geológicas, geomorfológicas, e hidrogeológicas semejantes.

---

<sup>26</sup> Ibid., p. 42-45.

Estas provincias pueden coincidir en algunos casos con las divisorias de las 150 cuencas hidrográficas mayores de 500 km<sup>2</sup> definidas en la misma, sin embargo, algunas de ellas obedecen a controles estructurales de cuencas geológicas que definen la distribución y geometría de las unidades acuíferas de gran importancia hidrogeológica al igual que las zonas de recarga, tránsito y descarga de flujos subsuperficiales y subterráneos a nivel regional.

El tipo de porosidad y grado de permeabilidad de las diversas formaciones geológicas pertenecientes a las Provincias Hidrogeológicas Andina-Vertiente Atlántica y Costera-Vertiente Atlántica corresponden a tres categorías hidrogeológicas:

**7.4.1 Sedimentos y rocas con porosidad primaria de interés hidrogeológico.** En la cuenca Magdalena-Cauca los sedimentos y rocas con porosidad primaria de interés hidrogeológico están representados por sedimentos cuaternarios depositados en todo tipo de ambiente continental, por materiales piroclásticos cuaternarios en regiones próximas a volcanes y rocas sedimentarias de ambiente continental y transicional depositadas en diferentes épocas del Terciario.

En esta categoría hidrogeológica se han diferenciado tres tipos de unidades acuíferas:

❖ **Unidades acuíferas continuas de extensión regional con aguas de buena calidad química.** Incluyen los sedimentos no consolidados (Qc) y unidades rocosas sedimentarias del terciario poco cementadas (Tc), las cuales presentan una permeabilidad de alta a moderada y buena porosidad efectiva.

❖ **Unidades acuíferas locales de extensión variable con agua de buena calidad química.** Agrupan sedimentos con permeabilidad de moderada a baja; excepto para sedimentos de la región costera donde el agua es salobre.

❖ **Unidades acuíferas locales de extensión variable con agua de regular calidad química.** Representadas por rocas sedimentarias poco cementadas (Tc y Tc1) y rocas sedimentarias piroclásticas (Qpri) las cuales presentan una permeabilidad de moderada a baja y agua de regular calidad química.

**7.4.2 Rocas con porosidad primaria y secundaria de interés hidrogeológico.** En la cuenca Magdalena-Cauca las rocas con porosidad primaria y secundaria de interés hidrogeológico están representadas por rocas sedimentarias bien cementadas, de ambiente marino y continental, depositadas desde finales del Jurásico hasta el principio del Terciario y por rocas metamórficas del Paleozoico con aporte volcánico y porosidad secundaria por fracturamiento y disolución.

En esta categoría hidrogeológica se han diferenciado a su vez tipos de unidades acuíferas que corresponden a:

❖ **Unidades acuíferas de extensión regional con aguas generalmente de buena calidad química.** Se forman en rocas de ambiente transicional depositados durante el Cretáceo Inferior y Superior, las cuales presentan una permeabilidad alta o moderada (K1).

❖ **Unidades acuíferas locales de extensión variable con aguas de regular calidad química.** Almacenadas en rocas de ambiente transicional depositadas durante el Cretáceo Medio que presentan una permeabilidad de moderada a baja (K2), rocas sedimentarias terciarias de ambiente marino (To) y rocas sedimentarias de ambiente continental depositadas a finales del Jurásico y comienzos del Cretáceo con baja permeabilidad (JKsc).

En las rocas metamórficas del Paleozoico (PZMv) que limitan los focos volcánicos se encuentran asociados aguas termales de mala calidad.

**7.4.3 Sedimentos y rocas con porosidad primaria y secundaria sin interés hidrogeológico.** En la cuenca Magdalena-Cauca se han agrupado unidades roca-sedimentos que por su composición litológica tienen una naturaleza impermeable, en esta categoría hidrogeológica se han diferenciado a su vez dos divisiones que corresponden a:

❖ Depósitos cuaternarios representados esencialmente por flujos basálticos intercalados y por flujos de lodo (Kso, K, Pzs).

❖ Rocas volcánicas piroclásticas, muy compactas de edad terciaria, como plutonitas de edad terciaria hasta el Precámbrico y por rocas metamórficas cretácicas, paleozoicas y precámbricas con o sin aporte volcánico (Tpr, Tp, Kprb, Kv, KM, Kp, JKvi, TRpa, Pz, PZM y PEM).

A continuación, la tabla 3 de la Oferta Hídrica Subterránea en la Cuenca Magdalena-Cauca y en la tabla 4, se muestran las características de acuíferos y captaciones de agua subterránea en la Cuenca Magdalena-Cauca.

**Tabla 3. Oferta Hídrica Subterránea en la Cuenca Magdalena-Cauca**

Tabla Oferta hídrica subterránea en la cuenca Magdalena Cauca

Sub-Cuenca	Extensión KM²	Recursos Dinámicos Mm³/Año	Reservas Estáticas M³/Año	Oferta Total Año Mm³/Año
Río Cesar	30000	506	-	506
Valle Inferior del Magdalena	32000	89	1945	2034
Región del Canal del Dique	6500	7.5	-	7.5
Valle Alto del río Magdalena	10000	190	7000	7190
Río Cauca	4600	3000	-	3000
Valle Medio del río Magdalena	26000	205	-	205
Sabana de Bogotá	4300	560	-	560
Altiplano Cundiboyacense	76000	1110	-	1110
TOTAL	189400	5667.5	8945	14612.5

Fuente: INGEOMINAS, 1997

Tomado de: IDEAM-CORMAGDALENA. Macrozonificación de la cuenca Magdalena-Cauca. p. 47.

**Tabla 4. Características de acuíferos y captaciones de agua subterránea en la Cuenca Magdalena-Cauca.**

Tabla Características de acuíferos y captaciones de agua subterránea en la cuenca Magdalena Cauca.

Area	Tipo de Acuífero	Espesor (m)	Profundidad Nivel Agua (m)	Profundidad Promedio Pozos (m)	Caudal Medio de Pozos (Litro/Seg.)	Calidad del Agua
Cuenca del río Cesar	Libre	110	2-5	40-120	10-50	Dulce
Valle Inferior del Magdalena	Libre	150-300	5-8	60-100	5-80	Dulce
Canal del Dique	Libre y confinado	40-100	10	200	5-10	Dulce
Valle Alto del Magdalena	Libre y semiconfinado	100-500	5-15	60-120	15-80	Moderada- mente dulce
Cuenca río Cauca	Semiconfinado y confinado	100-250	5	100-200	30-130	Dulce
Valle medio río Magdalena	Libre	150	6	80-120	30-130	Dulce
Sabana de Bogotá	Libre y confinado	150-300	10-35	50-500	1-50	Dulce
Altiplano Cundiboyacense	Libre y confinado	100-500	10-25	100-250	5-30	Dulce

Fuente: INGEOMINAS, 1997

Tomado de: IDEAM-CORMAGDALENA. Macrozonificación de la cuenca Magdalena-Cauca. p. 45.

## 8. CLIMATOLOGÍA<sup>27</sup>

El clima de una localidad es el estado medio de los fenómenos meteorológicos durante un período largo de tiempo. Está determinado por factores como la precipitación, la temperatura, humedad, viento, evaporación, brillo solar, etc.

El clima incide directamente en todos los aspectos de la vida vegetal, animal y humana. Por tanto, determina en alto grado el tipo de vegetación, de suelo y por supuesto su uso. El IDEAM cuenta con la información climatológica esencial para determinar el comportamiento de los caudales mínimos en la cuenca Magdalena-Cauca como también la información cartográfica.

La cuenca de los ríos Magdalena-Cauca presenta una gran diversidad climática motivada por su extensión y compleja orografía. Esta diversidad ha sido de gran importancia en la distribución de los recursos hídricos, de la navegación, de la población y de las actividades económicas que se desarrollan en la cuenca.

### 8.1 GENERALIDADES DEL CLIMA DEL AREA DE ESTUDIO

El clima de un área dada depende de varios factores: globales, regionales y locales. Los factores globales están determinados por la circulación atmosférica global generada por el calentamiento diferencial de la corteza terrestre, predominando en la zona ecuatorial fenómenos típicos como la Zona de Confluencia Intertropical, la presencia de los vientos alisios y de las masas de aire húmedas provenientes del Brasil. Las condiciones generadas por estos fenómenos regionales típicos, son periódicamente modificadas por anomalías climáticas conocidas en el continente suramericano como fenómenos del Niño y La Niña. A continuación se describen algunas de las características generales del fenómeno El Niño, que influye en la variación espacial y temporal del clima en la cuenca Magdalena-Cauca.

**8.1.1 Características generales del Fenómeno El Niño.**<sup>28</sup> El Niño es el término originalmente usado para describir la aparición de aguas superficiales relativamente más cálidas, normalmente en el Pacífico tropical central y oriental, frente a las costas del norte de Perú, Ecuador y sur de Colombia. Este calentamiento de la superficie del Océano Pacífico cubre grandes extensiones

---

<sup>27</sup> MARTINEZ DÍAZ, Op. cit., p. 41.

<sup>28</sup> INSTITUTO DE HIDROLOGÍA, METEOROLOGÍA Y ESTUDIOS AMBIENTALES, IDEAM. Efectos Naturales y Socioeconómicos del Fenómeno El Niño en Colombia. Bogotá, D. C., marzo de 2002. p. 7-54. <http://www.ideam.gov.co/fenomenonino/DOCUMENTOELNINO.pdf>.

y por su magnitud afecta el clima en diferentes regiones del planeta, entre ellas, el norte de Sudamérica, donde está situado el territorio colombiano.

Este calentamiento de la superficie del Océano Pacífico tropical oriental y central, durante los fenómenos de El Niño observados, tiene un promedio de duración de doce (12) meses; sin embargo, han sido registrados fenómenos muy cortos, con duración de siete (7) meses (1946), y eventos prolongados hasta de veintiocho (28) meses (1939-1942). El calentamiento del océano relacionado con el fenómeno El Niño es recurrente, aunque no periódico y, en términos generales, se presenta entre cada dos (2) y cada siete (7) años.

La intensidad de un fenómeno de El Niño depende de la magnitud de las anomalías y del área cubierta por las mismas. Esta intensidad, aunque influye, es diferente de la magnitud del efecto climático y del impacto producido por el fenómeno en las actividades humanas. El efecto climático depende de la época del año en que se presenta el fenómeno y el impacto socioeconómico está más relacionado con la vulnerabilidad de las diferentes regiones del país y de los sectores de la actividad nacional.

En el pasado ocurrieron fenómenos de El Niño con diferentes intensidades. Así, por ejemplo, el fenómeno El Niño de 1982 - 1983 se considera muy fuerte, los de 1957 - 1958, 1965 - 1966, 1972 - 1973 y 1991 - 1992, fuertes y los de 1976 - 1978 y 1986 - 1987, moderados. No obstante, el efecto climático y el impacto socioeconómico de estos fenómenos no estuvieron acordes con su intensidad.

**8.1.1.1 Efecto climático sobre el territorio colombiano.** Mediante el análisis de la información histórica, se ha establecido que, en el país, el fenómeno El Niño afecta principalmente la temperatura del aire y la precipitación. Se ha hecho evidente el incremento de la temperatura del aire durante las horas del día en la Región Pacífica, en los valles interandinos y en la Costa Atlántica; también se ha podido determinar que durante la ocurrencia del fenómeno, se presenta una tendencia a la disminución significativa de la temperatura del aire en horas de la madrugada, con lo cual se propicia el desarrollo de heladas en los altiplanos.

En los períodos de permanencia del fenómeno El Niño, las temperaturas medias mensuales en la mayor parte del territorio nacional registran valores entre 1.0 y 2.0°C por encima de lo normal; en la región Pacífica pueden alcanzar valores superiores a lo normal en 2 °C o más.

La afectación del régimen de lluvias por el fenómeno El Niño no sigue un patrón común, ni ha sido el mismo durante la ocurrencia de los 10 últimos eventos documentados; por el contrario, es diferencial a lo largo y ancho del territorio nacional.

En términos generales, se ha podido identificar que, cuando se presenta el fenómeno, hay déficit en los volúmenes de precipitación en las regiones Andina, Caribe y en la parte norte de la Región Pacífica. No obstante, estas deficiencias son más notables en algunas áreas. En contraste con la situación anterior, generalmente durante fenómenos El Niño, las lluvias son más abundantes de lo tradicional en el sur de la Región Pacífica colombiana, en la vertiente oriental de la cordillera oriental y en algunos sectores de la Amazonía.

En las regiones Caribe y Andina, con excepción del Magdalena Medio, se presenta una reducción (volúmenes de precipitación mermados en un 20% o más) de las lluvias acumuladas durante el período de permanencia del fenómeno. Dentro de estas regiones, el departamento de la Guajira, el norte del departamento del Cesar, algunos municipios de los departamentos de Atlántico, Bolívar, Sucre, Córdoba, Santanderes y del altiplano Cundiboyacense, se presentan reducciones bastante acentuadas (volúmenes de precipitación menores en el 60% o más) de las lluvias.

Otro efecto climático asociado con el fenómeno El Niño es el incremento de la cantidad de radiación solar, brillo solar y de ultravioleta en las regiones Andina y Caribe lo cual está asociado con el predominio de tiempo seco en estas regiones.

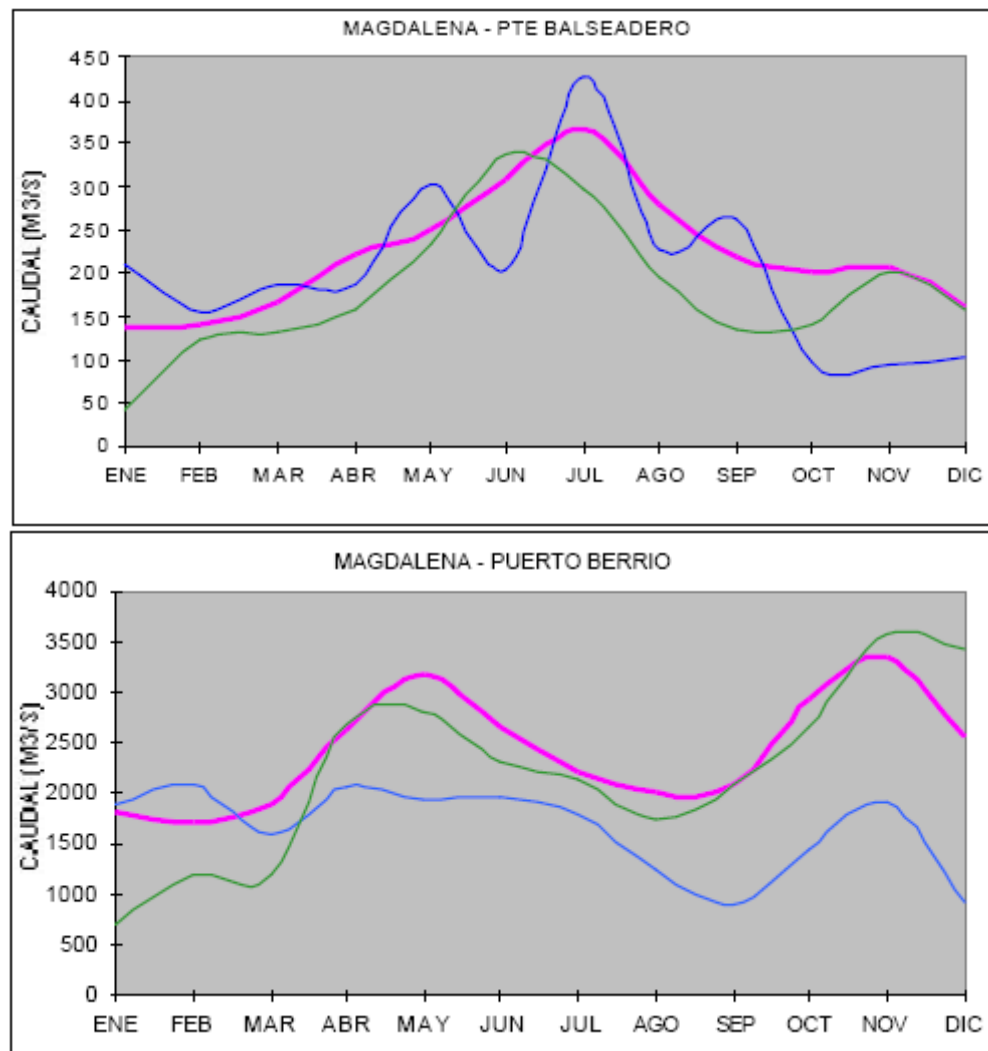
**8.1.1.2 Efectos sobre el ciclo hidrológico y la oferta hídrica.** Los cambios en el régimen de lluvias y en el de evaporación relacionados con los fenómenos El Niño, hasta ahora registrados, han traído como consecuencia alteraciones en los procesos naturales que conforman el ciclo hidrológico y han afectado la dinámica y la distribución, en el espacio y en el tiempo, de la oferta hídrica en las diferentes regiones del país, tanto en términos de cantidad, como de calidad.

La condición más crítica para la modelación de caudales mínimos sería la presencia de los datos provenientes de eventos El Niño en las series de registros históricos monitoreados por el IDEAM.

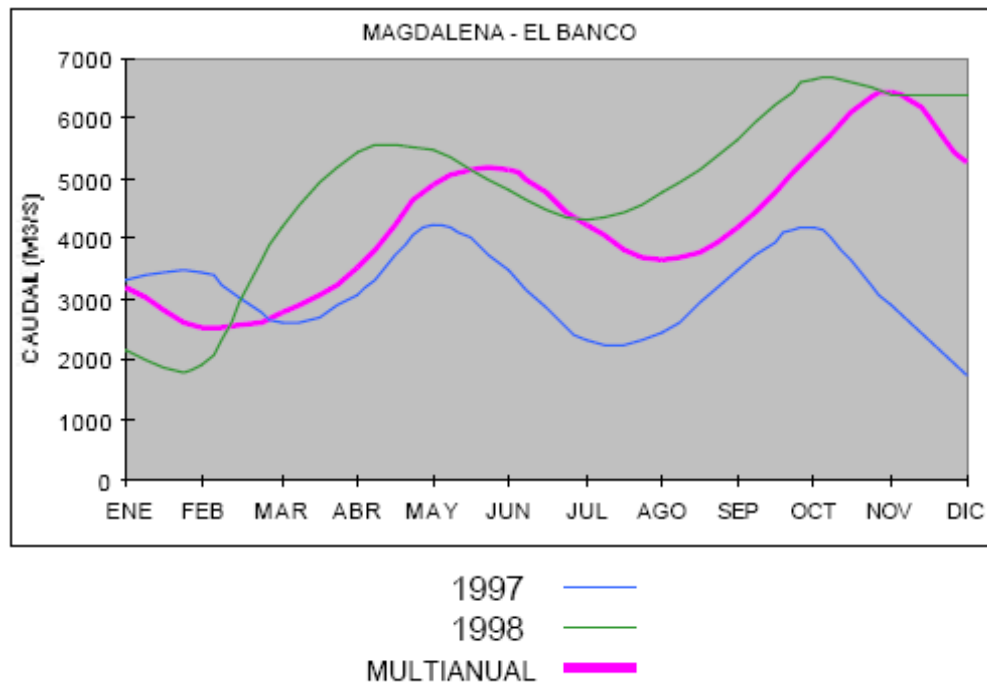
Los niveles y caudales de los ríos que integran la cuenca del Magdalena-Cauca, permanecieron por debajo de los promedios históricos durante casi todo el período de duración del fenómeno El Niño de 1997-1998. No obstante, las reducciones no fueron de igual cuantía a lo largo de la cuenca. En el Magdalena, las anomalías más pequeñas (reducciones del 14%, en promedio) ocurrieron en la parte alta de la cuenca; fueron cercanas al 26% en la parte baja y alcanzaron el 34% en la cuenca media.

En la cuenca del río Cauca, las menores anomalías (13%) se presentaron en la parte baja; fueron cercanas al 30% en la parte alta y alcanzaron también los mayores valores (35%), en la cuenca media. A continuación las figuras 12 y 13, nos muestran las variaciones de caudales de la cuenca del río Magdalena y Cauca debido al fenómeno El Niño 1997-1998.

**Figura 12. Comportamiento de los caudales en diferentes partes del Río Magdalena durante 1997 y 1998**

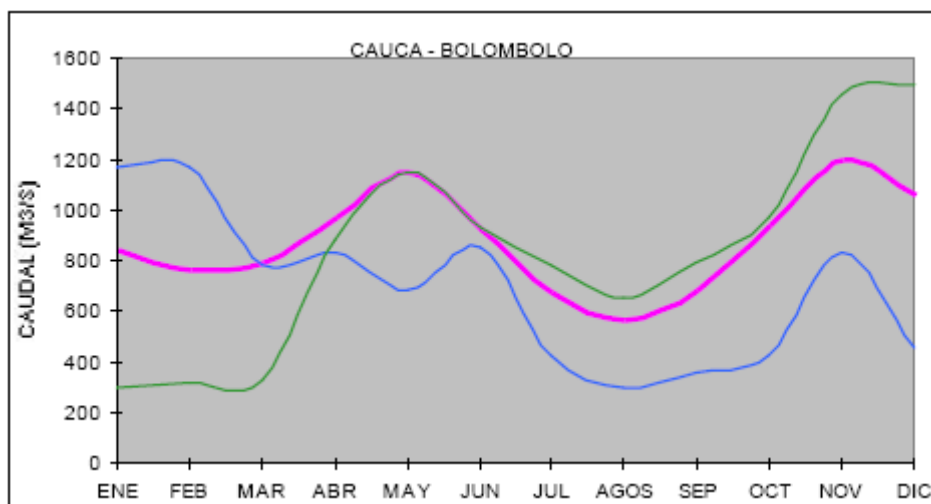


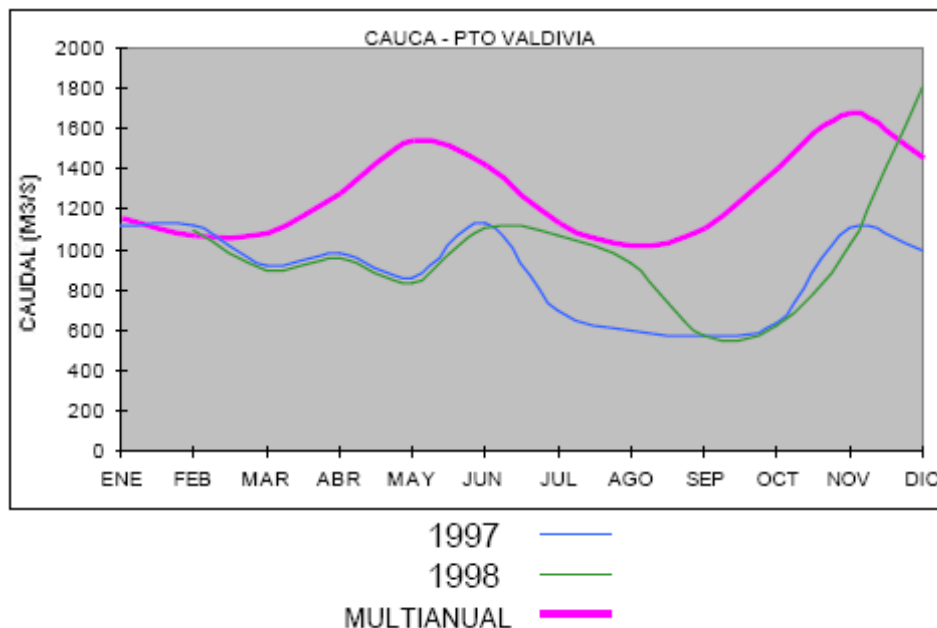




**Fuente:** <http://www.ideam.gov.co/fenomenonino/DOCUMENTOELNINO.pdf>. Bogotá, D. C., marzo de 2002.

**Figura 13. Comportamiento de los caudales en diferentes partes del Río Cauca durante 1997 y 1998**





Fuente: <http://www.ideam.gov.co/fenomenonino/DOCUMENTOELNINO.pdf>. Bogotá, D. C., marzo de 2002.

## 8.2 FACTORES FISICO-GEOGRAFICOS QUE DETERMINAN EL CLIMA EN LA CUENCA MAGDALENA-CAUCA<sup>29</sup>

Los factores climáticos se refieren a ciertas condiciones físicas, diferentes a los elementos climáticos, que habitualmente influyen sobre el clima. Dentro de estos cabe citar: la latitud, altitud, topografía, distribución de tierras y mares, continentalidad, distancia litoral, corrientes oceánicas y otros.

Estos factores que son habituales en una región determinada, hacen que se cambien los valores de los elementos climáticos, tales como la temperatura, presión, humedad, etc. La influencia mas importante en el clima de un determinado lugar es representada por la latitud, la altitud y la distancia al litoral o continentalidad.

**8.2.1 Influencia de la Latitud.** La latitud de un lugar determina la mayoría de los procesos relacionados con la cantidad de radiación recibida del sol. Determina la duración del día, ya que de ella depende la salida y puesta del sol y de esta forma influye directamente sobre variables tales como el crecimiento de los cultivos; también es necesario tener en cuenta que en latitudes tropicales, la intensidad máxima anual de luz solar se presenta dos veces al año y solo una vez en latitudes medias y altas.

<sup>29</sup> MARTINEZ DÍAZ, Op. Cit., p. 52.

Pero tal vez el efecto mas importante de la latitud es el hecho que determina las variaciones del clima local, si se tiene en cuenta que a mayor latitud, son mucho mayores los contrastes estacionales de temperatura. En las latitudes tropicales donde esta situada la cuenca Magdalena-Cauca, la temperatura durante el año permanece prácticamente constante, mientras que durante el día se experimentan diferencias de más de 10 grados entre la temperatura máxima y la temperatura mínima.

**8.2.2 Influencia de la Altitud.** Es uno de los factores más determinantes en la caracterización del clima en el país. Influye sobre el régimen de temperatura, presión atmosférica y lluvias entre otros. Cuanto mayor es la altitud hay menos masa de aire sobre un lugar y por lo tanto la presión y la temperatura disminuyen con la altura. Las lluvias también son afectadas por la altitud aunque esta relación es mucho más compleja que la existente con la temperatura y la presión. Como ejemplo y de acuerdo con lo que se presenta generalmente, la temperatura disminuye en 0.65 °C por cada 100 mts de incremento en la elevación. De acuerdo con los estudios realizados este hecho se cumple con bastante aproximación en la cuenca de los ríos Magdalena y Cauca.

Además de la altitud, es necesario tener en cuenta la topografía, ya que en dependencia del ángulo de exposición y la forma del relieve, un lugar determinado será diferentemente afectado por la altitud. Un ejemplo muy claro se presenta en el comportamiento de las lluvias a uno y otro lado de las cordilleras.

Debido a la existencia de las tres cordilleras, la superficie del país es un sistema orográfico complejo de valles y montañas que afectan la circulación de la atmósfera, y por ende, en el clima nacional y local de Colombia.

**8.2.3 Influencia de la distancia al litoral o continentalidad.** Es un factor de fundamental importancia para el clima de las diferentes regiones. Depende de la distancia de un lugar o región al litoral. El agua posee una mayor capacidad calorífica, por esta razón los cuerpos de agua se calientan (durante el día o en verano) o se enfrían (por la noche o en invierno) lentamente. Esta propiedad da como resultado que las variaciones de la temperatura del aire sobre áreas marítimas sean más suaves. Las zonas que están localizadas muy cerca de las costas, por estar cerca del mar, tienden a presentar una amplitud muy baja de las variables climatológicas, particularmente la temperatura. El clima tiende a ser suave en cuanto a las variaciones entre el día y la noche o entre invierno y verano.

La parte baja de la cuenca Magdalena-Cauca, presenta la influencia del mar Caribe y se podría constatar que las variaciones diarias y estacionales de la temperatura son relativamente suaves. La parte media y alta de la cuenca presenta un alto grado de continentalidad.

## 9. SELECCIÓN DE ESTACIONES HIDROLÓGICAS

El Archivo Técnico del IDEAM maneja en la actualidad, un banco de datos de información hidrometeorológica proveniente de:

- 1463 estaciones con datos de precipitación a nivel diario, mensual, anual y decadal. La información más extensa sobre precipitación mensual corresponde a la estación Observatorio Astronómico Nacional, en Bogotá, ininterrumpida desde 1901.
- 529 estaciones de diferentes categorías climatológicas con información de otros parámetros, como temperatura, humedad relativa, vientos, nubosidad, brillo solar, etc.
- 891 estaciones hidrológicas con datos referentes a niveles, caudales, sedimentos, aforos líquidos y sólidos, etc. en corrientes y cuerpos de agua del país. La estación más antigua con datos mensuales es Arrancaplumas, en la parte media del río Magdalena, con registros desde 1934.<sup>30</sup>

De las 891 estaciones hidrológicas con datos referentes a niveles, caudales, sedimentos, aforos líquidos y sólido, etc. en corriente y cuerpos de agua de todo el país que opera el IDEAM, fueron seleccionadas 150 estaciones, tanto limnigráficas (LG) como Limnimétricas (LM), provenientes de una serie registros históricos de caudales mínimos mensuales pertenecientes a la cuenca del Magdalena-Cauca.

La duda o incertidumbre en las estimaciones a partir del análisis estadístico está directamente asociada a la longitud disponible de los registros para su modelamiento. Arbeláez y Castro nos presentan lo siguiente: “Se sugiere que para un estudio de probabilidades, se debe tener una muestra mayor a 30 datos para representar convenientemente la población”.<sup>31</sup>

Luego de la recopilación, revisión y análisis de la información entregada por el IDEAM, se descartaron 18 estaciones debido al poco contenido de registros de caudales mínimos dentro de la serie. Aún cuando a veces se recomienda no usar registros de menos 30 años, como se mencionó anteriormente, con frecuencia no hay otra alternativa, y es ahí donde el rol del ingeniero adquiere una clara importancia sobre los métodos del análisis estadístico para un estudio en particular.

---

<sup>30</sup> Disponible en Internet: <http://www.ideam.gov.co/series/index4.htm>

<sup>31</sup> ARBELÁEZ y CASTRO, Op. cit., p. 169., citado por BEHAR, 1997.

Por tal razón, en los sitios en los que se contaba con registros de caudal mínimo menores de 30 años, se decidió limitar el total de las estaciones con un registro mínimo de 20 años, con el fin de trabajar con el mayor número de estaciones posibles para obtener una confiabilidad mayor frente al análisis probabilístico posterior.

Las 132 estaciones seleccionadas poseen tanto valores de no-ceros en sus registros de caudal mínimo como con-ceros y su respectivo tratamiento se realizó por separado y se profundiza más adelante.

## 10. PRUEBAS EN DATOS HIDROLOGICOS DE ESTACIONES<sup>32</sup>

Para ajustar los datos a las funciones de densidad de probabilidad es necesario cumplir con los supuestos de estas funciones como son la independencia (aleatoriedad), la estacionaridad (independiente del tiempo) y la homogeneidad (datos de la misma distribución). Para corroborar estos aspectos tan importantes existen pruebas especializadas en hidrología que permiten comprobar si una muestra de datos hidrológicos cumplen con cada uno de estos supuestos. En estas pruebas es muy importante definir en que nivel de significación trabajar y como es una medida que depende del investigador; entonces se estableció el más apropiado de acuerdo a la experiencia en otros países y de la característica del proceso físico.

En estudios realizados en Estados Unidos y Europa, el nivel de significación es, por lo general, del 5 %. Para el presente estudio, en una cuenca colombiana, sus características físicas, meteorológicas, climatológicas, orográficas, etc, son diferentes y por lo tanto, no se puede aplicar lo que generalmente se utiliza en otros estudios realizados en otros continentes. Por lo anterior se analizarán los resultados a diferentes niveles de significación (1%, 5%, 10%). Queda a criterio del investigador seleccionar el nivel que más se ajuste a sus objetivos.

### 10.1 PRUEBA DE INDEPENDENCIA Y ESTACIONARIDAD (WALD-WOLFOWITZ (1943) (W-W)

Esta prueba evalúa si el número de datos de una muestra dada en un orden es aleatoria o no; lo cual sirve para probar la independencia y estacionaridad de un conjunto de datos y para probar la existencia de tendencias en ella. Para un conjunto de datos  $X_1, X_2, \dots, X_N$ , el estadístico R es calculado a partir de la siguiente ecuación:

$$R = \sum_{i=1}^{N-1} (X_i X_{i+1}) + (X_1 X_N) \quad (10.1)$$

Cuando los elementos de una muestra son independientes, R sigue una distribución normal con media y varianza dadas por las siguientes ecuaciones respectivamente:

$$\bar{R} = \frac{(S_1^2 - S_2)}{N - 1} \quad (10.2)$$

---

<sup>32</sup> MARTINEZ DÍAZ, Op. cit., p. 57-60.

$$\text{var}(R) = \frac{S_2^2 - S_4}{N-1} - \bar{R}^2 + \frac{(S_1^4 - 4S_1^2 S_2 + 4S_1 S_3 + S_2^2 - 2S_4)}{(N-1)(N-2)} \quad (10.3)$$

Donde:

**N** = Tamaño de la muestra

**S<sub>1</sub>** = sumatoria de los X

**S<sub>2</sub>** = sumatoria de los X<sup>2</sup>

**S<sub>3</sub>** = sumatoria de los X<sup>3</sup>

**S<sub>4</sub>** = sumatoria de los X<sup>4</sup>

El estadístico  $|u| = (R - \bar{R})/(\text{var}(R))^{1/2}$ , tiene una distribución normal aproximadamente con media cero y varianza unitaria y es usada para probar la hipótesis de independendencia en el nivel de significación  $\alpha$ , comparando la estadística  $u$  con la variable normal estándar  $u_{\alpha/2}$  correspondiendo a una probabilidad de no excedencia  $\alpha/2$ .

El valor de la estadística **u** de cada estación debe ser menor que el valor critico del nivel de significación, que a criterio personal, se escoja y que se ajuste mejor a las finalidades del estudio; dependiendo del valor critico de cada nivel de significación, si el valor de **u** de cada estación es menor, se acepta la hipótesis de independendencia y estacionaridad.

La tabla 5 muestra los valores críticos para una distribución Normal Estándar.

**Tabla 5. Valores Críticos para una Distribución Normal Estándar**

Valores Críticos del Nivel de Significación para una Distribución Normal Estándar		
$\alpha$	$\alpha/2$	Z
1%	0,005	<b>2,58</b>
5%	0,025	<b>1,96</b>
10%	0,05	<b>1,64</b>

Fuente: MARTINEZ DÍAZ, Daniel F. Identificación de modelos estadísticos para la Regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de grado (Ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.

#### **Ejemplo 10.1.1 Prueba de independendencia y estacionaridad de Wald-Wolfowitz para la Estación Fundación:**

La estación Fundación tiene un tamaño de muestra  $N = 32$ ; según la prueba **Wald-Wolfowitz** los resultados son los siguientes:



- ✓ Estadística R = 1915.7035
- ✓ R media = 1859.1861
- ✓ Var (R) = 3284.7400
- ✓  $|u|$  = 0.9861

Para los datos de la estación Fundación se concluye que son Independientes y Estacionarios en los tres niveles de significación.

Los resultados de la prueba **Wald-Wolfowitz** para las estaciones pre-seleccionadas son mostrados en la tabla 6.

**Tabla 6. Prueba Wald-Wolfowitz**

Nº	Nombre	Código	W - W	Nº	Nombre	Código	W - W
1	CAFÉ MADRID	2319729	1.27	59	PUERTO SALGAR	2303701	0.02
2	LA MINA	2801711	1.88	60	PTO. BERRIO	2309703	-0.24
3	BUENOS AIRES1	2602725	2.49	61	EL BANCO	2502702	-0.14
4	LA VIRGEN	2614705	0.50	62	CALAMAR	2903702	0.13
5	BRASILIA	2619702	1.69	63	MARGENTO	2502705	0.92
6	PTE. CHAMEZA	2403729	2.55	64	LAS FLORES2	2502727	1.65
7	LA PAILA	2612706	1.30	65	PTE. ARAGÓN	2601706	2.42
8	PENALTA	2623702	1.74	66	LOMITAS	2601706	0.29
9	SAN AGUSTIN	2101702	1.42	67	BOCATOMA2	2604702	0.20
10	SAN MARCOS	2103702	0.10	68	TIMBA	2605704	0.09
11	EL BOSQUE CALICHAL	2207707	0.65	69	COLORADOS	2306702	2.28
12	PTE. RICAURTE	2105703	1.01	70	EL ALAMBRADO	2612701	0.12
13	VEGA EL SALADO	2105705	2.25	71	EL PROFUNDO	2119701	1.42
14	PTE. CABRA	2402704	0.62	72	SAN GIL	2402701	0.96
15	PAICOL	2105706	1.23	73	SONSÓN	2618703	0.20
16	BOCATOMA1	2108705	0.77	74	GUICAN	2403704	1.10
17	EL SOCORRO	2112702	2.42	75	EL TABLAZO	2406701	0.44
18	PTE. ARCO	2402706	0.18	76	LA PLAYA	2119703	1.59
19	PTE. LLANO	2402705	0.09	77	PAYANDÉ	2121707	1.29
20	CAMPAMENTO	2619701	0.45	78	PAVO REAL	2118702	1.75
21	EL REMOLINO	2619703	2.11	79	PIEDRAS DE COBRE	2205701	0.54
22	HDA. PALMIRA	2624701	1.48	80	PTE. LA PAZ	2406703	-0.23
23	SANTA MARIA	2112703	1.90	81	EL DIAMANTE	2207703	-0.44
24	QUITASUEÑO	2618704	0.89	82	MALVASA	2602724	2.50
25	FUNDACIÓN	2906712	0.99	83	EL RETIRO	2615702	0.23
26	GAMBOTE	2903708	1.62	84	PTE. SALGUERO	2803703	0.94
27	CORRAL DE PIEDRA	2801708	0.97	85	BUCHITOLO	2607706	2.33
28	NEMIZAQUE	2402703	1.55	86	PUEBLO BELLO	2809702	2.49
29	TOTORO	2602708	0.84	87	LA BANANERA 6-90	2613711	2.52
30	LAS FLORES1	2802703	-0.38	88	PTE. CARRETERA6	2602710	2.16
31	STA. TERESA	2802704	2.53	89	PTE. GARCÉS	2103701	-0.72
32	PTE. CARRETERA1	2305701	1.94	90	LA MURALLA	2205706	-0.71

33	PTE. CARRETERA2	2601704	1.80	91	PTE. PORTILLO	2120796	-1.27
34	STA. ROSALIA	2906704	1.64	92	GANADERIA CARIBE	2906715	-1.25
35	MAGANGUÉ-ESPER	2502768	-1.15	93	PTE. FERROCARRIL	2602721	1.70
36	PTE. PANEGA	2319727	0.44	94	PTO. ARAUJO	2312702	-0.40
37	DOSMIL	2119709	-0.28	95	BUENOS AIRES2	2614704	-0.58
38	PTE. ORTEGA	2206701	0.45	96	REMOLINO	2603701	0.64
39	PTE. LÓPEZ	2110703	1.37	97	LA ESPERANZA	2703701	1.40
40	EL CASIL	2502763	0.09	98	PALMA LARGA	2205704	-0.37
41	RIO NUEVO	2112701	0.85	99	PTE. MULAS	2110702	0.47
42	PALERMO	2101703	0.89	100	HDA. PUERTO RICO	2906706	-0.29
43	GRACIAS A DIOS	2502708	1.71	101	EL VERGEL	2609704	0.90
44	MAGUNCIA	2403707	0.38	102	PTE. SARDINAS	2319713	1.16
45	SAN RAFAEL	2403709	0.63	103	CUCUNUBÁ	2118703	2.07
46	LA RESACA	2403711	0.17	104	CANTACLARO	2803706	1.63
47	EL MOLINO	2403745	2.54	105	SAN ALFONSO	2214701	1.58
48	PTE. CARRETERA3	2617701	1.70	106	LA VEGA	2403712	0.43
49	PTE. CANOAS	2803709	0.18	107	IRRA	2616707	1.00
50	PALETARA	2601708	0.90	108	LA VIRGINIA	2617703	0.32
51	PTE. COLONIAL	2403730	0.07	109	LA PINTADA	2618711	0.74
52	BOCATOMA3	2301702	2.52	110	BOLOMBOLO	2620708	0.33
53	CASCADA SIMÓN BOL.	2101704	1.02	111	PTO. VALDIVIA	2623704	1.65
54	SALADO BLANCO	2104701	0.36	112	LA COQUERA	2624702	-0.38
55	PTE. BALSEADERO	2123702	0.49	113	CARTAGO	2612704	1.08
56	PTE. SANTANDER	2109707	-0.27	114	MATEGUADUA	2610713	1.53
57	PURIFICACIÓN2	2113701	0.71	115	APAVI	2624703	1.01
58	ARRANCAPLUMAS	2123702	-0.94				

Fuente: Los Autores.

**10.1.1 Nivel de Significación del 1%.** En este nivel de significación las 132 estaciones tuvieron un buen comportamiento; ya que, sólo 17 de ellas no cumplieron con la condición  $u < u_{0.005}$ . Lo que quiere decir que los datos de las 115 estaciones restantes son Independientes y Estacionarios.

**10.1.2 Nivel de Significación del 5%.** Según los estudios realizados que se relacionan con la regionalización de caudales mínimos y el análisis de frecuencia de gastos mínimos, este nivel es el más utilizado, pero como ya se mencionó anteriormente, es necesario manejar los niveles de significación propuestos para tener un mejor criterio de selección y evitar que la confianza de la prueba se pierda. En el nivel de significación del 5%, de las 132 estaciones evaluadas para la condición  $u < u_{0.025}$ , sólo 99 estaciones son aptas para continuar con los cálculos.

**10.1.3 Nivel de Significación del 10%.** En este nivel de significación solo cumplieron con la condición  $u < u_{0.05}$ , 87 estaciones; lo que significa que los datos de las 45 estaciones restantes, no son independientes ni estacionales; ya que superan el  $u_{0.05} = 1.64$ .

Según los resultados obtenidos en los tres niveles de significación, el que permite utilizar más estaciones para los fines de este estudio es el del 1% ( $u_{0.005} = 2.58$ ), para el caso de la prueba de Independencia y Estacionaridad **Wald-Wolfowitz**. Por lo anterior se tomo un nivel de significación del 1%. Cabe anotar que con este criterio, se disminuye el error tipo I, pero se aumenta el tipo II; se requiere de un estudio detallado para encontrar el nivel de significación óptimo.

## 10.2 PRUEBA DE HOMOGENEIDAD Y ESTACIONARIDAD (MANN-WHITNEY (1947) (M-W) <sup>33</sup>

La primera versión de esta prueba es debida al pedagogo G. Deuchler cuya propuesta fue publicada en 1914 en la revista “**Experimentell Padagogik**”. La prueba **Mann-Whitney** fue desarrollada inicialmente por el bioquímico irlandés Frank Wilcoxon (1892-1965) publicando sus resultados en la revista “**Biométrica**” en 1945, proponiendo la prueba conocida como prueba de la suma de rangos de Wilcoxon.

En la prueba de Mann-Whitney, se comparan dos grupos de datos provenientes de una misma muestra y es frecuentemente utilizada en estadística para datos hidrológicos.

En esta prueba para comprobar la existencia de Homogeneidad y Estacionaridad, es necesario dividir una muestra de tamaño  $N$  en dos submuestras de tamaño  $p$  y  $q$  con  $p \leq q$ . La muestra de tamaño  $N$  se ordena de menor a mayor enumerando cada dato; y para la suma de los rangos, el valor para los datos que se repiten es el promedio de sus posiciones. Esta prueba considera las siguientes cantidades:

$$V = R - \frac{(p(p+1))}{2} \quad (10.4)$$

$$W = pq - V \quad (10.5)$$

Donde **R** es la suma de los rangos de la primera submuestra (tamaño  $p$ ) en las series combinadas de tamaño  $N$ ; y **V** y **W** son calculadas a partir de **R**, **p** y **q**.

---

<sup>33</sup> Ibid., p. 60-64.

En la prueba **Mann-Whitney**, el estadístico  $|u|$  es definido por la menor entre  $V$  y  $W$ . Donde  $N > 20$  y  $p, q > 3$ , y bajo la hipótesis que las dos submuestras vienen de la misma población. Para  $U$ , se asume que tiene una distribución normal, aproximadamente con media y varianza dadas por las siguientes ecuaciones respectivamente:

$$\bar{U} = \frac{pq}{2} \quad (10.6)$$

$$\text{var}(U) = \left[ \frac{pq}{N(N-1)} \right] \left[ \frac{N^3 - N}{12} \right] \quad (10.7)$$

El estadístico  $|u| = (U - \bar{U}) / [\text{var}(U)]^{1/2}$ ; la cual es utilizada para probar la hipótesis de independencia en el nivel de significación  $\alpha$ , comparando la estadística  $u$  con la variable normal estándar  $u_{\alpha/2}$ , correspondiendo a una probabilidad de excedencia  $\alpha/2$ .

El valor de la estadística  $u$  de cada estación debe ser menor que el valor crítico del nivel de significación, que a criterio personal se escoja y que se ajuste mejor a las finalidades del estudio; dependiendo del valor crítico de cada nivel de significación, si el valor de  $u$  de cada estación es menor, se acepta la hipótesis de Homogeneidad y estacionaridad.

#### **Ejemplo 10.2.1 Prueba de Homogeneidad y Estacionaridad de Mann-Whitney para la estación Apavi:**

La estación Apavi tiene un tamaño de muestra  $N = 30$ ; según la prueba **Mann-Whitney**, los resultados son los siguientes:

$p = 15$ ;  $q = 15$ ;  $N = 30$ ;  $R = 183$

- ✓ Estadística  $U$  = 63
- ✓  $U$  = 112.5
- ✓  $\text{var}(U)$  = 581.25
- ✓  $|u|$  = 2.05

Para los datos de la estación Apavi se concluye que son homogéneos y Estacionales para los niveles de significación del 1%, del 5% y del 10%.

**Tabla 6. Prueba Mann-Whitney**

Nº	Nombre	Código	M - W	Nº	Nombre	Código	M - W
1	CAFÉ MADRID	2319729	1.66	64	ARRANCAPLUMAS	2123702	0.96
2	LA MINA	2801711	0.47	65	PUERTO SALGAR	2303701	0.71

3	BUENOS AIRES1	2602725	2.02	66	PTO. BERRIO	2309703	0.14
4	LA VIRGEN	2614705	1.26	67	EL BANCO	2502702	0.28
5	BRASILIA	2619702	0.92	68	CALAMAR	2903702	1.07
6	LA GALERA	2621701	1.77	69	MARGENTO	2502705	2.03
7	EL CÓNDOR	2202701	1.81	70	LAS VARAS	2502720	1.02
8	LA PAILA	2612706	1.31	71	PTE. ARAGÓN	2601706	2.20
9	PENALTA	2623702	0.44	72	LOMITAS	2601706	0.93
10	SAN AGUSTIN	2101702	1.66	73	BOCATOMA2	2604702	2.19
11	SAN MARCOS	2103702	0.30	74	POTRERITO	2605703	1.31
12	SAN PABLO	2116706	0.79	75	TIMBA	2605704	0.68
13	EL BOSQUE CALICHAL	2207707	2.34	76	COLORADOS	2306702	0.41
14	PTE. RICAURTE	2105703	0.64	77	EL ALAMBRADO	2612701	0.23
15	VEGA EL SALADO	2105705	1.04	78	SAN GIL	2402701	0.54
16	PTE. CABRA	2402704	0.89	79	SONSÓN	2618703	1.04
17	PAICOL	2105706	1.66	80	GUICAN	2403704	0.81
18	BOCATOMA1	2108705	1.38	81	EL TABLAZO	2406701	0.11
19	HIDROELÉCTRICA	2108704	0.87	82	LA PLAYA	2119703	2.23
20	EL SOCORRO	2112702	1.95	83	PAYANDÉ	2121707	0.42
21	PTE. ARCO	2402706	2.11	84	PAVO REAL	2118702	2.05
22	PTE. LLANO	2402705	1.77	85	PIEDRAS DE COBRE	2205701	0.77
23	CAMPAMENTO	2619701	1.22	86	PTE. LA PAZ	2406703	0.04
24	EL REMOLINO	2619703	0.50	87	EL DIAMANTE	2207703	0.08
25	HDA. PALMIRA	2624701	1.76	88	EL CORTIJO	2602709	2.09
26	SANTA MARIA	2112703	0.83	89	MALVASA	2602724	1.96
27	EL GUAMAL	2207706	0.17	90	EL RETIRO	2615702	1.22
28	QUITASUEÑO	2618704	0.55	91	PTE. SALGUERO	2803703	1.87
29	SILVANIA	2119711	1.62	92	EL PALO	2403703	0.08
30	FUNDACIÓN	2906712	1.24	93	BUCHITOLO	2607706	2.17
31	GAMBOTE	2903708	2.28	94	PUEBLO BELLO	2809702	0.49
32	LA BOYERA	2401715	2.04	95	PTE. CARRETERA5	2804704	2.41
33	CORRAL DE PIEDRA	2801708	0.17	96	LA BANANERA 6-90	2613711	0.45
34	NEMIZAQUE	2402703	1.97	97	PTE. CARRETERA6	2602710	1.17
35	TOTORO	2602708	2.34	98	PTE. GARCÉS	2103701	0.23
36	LAS FLORES1	2802703	1.38	99	LA MURALLA	2205706	0.23
37	STA. TERESA	2802704	0.94	100	PTE. PORTILLO	2120796	0.52
38	PTE. CARRETERA1	2305701	1.52	101	CANAL FLORIDA	2906705	2.36
39	PTE. CARRETERA2	2601704	1.17	102	GANADERIA CARIBE	2906715	2.51
40	STA. ROSALIA	2906704	0.61	103	PTO. ARAUJO	2312702	0.29
41	MAGANGUÉ-ESPER	2502768	0.32	104	BUENOS AIRES2	2614704	0.30
42	PTE. PANEGA	2319727	1.62	105	REMOLINO	2603701	1.94
43	DOSMIL	2119709	0.09	106	LA REFORMA	2403713	1.22
44	PTE. ORTEGA	2206701	0.20	107	LA ESPERANZA	2703701	0.99
45	PTE. LÓPEZ	2110703	0.71	108	PALMA LARGA	2205704	1.39
46	EL CASIL	2502763	0.04	109	PTE. MULAS	2110702	0.09
47	RIO NUEVO	2112701	0.28	110	HDA. PUERTO RICO	2906706	0.08
48	PALERMO	2101703	1.82	111	EL VERGEL	2609704	1.04
49	BECERRIL	2802705	0.75	112	PTE. SARDINAS	2319713	1.22
50	GRACIAS A DIOS	2502708	1.51	113	CUCUNUBÁ	2118703	0.47

51	MAGUNCIA	2403707	0.69	114	MARIANGOLA	2803704	0.24
52	SAN RAFAEL	2403709	0.50	115	CANTACLARO	2803706	0.11
53	LA RESACA	2403711	1.76	116	SAN ALFONSO	2214701	1.32
54	EL MOLINO	2403745	0.43	117	LA VEGA	2403712	0.91
55	PTE. CARRETERA3	2617701	1.12	118	IRRA	2616707	1.09
56	PTE. CANOAS	2803709	0.57	119	LA VIRGINIA	2617703	1.01
57	PALETARA	2601708	1.19	120	LA PINTADA	2618711	0.24
58	PTE. COLONIAL	2403730	1.09	121	BOLOMBOLO	2620708	0.48
59	CASCADA SIMÓN BOL.	2101704	1.01	122	PTO. VALDIVIA	2623704	1.70
60	SALADO BLANCO	2104701	0.34	123	LA COQUERA	2624702	0.93
61	PTE. BALSEADERO	2123702	0.36	124	CARTAGO	2612704	0.02
62	PTE. SANTANDER	2109707	0.43	125	MATEGUADUA	2610713	0.97
63	PURIFICACIÓN2	2113701	0.32	126	APAVI	2624703	2.05

Fuente: Los Autores.

**10.2.1 Nivel de Significación del 1%.** La prueba **Mann-Whitney** en el nivel de significación del 1% presentó excelentes resultados, en cuanto a aprobación de estaciones se refiere, ya que de las 132 estaciones analizadas, 126 estaciones cumplieron la condición  $u < u_{0.005}$  y sólo 6 estaciones no pasaron la prueba.

**10.2.2 Nivel de Significación del 5%.** Las estaciones que según la prueba **Mann-Whitney** cumplen con las condiciones de Homogeneidad y Estacionaridad a un nivel de significación del 5% son 108. Debido al tamaño de la cuenca en estudio y para su regionalización, las estaciones que se aprueban no son suficientes para tal fin.

**10.2.3 Nivel de Significación del 10%.** Las condiciones de Homogeneidad y Estacionaridad exigidas las cumplen solamente 95 estaciones; mientras que las 37 restantes, sobrepasan el valor crítico de  $u$  a un nivel de significación del 10%, asumiendo que los datos tienen distribución normal.

En esta prueba según los resultados obtenidos se concluye que el nivel de significación que acepta más estaciones es el del 1%, el cual tiene un valor crítico de  $u_{0.005} = 2.58$ , lo que significa que para la prueba de Homogeneidad y Estacionalidad **Mann-Whitney** tal como la prueba anterior se manejara al nivel de significación del 1%

A nivel general, en la recolección de datos de las estaciones existentes en la cuenca del Magdalena-Cauca, los datos son deficientes, ya sea por dificultades de acceso a una determinada estación, fallas en el procedimiento y captación de los caudales, errores humanos o simplemente por olvido de las personas encargadas para este fin.

En la mayoría de los casos, los encargados de la recolección de datos son habitantes de las zonas aledañas a las estaciones que quizás por completar la tabla de registro de caudales, colocan un dato estimado cualquiera, causando una autocorrelación entre los caudales mínimos y la no homogeneidad e independencia de la serie histórica. En este caso en particular, los datos no cumplen los supuestos requeridos para ajustar los datos de caudales mínimos a una función de densidad de probabilidad.

Según los resultados de las pruebas anteriores de Independencia, Homogeneidad y Estacionaridad, solamente 109 estaciones las cumplen, es decir, que si una determinada estación no cumple con alguna de las dos pruebas, será descartada para el análisis de caudales mínimos. En la tabla 8, se muestran las estaciones que pasaron las pruebas de Independencia, Homogeneidad y Estacionaridad.

**Tabla 8. Estaciones con Aprobación de Pruebas de Independencia, Homogeneidad y Estacionaridad**

No.	Código	Nombre Estación	No.	Código	Nombre Estación
1	2319729	CAFÉ MADRID	56	2303701	PTO. SALGAR
2	2801711	LA MINA	57	2309703	PTO. BERRIO
3	2602725	BUENOS AIRES1	58	2502702	EL BANCO
4	2614705	LA VIRGEN	59	2903702	CALAMAR
5	2619702	BRASILIA	60	2502705	MARGENTO
6	2612706	LA PAILA	61	2601706	PTE. ARAGÓN
7	2623702	PENALTA	62	2601706	LOMITAS
8	2101702	SAN AGUSTIN	63	2604702	BOCATOMA2
9	2103702	SAN MARCOS	64	2605704	TIMBA
10	2207707	EL BOSQUE CALICHAL	65	2306702	COLORADOS
11	2105703	PTE. RICAURTE	66	2612701	EL ALAMBRADO
12	2105705	VEGA EL SALADO	67	2402701	SAN GIL
13	2402704	PTE. CABRA	68	2618703	SONSÓN
14	2105706	PAICOL	69	2403704	GUICAN
15	2108705	BOCATOMA1	70	2406701	EL TABLAZO
16	2112702	EL SOCORRO	71	2119703	LA PLAYA
17	2402706	PTE. ARCO	72	2121707	PAYANDÉ
18	2402705	PTE. LLANO	73	2118702	PAVO REAL
19	2619701	CAMPAMENTO	74	2205701	PIEDRAS DE COBRE
20	2619703	EL REMOLINO	75	2406703	PTE. LA PAZ
21	2112703	SANTA MARIA	76	2207703	EL DIAMANTE
22	2618704	QUITASUEÑO	77	2602724	MALVASA
23	2906712	FUNDACIÓN	78	2615702	EL RETIRO
24	2903708	GAMBOTE	79	2803703	PTE. SALGUERO
25	2801708	CORRAL DE PIEDRA	80	2607706	BUCHITOLO
26	2402703	NEMIZAQUE	81	2809702	PUEBLO BELLO
27	2602708	TOTORO	82	2613711	LA BANANERA 6-90
28	2802703	LAS FLORES1	83	2602710	PTE. CARRETERA6

29	2802704	STA. TERESA	84	2103701	PTE. GARCÉS
30	2305701	PTE. CARRETERA1	85	2205706	LA MURALLA
31	2601704	PTE. CARRETERA2	86	2120796	PTE. PORTILLO
32	2906704	STA. ROSALIA	87	2906715	GANADERIA CARIBE
33	2502768	MAGANGUÉ-ESPER	88	2312702	PTO. ARAUJO
34	2319727	PTE. PANEGA	89	2614704	BUENOS AIRES2
35	2119709	DOSMIL	90	2603701	REMOLINO
36	2206701	PTE. ORTEGA	91	2703701	LA ESPERANZA
37	2110703	PTE. LÓPEZ	92	2205704	PALMA LARGA
38	2502763	EL CASIL	93	2110702	PTE. MULAS
39	2112701	RIO NUEVO	94	2906706	HDA. PUERTO RICO
40	2101703	PALERMO	95	2609704	EL VERGEL
41	2502708	GRACIAS A DIOS	96	2319713	PTE. SARDINAS
42	2403707	MAGUNCIA	97	2118703	CUCUNUBÁ
43	2403709	SAN RAFAEL	98	2803706	CANTACLARO
44	2403711	LA RESACA	99	2214701	SAN ALFONSO
45	2403745	EL MOLINO	100	2403712	LA VEGA
46	2617701	PTE. CARRETERA3	101	2616707	IRRA
47	2803709	PTE. CANOAS	102	2617703	LA VIRGINIA
48	2601708	PALETARA	103	2618711	LA PINTADA
49	2403730	PTE. COLONIAL	104	2620708	BOLOMBOLO
50	2101704	CASCADA SIMÓN BOL.	105	2623704	PTO. VALDIVIA
51	2104701	SALADO BLANCO	106	2624702	LA COQUERA
52	2123702	PTE. BALSEADERO	107	2612704	CARTAGO
53	2109707	PTE. SANTANDER	108	2610713	MATEGUADUA
54	2113701	PURIFICACIÓN2	109	2624703	APAVI
55	2123702	ARRANCAPLUMAS			

Fuente: Los Autores.

### 10.3 PRUEBA DE OUTLIERS (PUNTOS EXPÚREOS)<sup>34</sup>

En una serie de registros, observamos que si uno de los datos se desvía considerablemente de la distribución de los mismos, se habla que existe un Outlier. Esta situación puede ser debido a la accesibilidad a la estación, olvido o errores en la toma de registros, debido a causas naturales, suposición de datos o simplemente por que en realidad, el dato anual de caudal si representa un caudal bajo o un caudal alto; lo que significa que es necesario evaluar cada **Outlier** acudiendo a la información histórica climatológica del sitio donde se ubica la estación que presenta estas observaciones extremas.

La presencia de **Outliers** en los datos causa dificultad al momento de ajustar una distribución a los datos. Los **Outliers** mínimos y máximos son posibles y tienen diferentes efectos en el análisis; como que los valores extremadamente

<sup>34</sup> Ibid., p. 65-68.



altos, arrastran la media hacia arriba y los valores extremadamente bajos, arrastran la media hacia abajo.

En hidrología, existen diferentes metodologías que sirven para identificar **Outliers**. Para este estudio en particular, se aplicó la prueba **Grubbs y Beck** (1972) para detectar la presencia de éstas observaciones; en esta prueba se consideran las cantidades  $X_H$  y  $X_L$  y son calculadas de la siguiente manera:

$$X_H = \exp\left(\bar{X} + K_N S\right) \quad (10.8)$$

$$X_L = \exp\left(\bar{X} - K_N S\right) \quad (10.9)$$

Donde  $\bar{X}$  y  $S$  son la media y la desviación estándar de los logaritmos naturales de la muestra, respectivamente, y  $K_N$  es la prueba estadística tabulada para varios tamaños de muestra de tamaño  $N$ . En la tabla 9, se muestran los valores de  $K_N$  para diferentes tamaños de muestra.

**Tabla 9. Valores De  $K_N$  para la prueba Grubbs y Beck**

Tamaño muestra N	$K_N$	Tamaño muestra N	$K_N$	Tamaño muestra N	$K_N$	Tamaño muestra N	$K_N$
10	2.036	18	2.335	26	2.502	34	2.616
11	2.088	19	2.361	27	2.519	35	2.628
12	2.134	20	2.385	28	2.534	36	2.639
13	2.175	21	2.408	29	2.549	37	2.650
14	2.213	22	2.429	30	2.563	38	2.661
15	2.247	23	2.448	31	2.577	39	2.671
16	2.279	24	2.467	32	2.591	40	2.682
17	2.309	25	2.486	33	2.604		

Fuente: MARTINEZ DÍAZ, Daniel F. Identificación de modelos estadísticos para la Regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de grado (Ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.

Los valores de la muestra mayores que  $X_H$  son considerados **Outliers** altos, mientras esos menores que  $X_L$  son considerados **Outliers** bajos.

### **Ejemplo10.3.1 Prueba Outliers Grubbs-Beck para las Estaciones Quitasueño y Buenos Aires:**

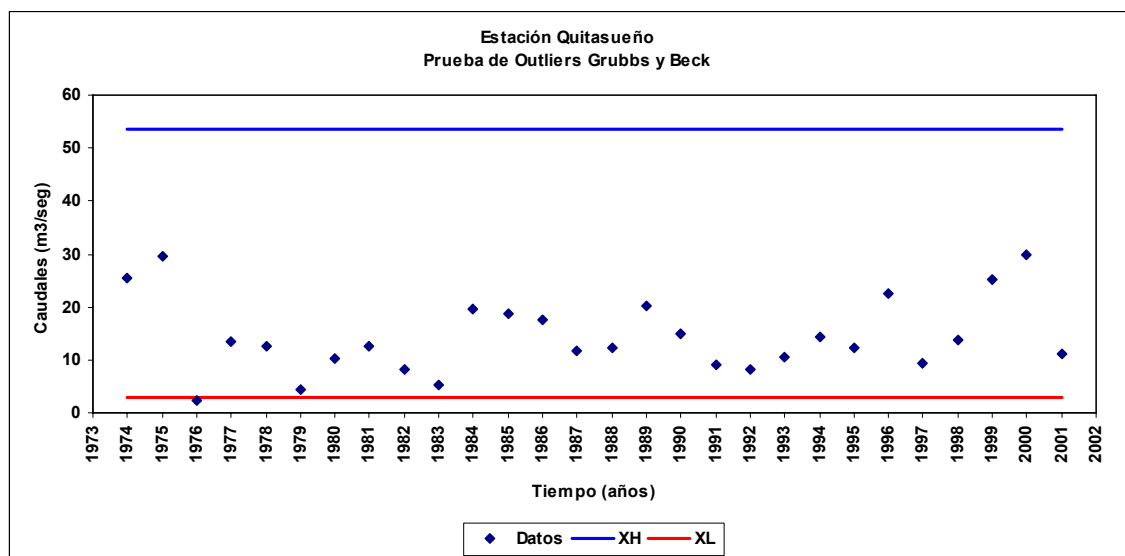
- Para los datos de la estación Quitasueño se tiene:

$N = 28$ ,  $K_N = 2.5346$ ,  $S = 0.5709$ ,  $\bar{X} = 2,5341$

- ✓  $X_H = 53,58$
- ✓  $X_L = 2,9656$

La estación Quitasueño según la prueba estadística **Grubbs y Beck**, tiene un **Outlier** bajo  $X = 2,2 \text{ m}^3/\text{seg}$  en el año 1976. En la figura 14, se muestra el resultado de la aplicación de la prueba.

**Figura 14. Estación Quitasueño: Prueba Outliers Grubbs-Beck**



Fuente: Los Autores.

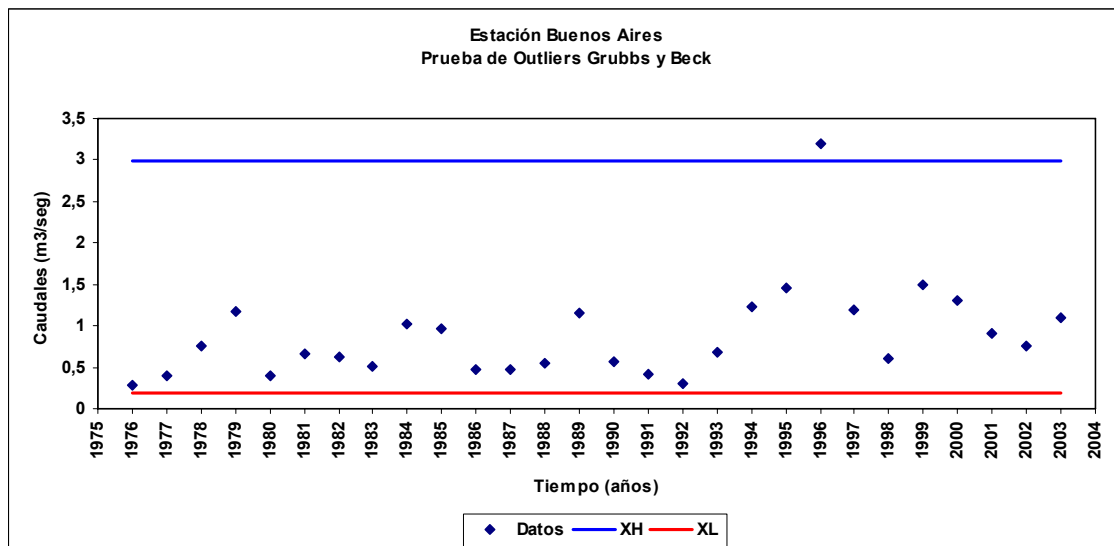
- Para los datos de la estación Buenos Aires se tiene:

$$N = 28, K_N = 2.5346, S = 0.5459, \bar{X} = 0.8785$$

- ✓  $X_H = 2,9919$
- ✓  $X_L = 0.1879$

La estación Buenos Aires según la prueba estadística **Grubbs y Beck**, tiene un **Outlier** alto  $X = 3,2 \text{ m}^3/\text{seg}$  en el año 1996. En la figura 15, se muestra el resultado de la aplicación de la prueba.

**Figura 15. Estación Buenos Aires: Prueba Outliers Grubbs-Beck**



Fuente: Los Autores.

Una vez hechas las pruebas de Homogeneidad e Independencia y Estacionaridad, se hace la prueba de Outliers de Grubbs-Beck para observar comportamientos de los registros de datos para cada estación.

La tabla 10, relaciona las estaciones que presentan **Outliers** según la prueba **Grubbs y Beck**.

**Tabla 10. Prueba de Outliers Grubbs y Beck**

Nº	Nombre De La Estación	XH	XL	Outliers Mínimos	Outliers Máximos
1	CAFÉ MADRID	21,32	1,16		1,14
2	LA MINA	9,60	0,2		0,1
3	CORRAL DE PIEDRA	1,56	0,05		0
4	BUENOS AIRES1	2,99	0,18		3,2
5	BRASILIA	11,14	0,3	0,11	
6	LA PAILA	5,95	0,33	0,2	
7	EL BOSQUE CALICHAL	14,44	1,23	1,06	
8	PTE RICAURTE	65,68	15,43	11,17	
9	VEGA EL SALADO	30,64	7,68	7,6	
10	NEMIZAQUE	14,30	0,62	0	
11	PTE CABRA	5,01	1,27	1,22	
12	PAICOL	111,46	32,68	30	
13	BOCATOMA1	2,61	0,697	0,6	
14	PTE ARCO	5,42	0,955	0,86	
15	STA MARIA	6,71	1,42	1,39	
16	QUITASUEÑO	53,58	2,965	2,2	

17	LAS FLORES	4,34	0,013	0,01	
18	GRACIAS A DIOS	5,75	0,0155	0	
19	MAGUNCIA	2,03	0,025	0	
20	SAN RAFAEL	0,60	0,0131	0	
21	LA RESACA	1,37	0,01	0	
22	EL MOLINO	0,18	0,0061	0	
23	PTE CARRETERA 3	9,07	0,2195	0	
24	PTE CANOAS	10,12	0,32	0	
25	PTE PANEGA	2,48	0,15	0	
26	DOS MIL	7,13	0,258	0,09	
27	PALETARA	0,87	0,07	0	
28	PTE ORTEGA	13,19	0,24	0,2	
29	PTE COLONIAL	0,295	0,006	0	
30	EL CASIL	4,79	1,19	1,14	
31	CASACADA SIMON BOLIVAR	34,23	9,34	8,5	
32	PTE BALSEADERO	137,89	37,4	34,7	
33	MARGENTO	1271,78	292,38		1329
34	PTE ARAGON	4,18	0,5	0,36	
35	LOMITAS	2,15	0,205	0,2	
36	BOCATOMA2	25,28	0,14	0,09	
37	TIMBA	25,16	0,73	0,5	
38	COLORADOS	65,67	0,27	0,1	
39	EL ALAMBRADO	75,44	1,43	1	
40	SAN GIL	58,11	0,53	8,4	
41	SONSON	2,53	0,5	0,32	
42	GUICAN	5,72	0,29	0,15	
43	PTE LA PAZ	367,94	18,16	6	
44	EL DIAMANTE	3,88	0,33	0,22	
45	MALVASA	2,29	0,27	0,24	
46	BUCHITOLO	14,11	0,01	0	
47	PTE SALGUERO	26,79	0,08	0,01	
48	PUEBLO BELLO	2,22	0,06	0,03	
49	CANTA CLARO	0,95	0,04	0	
50	SAN ALFONSO	45,07	2,43	0	
51	LA BANANERA 6-90	19,28	0,79	0,4	
52	LA VEGA	0,68	0,007	0	
53	LA MURALLA	164,20	24,96	20	
54	PTE PORTILLO	51,15	2,24	2	
55	GANADERIA CARIBE	12,56	1,63		14,67
56	PALMA LARGA	189,01	34,04	30,4	
57	PTE MULAS	19,84	1,95	1,4	
58	HAD. PTO. RICO	27,08	2,88	2	
59	EL VERGEL	4,74	0,39	0,23	
60	LA PINTADA	578,78	3,5		592
61	LA COQUERA	1369,00	240,14	240	

Fuente: Los Autores.

De las 109 estaciones seleccionadas anteriormente, 61 de ellas presentan **Outliers**.

Observando los **Outliers** detalladamente, la gran mayoría son Outliers bajos, indicando la probabilidad de un tiempo seco en las estaciones o a registros correspondientes a años Niño. Sin embargo, es necesario revisar cada observación para verificar la veracidad del dato acudiendo a la información histórica de otras variables del lugar como la precipitación.

Con los resultados de las pruebas de Independencia, Homogeneidad y Estacionaridad y la prueba de Outliers, se seleccionaron las estaciones que se utilizaron para el estudio y se muestran en la tabla anterior con su respectivo número, las cuales están ubicadas a lo largo y ancho de la cuenca Magdalena-Cauca y se muestran en figura 16.

**Figura 16. Ubicación 109 Estaciones Seleccionadas**

## **11. SELECCIÓN Y EVALUACION DE LAS DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD PARA LAS ESTACIONES SIN CEROS**

En estudios hidrológicos, en donde se requieren conocer las estimaciones de caudales mínimos, es necesario el análisis de la estadística para la aplicación de cálculos y el estudio de comportamientos en el tiempo. En el análisis estadístico del presente estudio, se utilizan una serie de funciones de distribución de probabilidad, las cuales permiten estimar el caudal para diversos periodos de retorno: “2.33, 5, 10, 25, 50 y 100 años<sup>35</sup>.”

Debido a la gran extensión de la cuenca Magdalena-Cauca, que abarca un área considerable sobre el territorio nacional, el IDEAM instaló una red de monitoreo amplia para determinar aforos de caudales máximos, medios y mínimos, los cuales son obtenidos de las estaciones que funcionan para este fin, ubicadas en diferentes regiones que bordean los afluentes que hacen parte de esta red hidrológica.

Para la aplicación de los métodos estadísticos seleccionados de distribuciones de probabilidad, la cuenca Magdalena-Cauca se ha dividido en subcuencas para facilitar la metodología propuesta, enunciándolas a continuación: Alto Magdalena-Cauca, Medio Magdalena-Cauca y Bajo Magdalena-Cauca.

En este capítulo, se analizarán las principales distribuciones de probabilidad usadas en el análisis de frecuencia hidrológica para las diferentes estaciones ubicadas en la cuenca.

Para la obtención de parámetros de las diferentes distribuciones de probabilidad se aplicara la metodología de los momentos convencionales (3 distribuciones) y de Momentos de Probabilidad Ponderada (1 distribución).

### **11.1 MOMENTOS CONVENCIONALES<sup>36</sup>**

Los momentos convencionales más conocidos son momentos sobre el origen o sobre la media y son usados para caracterizar las distribuciones de probabilidad.

---

<sup>35</sup> Los periodos de retorno seleccionados están basados en un estudio para Colombia: POVEDA JARAMILLO, Germán *et al.* Estimación de Caudales Mínimos para Colombia mediante Regionalización y Aplicación de la curva de Recesión de Caudales. Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos. Facultad de Minas. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2001. 12 p.

<sup>36</sup> Ibid., p. 70-71.

Los momentos sobre el origen son los valores esperados de poderes de una variable aleatoria. Las ecuaciones generales de los momentos convencionales se describen a continuación:

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} = \mu_1 \quad (11.1)$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^N \left( X_i - \bar{X} \right)^2}{N} = \mu_2 \quad (11.2)$$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^N \left( X_i - \bar{X} \right)^3}{N} = \mu_3 \quad (11.3)$$

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^N \left( X_i - \bar{X} \right)^4}{N} = \mu_4 \quad (11.4)$$

Donde:

$X_i$  = dato observado

$\bar{X}$  = media de los datos observados

$N$  = Tamaño de la muestra

Las proporciones del momento convencional están definidas con los términos de Coeficiente de Variación y Coeficiente de Asimetría, los cuales se denotan de la siguiente manera:

$$\text{Coeficiente de Variación } C_v = \mu_2^{1/2} / \mu_1 \quad (11.5)$$

$$\text{Coeficiente de Asimetría } C_a = \mu_3 / \mu_2^{3/2} \quad (11.6)$$

## 11.2 METODOS DE SELECCIÓN DE FUNCIONES DE DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD<sup>37</sup>

Es necesario aplicar diferentes métodos que permitan brindar criterios de selección, como también la necesidad de aplicar pruebas de bondad de ajuste. En la teoría estadística, las pruebas de bondad de ajuste más conocidas son la

---

<sup>37</sup> Ibid., p. 94-99.



Chi-Cuadrado ( $X^2$ ) y la Kolmogorov-Smirnov, como también la aplicación del Método del Error Cuadrático Mínimo.

Estos métodos son los escogidos según la metodología de los autores para tener mayor confiabilidad en la selección de distribuciones de probabilidad para las diferentes estaciones y llevar a cabo el objetivo de la investigación.

**11.2.1 Prueba Kolmogorov-Smirnov.** La prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra se considera un procedimiento de "bondad de ajuste", es decir, permite medir el grado de concordancia existente entre la distribución de un conjunto de datos y una distribución teórica específica. Su objetivo es señalar si los datos provienen de una población que tiene la distribución teórica especificada.

Esta prueba consiste en hallar el máximo valor absoluto de la diferencia D entre la función de distribución de probabilidad observada  $F_o(X_m)$  y la estimada  $F(X_m)$ .

$$D = \max |F_o(X_m) - F(X_m)| \quad (11.7)$$

Luego de obtener el Dmax se multiplica por la raíz cuadrada del tamaño de la muestra n, para obtener la prueba Kolmogorov-Smirnov ( $\lambda_n$ ) así:

$$\lambda_n = D_{\max} \sqrt{n} \quad (11.8)$$

Donde n es el tamaño de la muestra.

Los valores críticos de la prueba Kolmogorov-Smirnov para diferentes niveles de significación se presentan en la tabla 11.

**Tabla 11. Valores Críticos de ( $\lambda_n$ ) para Diferentes Niveles de Significación.**

Nivel de Significación $\alpha$	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
Prueba ( $\lambda_n$ )	1.073	1.224	1.358	1.520	1.627	1.950

Fuente: MARTINEZ DÍAZ, Daniel F. Identificación de modelos estadísticos para la Regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de grado (Ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria.

El valor crítico de ( $\lambda_n$ ) depende del nivel de significación seleccionado. Si el valor de ( $\lambda_n$ ), es menor que el valor del nivel de significación seleccionado se acepta la función de distribución evaluada. Esta prueba tiene la ventaja sobre la Prueba Chi-Cuadrado ( $X^2$ ), que compara los datos con el modelo estadístico sin necesidad de agruparlos. La función de distribución de probabilidad observada se calcula de la siguiente manera:

$$F_o(X_m) = 1 - \frac{m}{n+1} \quad (11.9)$$

Donde m es el número del orden del dato  $X_m$  en una lista de mayor a menor y n es el número total de datos; la función de distribución de probabilidad estimada  $F(X_m)$ , se calcula según las funciones de distribución teóricas que se utilicen.

#### Ejemplo 11.2.1.1 Prueba Kolmogorov-Smirnov para la Estación Totoro:

La estación Totoro posee una serie de datos de caudales mínimos de 32 años; por lo tanto, tiene una tamaño de muestra  $n = 32$ ; las distribuciones de probabilidad utilizadas para esta prueba en todas las estaciones son la distribución LogNormal III, Pearson III o Gamma de tres parámetros y Gumbel para mínimos (EVI). Los datos de caudales mínimos son los siguientes:

**Tabla 12. Datos de la Estación Totoro**

Año	Caudal (m3/s)	Año	Caudal (m3/s)	Año	Caudal (m3/s)
1971	1,04	1983	0,56	1995	0,34
1972	0,56	1984	0,56	1996	0,5
1973	0,47	1985	0,5	1997	0,5
1974	0,47	1986	0,5	1998	0,4
1975	0,31	1987	0,5	1999	0,6
1976	0,74	1988	0,18	2000	0,6
1977	0,51	1989	0,34	2001	0,4
1978	0,51	1990	0,7	2002	0,42
1979	0,51	1991	0,34		
1980	0,52	1992	0,18		
1981	0,48	1993	0,18		
1982	0,62	1994	0,5		

Fuente: IDEAM. Datos de la estación Totoro. Cuenca Magdalena-Cauca. Fecha Proceso: 28 de Enero de 2005.

**Tabla 13. Resultados Prueba Kolmogorov-Smirnov para la Estación Totoro**

Distribución			Lognormal III		P III		Gumbel (EVI)	
m	$X_m$	$F_o(X_m)$	$F(X_m)$	$ F_o(X_m) - F(X_m) $	$F(X_m)$	$ F_o(X_m) - F(X_m) $	$F(X_m)$	$ F_o(X_m) - F(X_m) $
1	1,04	0,0303	-0,0826	0,1129	-0,1048	0,1351	0,0282	0,0021
2	0,56	0,0606	-0,0826	0,1432	-0,1048	0,1654	0,0282	0,0325
3	0,47	0,0909	-0,0826	0,1735	-0,1048	0,1957	0,0282	0,0628
4	0,47	0,1212	0,1302	0,0089	0,1315	0,0103	0,1521	0,0308
5	0,31	0,1515	0,1884	0,0369	0,1909	0,0394	0,1992	0,0477
6	0,74	0,1818	0,1884	0,0066	0,1909	0,0091	0,1992	0,0174
7	0,51	0,2121	0,1884	0,0237	0,1909	0,0212	0,1992	0,0129

8	0,51	0,2424	0,3283	0,0859	0,3316	0,0892	0,3129	0,0705
9	0,51	0,2727	0,3283	0,0556	0,3316	0,0589	0,3129	0,0402
10	0,52	0,3030	0,3791	0,0761	0,3822	0,0792	0,3555	0,0525
11	0,48	0,3333	0,5066	0,1732	0,5084	0,1751	0,4682	0,1348
12	0,62	0,3636	0,5066	0,1429	0,5084	0,1448	0,4682	0,1045
13	0,56	0,3939	0,5313	0,1374	0,5329	0,1389	0,4913	0,0973
14	0,56	0,4242	0,5793	0,1551	0,5803	0,1560	0,5374	0,1132
15	0,5	0,4545	0,5793	0,1248	0,5803	0,1257	0,5374	0,0829
16	0,5	0,4848	0,5793	0,0945	0,5803	0,0954	0,5374	0,0526
17	0,5	0,5152	0,5793	0,0642	0,5803	0,0651	0,5374	0,0223
18	0,18	0,5455	0,5793	0,0339	0,5803	0,0348	0,5374	0,0080
19	0,34	0,5758	0,5793	0,0036	0,5803	0,0045	0,5374	0,0383
20	0,7	0,6061	0,6025	0,0036	0,6031	0,0030	0,5604	0,0457
21	0,34	0,6364	0,6025	0,0339	0,6031	0,0333	0,5604	0,0760
22	0,18	0,6667	0,6025	0,0642	0,6031	0,0636	0,5604	0,1063
23	0,18	0,6970	0,6250	0,0720	0,6253	0,0717	0,5831	0,1139
24	0,5	0,7273	0,7075	0,0197	0,7068	0,0204	0,6708	0,0564
25	0,34	0,7576	0,7075	0,0500	0,7068	0,0507	0,6708	0,0867
26	0,5	0,7879	0,7075	0,0803	0,7068	0,0810	0,6708	0,1170
27	0,5	0,8182	0,7772	0,0410	0,7759	0,0423	0,7505	0,0677
28	0,4	0,8485	0,7772	0,0713	0,7759	0,0726	0,7505	0,0980
29	0,6	0,8788	0,8071	0,0717	0,8056	0,0732	0,7863	0,0925
30	0,6	0,9091	0,8965	0,0126	0,8951	0,0140	0,8980	0,0111
31	0,4	0,9394	0,9260	0,0134	0,9249	0,0145	0,9348	0,0046
32	0,42	0,9697	0,9957	0,0260	0,9959	0,0262	0,9997	0,0300
			<b>Dn</b>	0,1735	<b>Dn</b>	0,1957	<b>Dn</b>	0,1348
			<b>λ</b>	0,9817	<b>λ</b>	1,1068	<b>λ</b>	0,7628

Fuente: Los Autores.

Según la prueba de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov para la estación Totoro a un nivel de significación del 5% ( $\alpha = 0.05$ ) y  $n = 32$ , el valor crítico de ( $\lambda_n$ ) es igual a 1.358; lo que significa que todas las distribuciones clasifican. La distribución Gumbel para mínimos (EVI) tiene el valor ( $\lambda_n$ ) más bajo ( $\lambda_n = 0.7628$ ); por lo tanto, es la que mejor se ajusta a esta serie de caudales mínimos de la Estación Totoro.

La Prueba de Kolmogorov-Smirnov se realizó solamente para las estaciones sin registros de caudales cero (0), es decir, para 94 estaciones.

En la tabla 14, se muestran los resultados de la prueba Kolmogorov-Smirnov en las 94 estaciones que no poseen registros de cero.

**Tabla 14. Prueba Kolmogorov-Smirnov**

Nº	Código	Nombre Estación	$\lambda=5\%$	LN III	P III	Gumbel (EVI)
1	2319729	CAFÉ MADRID	1,358	0.6166	0.6296	0.5187
2	2801711	LA MINA	1,358	0.6182	0.6170	0.7792

3	2602725	BUENOS AIRES1	1,358	0.3166	Se rechaza	1.0712
4	2614705	LA VIRGEN	1,358	0.6710	0.7012	Se rechaza
5	2619702	BRASILIA	1,358	0.6904	0.6873	1.2014
6	2612706	LA PAILA	1,358	0.6942	0.8915	1.0529
7	2623702	PENALTA	1,358	0.4988	0.4861	0.8812
8	2101702	SAN AGUSTIN	1,358	0.3857	0.3512	1.0486
9	2103702	SAN MARCOS	1,358	0.4817	0.4795	0.7156
10	2207707	EL BOSQUE CALICHAL	1,358	0.5648	0.5658	0.8451
11	2105703	PTE. RICAURTE	1,358	Se rechaza	Se rechaza	0.5205
12	2105705	VEGA EL SALADO	1,358	0.4174	0.4174	0.7678
13	2402704	PTE. CABRA	1,358	Se rechaza	0.4746	0.4567
14	2105706	PAICOL	1,358	Se rechaza	1.1590	0.6589
15	2108705	BOCATOMA1	1,358	Se rechaza	Se rechaza	0.7791
16	2112702	EL SOCORRO	1,358	Se rechaza	0.4891	0.9012
17	2402706	PTE. ARCO	1,358	Se rechaza	0.7652	0.7333
18	2402705	PTE. LLANO	1,358	Se rechaza	0.5447	0.8110
19	2619701	CAMPAMENTO	1,358	Se rechaza	0.3658	0.9900
20	2619703	EL REMOLINO	1,358	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
21	2112703	SANTA MARIA	1,358	0.4357	0.4388	0.6293
22	2618704	QUITASUEÑO	1,358	0.4896	0.4860	1.0679
23	2906712	FUNDACIÓN	1,358	0.5504	0.5523	0.8801
24	2903708	GAMBOTE	1,358	0.3349	0.3195	0.9044
25	2602708	TOTORO	1,358	0.9817	1.1068	1.0044
26	2802703	LAS FLORES1	1,358	0.6198	0.5304	Se rechaza
27	2802704	STA. TERESA	1,358	0.5975	0.8637	Se rechaza
28	2305701	PTE. CARRETERA1	1,358	0.5571	0.5233	1.2281
29	2601704	PTE. CARRETERA2	1,358	0.4296	0.4277	1.0434
30	2906704	STA. ROSALIA	1,358	0.4658	0.4564	0.9457
31	2502768	MAGANGUÉ-ESPER	1,358	0.3704	0.3691	0.7536
32	2319727	PTE. PANEGA	1,358	Se rechaza	0.5461	0.7956
33	2119709	DOSMIL	1,358	0.7420	0.7409	1.3370
34	2206701	PTE. ORTEGA	1,358	0.9162	0.9105	1.1891
35	2110703	PTE. LÓPEZ	1,358	0.4788	0.4763	0.7397
36	2502763	EL CASIL	1,358	0.4601	0.4601	0.5304
37	2112701	RIO NUEVO	1,358	0.3788	0.3787	0.5054
38	2101703	PALERMO	1,358	0.8938	0.8756	1.1655
39	2101704	CASCADA SIMÓN BOL.	1,358	Se rechaza	Se rechaza	0.4108
40	2104701	SALADO BLANCO	1,358	0.3689	0.3638	0.8463
41	2123702	PTE. BALSEADERO	1,358	Se rechaza	0.6460	0.6414
42	2109707	PTE. SANTANDER	1,358	1.0195	1.0921	0.6883
43	2113701	PURIFICACIÓN2	1,358	0.6664	0.6646	1.1116
44	2123702	ARRANCAPLUMAS	1,358	0.6151	0.6064	0.7607
45	2303701	PTO. SALGAR	1,358	0.5325	0.5380	0.7012
46	2309703	PTO. BERRIO	1,358	1.0476	1.2379	0.8698
47	2502702	EL BANCO	1,358	0.3912	0.3856	0.8290
48	2903702	CALAMAR	1,358	0.3073	0.2808	0.7209
49	2502705	MARGENTO	1,358	0.4684	0.4260	0.9213
50	2601706	PTE. ARAGÓN	1,358	1.1031	1.2168	0.9722
51	2601706	LOMITAS	1,358	Se rechaza	0.4939	0.7828
52	2604702	BOCATOMA2	1,358	0.4706	0.4564	0.9843
53	2605704	TIMBA	1,358	0.4913	0.4908	0.9076
54	2306702	COLORADOS	1,358	0.6963	Se rechaza	Se rechaza
55	2612701	EL ALAMBRADO	1,358	0.5725	0.5717	1.1653
56	2402701	SAN GIL	1,358	Se rechaza	Se rechaza	1.1129

57	2618703	SONSÓN	1,358	Se rechaza	Se rechaza	0.5450
58	2403704	GUICAN	1,358	Se rechaza	Se rechaza	0.7336
59	2406701	EL TABLAZO	1,358	0.6046	0.5601	1.2370
60	2119703	LA PLAYA	1,358	0.2921	0.3714	0.9803
61	2121707	PAYANDÉ	1,358	0.4031	0.4021	0.6989
62	2118702	PAVO REAL	1,358	0.4165	0.4148	0.8707
63	2205701	PIEDRAS DE COBRE	1,358	0.5258	0.5318	1.2149
64	2406703	PTE. LA PAZ	1,358	Se rechaza	Se rechaza	1.2929
65	2207703	EL DIAMANTE	1,358	0.8403	0.9678	0.9074
66	2602724	MALVASA	1,358	0.8197	1.0443	0.8302
67	2615702	EL RETIRO	1,358	0.5102	0.5108	1.1117
68	2803703	PTE. SALGUERO	1,358	0.4739	0.4710	0.8232
69	2809702	PUEBLO BELLO	1,358	0.4116	0.4080	0.8203
70	2613711	LA BANANERA 6-90	1,358	0.5125	0.5149	0.8114
71	2602710	PTE. CARRETERA6	1,358	0.5567	0.5558	0.8033
72	2103701	PTE. GARCÉS	1,358	0.4745	0.4665	0.7240
73	2205706	LA MURALLA	1,358	0.7437	0.7457	0.6329
74	2120796	PTE. PORTILLO	1,358	Se rechaza	0.5781	0.4588
75	2906715	GANADERIA CARIBE	1,358	Se rechaza	Se rechaza	1.1208
76	2312702	PTO. ARAUJO	1,358	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
77	2614704	BUENOS AIRES2	1,358	0.5586	0.6106	1.2044
78	2603701	REMOLINO	1,358	Se rechaza	0.5135	0.4997
79	2703701	LA ESPERANZA	1,358	0.3704	0.3608	1.0380
80	2205704	PALMA LARGA	1,358	Se rechaza	1.3169	0.5467
81	2110702	PTE. MULAS	1,358	Se rechaza	Se rechaza	0.4276
82	2906706	HDA. PUERTO RICO	1,358	Se rechaza	Se rechaza	1.2529
83	2609704	EL VERGEL	1,358	Se rechaza	Se rechaza	1.2404
84	2319713	PTE. SARDINAS	1,358	0.5198	0.5141	1.0720
85	2118703	CUCUNUBÁ	1,358	0.5526	Se rechaza	Se rechaza
86	2616707	IRRA	1,358	0.5299	0.5634	1.0881
87	2617703	LA VIRGINIA	1,358	0.7053	0.7045	1.2961
88	2618711	LA PINTADA	1,358	0.5446	Se rechaza	Se rechaza
89	2620708	BOLOMBOLO	1,358	0.5176	0.5147	1.1170
90	2623704	PTO. VALDIVIA	1,358	0.5377	0.5367	1.2854
91	2624702	LA COQUERA	1,358	0.3620	0.3607	0.7250
92	2612704	CARTAGO	1,358	0.6448	1.2571	1.2384
93	2610713	MATEGUADUA	1,358	0.4386	0.4267	1.1084
94	2624703	APAVI	1,358	0.4540	0.4501	0.8791

Fuente: Los Autores.

**11.2.2. Prueba Chi-Cuadrado ( $\chi^2$ ).** La prueba Chi-Cuadrado fue desarrollada por Karl Pearson (1857-1936) en 1900, y es la prueba de bondad de ajuste más popular aplicada en hidrología para escoger la distribución o las distribuciones que más se ajustan a determinada serie de datos de caudales mínimos.

Para aplicar la prueba, el primer paso es dividir los datos en un número K de intervalos de clase, de tal forma que:

$$K = 1 + (3,3 * LOG(n)) \quad (11.10)$$

Donde K, es el numero de intervalos de clase, y n el tamaño de la muestra.

Una vez obtenido el número K, hallamos el rango R de los intervalos superiores e inferiores para la muestra, así:

$$R = \frac{MaxXi - MinXi}{K} \quad (11.11)$$

La estadística  $X^2$  está distribuida asintóticamente como Chi-Cuadrado, con K-m-1 grados de libertad y su ecuación es la siguiente:

$$D = \sum_{j=1}^k \frac{(O_j - E_j)^2}{E_j} \quad (11.12)$$

Donde  $O_j$  es el número observado de eventos en el intervalo de clase j y  $E_j$  es el número esperado de eventos en el mismo intervalo de la distribución teórica. Si los intervalos de clase son escogidos tales que, cada intervalo corresponde a una probabilidad igual, entonces  $E_j = n/k$ ; donde n es el tamaño de la muestra y k es el número de intervalos de clase.

Los intervalos de clase también pueden ser obtenidos usando el inverso de las funciones de distribución correspondientes a diferentes valores de probabilidad F, similar a la estimación de cuantiles de cada distribución; esta estimación se describe en el siguiente capítulo.

Después de aplicar la prueba Chi-Cuadrado en cada una de las distribuciones, en la tabla de función de distribución Chi-Cuadrado, se determina el nivel de significación. El valor más común de  $\alpha$  es de 0,05 (5%). Para este nivel de significancia, suelen aceptarse varias funciones de distribución de probabilidad.

Así, seleccionando un nivel de significancia de  $\alpha=0.05$ , se tiene para funciones de tres parámetros:

$$X^2_{0.95, 2} = 5,99 \quad (11.13)$$

Y para funciones de dos parámetros:

$$X^2_{0.95, 3} = 7.81 \quad (11.14)$$

Por otra parte, siempre se debe tener precaución al aplicar la prueba, pues sus resultados dependen mucho de la selección de los intervalos y del tamaño de

la muestra; y sobretodo si se va a utilizar para descartar distribuciones y no para compararlas. Por otro lado si algunas estaciones poseen coeficientes de asimetría negativos o muy grandes los valores de la prueba suelen dar erróneos.

#### **Ejemplo 11.2.2.1 Prueba Chi-Cuadrado para la Estación El Remolino:**

La estación El remolino tiene una serie anual de caudales mínimos de 30 años; por lo tanto, el tamaño de la muestra es  $n = 30$ . Las distribuciones de probabilidad utilizadas para esta prueba en todas las estaciones son la distribución LogNormal III, Pearson III o Gamma de tres parámetros, y Gumbel para mínimos (EVI). Sólo se relacionará el cálculo para la distribución LogNormal III. Los datos de caudales mínimos son los siguientes:

**Tabla 15. Datos Estación El Remolino:**

Año	Caudal (m3/s)	Año	Caudal (m3/s)	Año	Caudal (m3/s)
1972	10	1982	11.5	1992	10.6
1973	11.8	1983	10.3	1993	14.0
1974	18.3	1984	22.3	1994	16.2
1975	13.1	1985	10.9	1995	17.6
1976	13.6	1986	13.0	1996	25.1
1977	4.9	1987	8.6	1997	13.9
1978	9.7	1988	12.6	1998	12.8
1979	11.6	1989	20.4	1999	34.9
1980	10.8	1990	12.5	2000	27.9
1981	14.2	1991	5.9	2001	16.9

Fuente: IDEAM. Datos de la estación Totoro. Cuenca Magdalena-Cauca. Fecha Proceso: 28 de Enero de 2005.

$n = 30$

$m_1 = 14.53 \text{ m}^3/\text{s}$

Hallamos el valor de intervalo de clase con la ecuación:

$$K = 1 + (3,3 * \text{LOG}(30))$$

$$K = 5,87$$

Una vez obtenido el número K, hallamos el rango R de los intervalos superiores e inferiores para la muestra, así:

$$R = \frac{MaxXi - MinXi}{K}$$

$$R = \frac{34,9 - 4,9}{5,87} = 5,60$$

Este valor determina los rangos entre los límites superior e inferior. A continuación se presenta los resultados de esta prueba para la estación El Remolino.

**Tabla 16. Resultados Prueba Chi-Cuadrado para la Estación El Remolino.**

Limite Inferior	Limite Superior	Oj	Oj^2	F(u) Sup	F(u) Inf	n	Ej	(Oj-Ej)^2	Σ(Oj-Ej)^2/Ej
0,000	5,60	1	1	1,0000	0,9839	30	-0,4822	2,1969	-4,5560
5,600	11,20	8	64	-0,0411	0,6633	30	21,1307	172,4156	8,1595
11,200	16,80	13	169	0,3367	0,7133	30	11,2993	2,8923	0,2560
16,800	22,40	5	25	0,7859	0,9214	30	4,0635	0,8770	0,2158
22,400	28,00	2	4	0,8954	0,9633	30	2,0377	0,0014	0,0007
28,000	33,60	1	1	0,9633	0,9870	30	0,7106	0,0838	0,1179
								<b>χ²</b>	<b>4,19</b>

Fuente: Los Autores.

$$X^2_{0,95,2}(6-3-1) = 5.99 > X^2 \text{ de la estación}$$

Con respecto al valor de la tabla de la función Chi-Cuadrado a un nivel de significación del 5% y con K-m-1 grados de libertad se acepta la hipótesis nula, para la distribución LogNormal III en la estación El Remolino. Para la prueba Chi-Cuadrado, puede que resulten datos de las distribuciones iguales, y para efectos de la calificación se le dará el mismo puntaje.

En la tabla 17, se muestra el resultado de la prueba Chi-Cuadrado para las 94 estaciones preseleccionadas:

**Tabla 17. Prueba Chi-Cuadrado**

Nº.	Código	Nombre Estación	LN III	P III	Gumbel (EVI)
1	2319729	CAFÉ MADRID	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
2	2801711	LA MINA	Se rechaza	0.35	Se rechaza
3	2602725	BUENOS AIRES1	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
4	2614705	LA VIRGEN	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
5	2619702	BRASILIA	Se rechaza	1.67	Se rechaza
6	2612706	LA PAILA	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
7	2623702	PENALTA	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
8	2101702	SAN AGUSTIN	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza



9	2103702	SAN MARCOS	Se rechaza	Se rechaza	0.71
10	2207707	EL BOSQUE CALICHAL	Se rechaza	4.73	Se rechaza
11	2105703	PTE. RICAURTE	Se rechaza	Se rechaza	1.94
12	2105705	VEGA EL SALADO	Se rechaza	Se rechaza	3.14
13	2402704	PTE. CABRA	Se rechaza	Se rechaza	1.98
14	2105706	PAICOL	Se rechaza	Se rechaza	3.82
15	2108705	BOCATOMA1	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
16	2112702	EL SOCORRO	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
17	2402706	PTE. ARCO	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
18	2402705	PTE. LLANO	Se rechaza	Se rechaza	1.18
19	2619701	CAMPAMENTO	Se rechaza	Se rechaza	3.50
20	2619703	EL REMOLINO	4.19	Se rechaza	2.51
21	2112703	SANTA MARIA	Se rechaza	Se rechaza	0.65
22	2618704	QUITASUEÑO	Se rechaza	Se rechaza	5.74
23	2906712	FUNDACIÓN	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
24	2903708	GAMBOTE	Se rechaza	Se rechaza	3.95
25	2602708	TOTORO	Se rechaza	Se rechaza	2.34
26	2802703	LAS FLORES1	4.85	3.38	Se rechaza
27	2802704	STA. TERESA	Se rechaza	1.89	Se rechaza
28	2305701	PTE. CARRETERA1	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
29	2601704	PTE. CARRETERA2	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
30	2906704	STA. ROSALIA	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
31	2502768	MAGANGUÉ-ESPER	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
32	2319727	PTE. PANEGA	Se rechaza	4.94	5.89
33	2119709	DOSMIL	Se rechaza	Se rechaza	5.70
34	2206701	PTE. ORTEGA	Se rechaza	3.70	14.35
35	2110703	PTE. LÓPEZ	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
36	2502763	EL CASIL	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
37	2112701	RIO NUEVO	Se rechaza	Se rechaza	2.66
38	2101703	PALERMO	5.53	Se rechaza	Se rechaza
39	2101704	CASCADA SIMÓN BOL.	Se rechaza	Se rechaza	3.16
40	2104701	SALADO BLANCO	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
41	2123702	PTE. BALSEADERO	Se rechaza	Se rechaza	4.23
42	2109707	PTE. SANTANDER	Se rechaza	Se rechaza	4.59
43	2113701	PURIFICACIÓN2	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
44	2123702	ARRANCAPLUMAS	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
45	2303701	PTO. SALGAR	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
46	2309703	PTO. BERRIO	Se rechaza	Se rechaza	7.35
47	2502702	EL BANCO	Se rechaza	Se rechaza	4.95
48	2903702	CALAMAR	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
49	2502705	MARGENTO	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
50	2601706	PTE. ARAGÓN	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
51	2601706	LOMITAS	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
52	2604702	BOCATOMA2	Se rechaza	2.27	Se rechaza
53	2605704	TIMBA	Se rechaza	2.26	Se rechaza
54	2306702	COLORADOS	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
55	2612701	EL ALAMBRADO	Se rechaza	2.99	Se rechaza
56	2402701	SAN GIL	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
57	2618703	SONSÓN	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
58	2403704	GUICAN	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
59	2406701	EL TABLAZO	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
60	2119703	LA PLAYA	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
61	2121707	PAYANDÉ	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
62	2118702	PAVO REAL	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza

63	2205701	PIEDRAS DE COBRE	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
64	2406703	PTE. LA PAZ	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
65	2207703	EL DIAMANTE	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
66	2602724	MALVASA	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
67	2615702	EL RETIRO	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
68	2803703	PTE. SALGUERO	Se rechaza	2.01	Se rechaza
69	2809702	PUEBLO BELLO	Se rechaza	1.90	Se rechaza
70	2613711	LA BANANERA 6-90	Se rechaza	4.96	Se rechaza
71	2602710	PTE. CARRETERA6	Se rechaza	Se rechaza	4.86
72	2103701	PTE. GARCÉS	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
73	2205706	LA MURALLA	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
74	2120796	PTE. PORTILLO	Se rechaza	4.81	Se rechaza
75	2906715	GANADERIA CARIBE	Se rechaza	Se rechaza	6.67
76	2312702	PTO. ARAUJO	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
77	2614704	BUENOS AIRES2	Se rechaza	Se rechaza	2.96
78	2603701	REMOLINO	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
79	2703701	LA ESPERANZA	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
80	2205704	PALMA LARGA	Se rechaza	Se rechaza	1.44
81	2110702	PTE. MULAS	Se rechaza	Se rechaza	0.65
82	2906706	HDA. PUERTO RICO	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
83	2609704	EL VERGEL	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
84	2319713	PTE. SARDINAS	Se rechaza	4.34	Se rechaza
85	2118703	CUCUNUBÁ	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
86	2616707	IRRA	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
87	2617703	LA VIRGINIA	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
88	2618711	LA PINTADA	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
89	2620708	BOLOMBOLO	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
90	2623704	PTO. VALDIVIA	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
91	2624702	LA COQUERA	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
92	2612704	CARTAGO	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza
93	2610713	MATEGUADUA	Se rechaza	5.36	Se rechaza
94	2624703	APAVI	Se rechaza	Se rechaza	Se rechaza

Fuente: Los Autores.

**11.2.3 Método del Error Cuadrático Mínimo.** Este método consiste en calcular, para cada función de distribución, el error cuadrático:

$$C = \left[ \sum_{i=1}^n (X_{e_i} - X_{o_i})^2 \right]^{1/2} \quad (11.15)$$

Donde  $X_{e_i}$  es el i-ésimo dato calculado con la función de distribución bajo análisis y  $X_{o_i}$  es el i-ésimo dato de la serie de datos de caudales mínimos de cada estación.

Para escoger la distribución adecuada, solamente se observa el error cuadrático mínimo de todas las distribuciones y la que tenga el valor más bajo será la función de distribución de probabilidad que se ajusta mejor a la serie de datos en estudio. Aunque éste método no tiene valores críticos de referencia en donde se puedan asumir criterios de aceptación o rechazo, al calificar las

distribuciones conjuntamente con las pruebas de bondad de ajuste, se tiene un criterio de selección que ofrece seguridad al momento de la designación de la distribución.

#### **Ejemplo 11.2.3.1 Método del Error Cuadrático Mínimo para la Estación Hacienda Pto. Rico:**

La estación Hacienda Pto. Rico tiene un periodo de registro de 31 años, lo que indica que tiene tamaño de muestra  $N = 31$ . Las distribuciones aplicadas en este método son las LogNormal de tres parámetros, Pearson III o Gamma de Tres Parámetros, Gumbel para mínimos (EVI). Los caudales mínimos de la estación Hda. Pto. Rico son:

**Tabla 18. Datos Estación Hacienda Pto. Rico**

<b>Año</b>	<b>Caudal (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>Año</b>	<b>Caudal (m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>Año</b>	<b>Caudal (m<sup>3</sup>/s)</b>
1971	16.22	1982	9.5	1993	9.23
1972	9.5	1983	9.1	1995	10.2
1973	6.31	1984	9.6	1996	13.6
1974	9.06	1985	8.2	1997	19.26
1975	8.02	1986	8.34	1998	5.5
1976	13.73	1987	6.65	1999	18.5
1977	8.24	1988	11.0	2000	7.1
1978	7.2	1989	11.34	2001	2.0
1979	7.76	1990	9.4	2002	3.5
1980	8.88	1991	11.26		
1981	11.84	1992	7.1		

Fuente: IDEAM. Datos de la estación Totoro. Cuenca Magdalena-Cauca. Fecha Proceso: 28 de Enero de 2005.

**Tabla 19. Resultados Método del Error Cuadrático Mínimo para la Estación Hacienda Pto. Rico**

Distribución		LogNormal III		P III		Gumbel (EVI)	
No	Xe	Xt	(Xe-Xt)^2	Xt	(Xe-Xt)^2	Xt	(Xe-Xt)^2
1	19,26	17,5104	3,0609	17,5442	2,9438	14,8358	19,5738
2	18,5	15,7389	7,6236	15,7858	7,3668	14,1921	18,5579
3	16,22	14,6500	2,4648	14,6957	2,3234	13,7360	6,1700
4	13,73	13,8445	0,0131	13,8854	0,0241	13,3623	0,1352
5	13,6	13,1955	0,1637	13,2303	0,1367	13,0348	0,3194
6	11,84	12,6456	0,6491	12,6742	0,6958	12,7366	0,8040
7	11,34	12,1642	0,6794	12,1864	0,7164	12,4580	1,2499
8	11,26	11,7327	0,2234	11,7487	0,2388	12,1927	0,8700
9	11	11,3387	0,1147	11,3488	0,1216	11,9366	0,8772
10	10,2	10,9741	0,5992	10,9784	0,6059	11,6865	2,2096
11	9,6	10,6325	1,0660	10,6315	1,0639	11,4399	3,3851
12	9,5	10,3094	0,6552	10,3033	0,6453	11,1947	2,8720
13	9,5	10,0013	0,2513	9,9904	0,2405	10,9491	2,1000
14	9,4	9,7052	0,0931	9,6898	0,0840	10,7015	1,6939
15	9,23	9,4186	0,0356	9,3992	0,0286	10,4501	1,4887
16	9,1	9,1396	0,0016	9,1164	0,0003	10,1933	1,1954
17	9,06	8,8661	0,0376	8,8396	0,0486	9,9293	0,7557
18	8,88	8,5967	0,0803	8,5671	0,0979	9,6561	0,6024
19	8,34	8,3296	0,0001	8,2974	0,0018	9,3715	1,0639
20	8,24	8,0632	0,0313	8,0289	0,0445	9,0727	0,6934
21	8,2	7,7958	0,1634	7,7600	0,1936	8,7565	0,3097
22	8,02	7,5256	0,2444	7,4890	0,2820	8,4190	0,1592
23	7,76	7,2506	0,2594	7,2138	0,2984	8,0547	0,0868
24	7,2	6,9683	0,0537	6,9322	0,0717	7,6567	0,2086
25	7,1	6,6755	0,1802	6,6412	0,2105	7,2153	0,0133
26	7,1	6,3681	0,5357	6,3370	0,5821	6,7162	0,1473
27	6,65	6,0402	0,3718	6,0143	0,4041	6,1376	0,2626
28	6,31	5,6829	0,3932	5,6650	0,4160	5,4428	0,7520
29	5,5	5,2811	0,0479	5,2754	0,0505	4,5633	0,8773
30	3,5	4,8049	1,7027	4,8189	1,7395	3,3455	0,0239
31	2	4,1757	4,7337	4,2262	4,9559	1,2992	0,4911
		<b>C</b>	<b>5,1507</b>	<b>C</b>	<b>5,1607</b>	<b>C</b>	<b>8,3636</b>

Fuente: Los Autores.

Según el método del Error Cuadrático Mínimo para la estación Hacienda Pto. Rico, la distribución LogNormal III es la que tiene el error cuadrático más pequeño, por lo que es la distribución que más se ajusta a la serie de datos de esta estación, aunque las diferencias entre las otras distribuciones no son muy significativas.

En la tabla 20, se muestra el resultado del método Error Cuadrático Mínimo para las 94 estaciones preseleccionadas:

**Tabla 20. Prueba Método Error Cuadrático Mínimo**

No.	Código	Nombre Estación	LN III	P III	Gumbel (EVI)
1	2319729	CAFÉ MADRID	4.21	4.11	5.98
2	2801711	LA MINA	8.91	0.90	1.56
3	2602725	BUENOS AIRES1	4.20	1.09	1.88
4	2614705	LA VIRGEN	3.58	3.50	7.19
5	2619702	BRASILIA	1.10	1.09	1.91
6	2612706	LA PAILA	0.89	0.88	1.70
7	2623702	PENALTA	0.41	0.41	0.94
8	2101702	SAN AGUSTIN	1.74	1.68	4.33
9	2103702	SAN MARCOS	1.37	1.36	2.54
10	2207707	EL BOSQUE CALICHAL	2.07	2.07	2.97
11	2105703	PTE. RICAURTE	Se rechaza	9.60	9.56
12	2105705	VEGA EL SALADO	3.22	3.22	5.22
13	2402704	PTE. CABRA	Se rechaza	0.53	0.77
14	2105706	PAICOL	Se rechaza	15.12	17.11
15	2108705	BOCATOMA1	0.40	0.40	0.59
16	2112702	EL SOCORRO	0.77	0.74	1.79
17	2402706	PTE. ARCO	0.77	0.76	1.52
18	2402705	PTE. LLANO	1.76	1.76	2.76
19	2619701	CAMPAMENTO	2.37	2.34	5.13
20	2619703	EL REMOLINO	8.61	8.34	17.75
21	2112703	SANTA MARIA	0.87	0.87	1.37
22	2618704	QUITASUEÑO	7.29	7.21	13.97
23	2906712	FUNDACIÓN	4.02	4.02	6.20
24	2903708	GAMBOTE	129.59	123.82	259.55
25	2602708	TOTORO	0.31	0.32	0.38
26	2802703	LAS FLORES1	0.61	0.56	1.33
27	2802704	STA. TERESA	0.17	0.16	0.31
28	2305701	PTE. CARRETERA1	13.05	12.48	28.11
29	2601704	PTE. CARRETERA2	0.26	0.25	0.59
30	2906704	STA. ROSALIA	0.18	0.18	0.39
31	2502768	MAGANGUÉ-ESPER	11671.71	11677.11	1926.93
32	2319727	PTE. PANEGA	Se rechaza	0.27	0.36
33	2119709	DOSMIL	0.93	0.93	1.36
34	2206701	PTE. ORTEGA	1.73	1.72	3.01
35	2110703	PTE. LÓPEZ	3.57	3.55	7.27
36	2502763	EL CASIL	0.68	0.68	0.89
37	2112701	RIO NUEVO	391.29	391.10	686.61
38	2101703	PALERMO	0.40	0.39	0.70
39	2101704	CASCADA SIMÓN BOL.	Se rechaza	4.68	4.52
40	2104701	SALADO BLANCO	8.98	8.90	19.12
41	2123702	PTE. BALSEADERO	Se rechaza	14.74	21.97
42	2109707	PTE. SANTANDER	29.55	25.43	52.64
43	2113701	PURIFICACIÓN2	95.06	94.20	155.01
44	2123702	ARRANCAPLUMAS	123.91	123.43	219.32
45	2303701	PTO. SALGAR	178.59	178.88	248.49
46	2309703	PTO. BERRIO	240.97	220.31	405.76

47	2502702	EL BANCO	602.82	596.99	1249.95
48	2903702	CALAMAR	1441.70	1412.15	3303.64
49	2502705	MARGENTO	276.98	264.15	569.35
50	2601706	PTE. ARAGÓN	0.63	0.55	1.10
51	2601706	LOMITAS	Se rechaza	0.28	0.39
52	2604702	BOCATOMA2	1.48	1.45	3.43
53	2605704	TIMBA	1.99	1.86	4.43
54	2306702	COLORADOS	10.15	9.43	20.68
55	2612701	EL ALAMBRADO	8.13	7.75	17.32
56	2402701	SAN GIL	11.12	9.90	23.28
57	2618703	SONSÓN	Se rechaza	1.06	2.24
58	2403704	GUICAN	Se rechaza	0.79	0.83
59	2406701	EL TABLAZO	71.73	68.09	145.75
60	2119703	LA PLAYA	1.88	1.83	4.11
61	2121707	PAYANDÉ	4.83	4.77	8.87
62	2118702	PAVO REAL	0.64	0.64	1.20
63	2205701	PIEDRAS DE COBRE	36.58	36.00	79.43
64	2406703	PTE. LA PAZ	61.97	61.35	113.10
65	2207703	EL DIAMANTE	0.54	0.54	1.05
66	2602724	MALVASA	0.43	0.43	0.69
67	2615702	EL RETIRO	3.17	3.07	6.67
68	2803703	PTE. SALGUERO	1.07	1.06	2.24
69	2809702	PUEBLO BELLO	0.18	0.17	0.37
70	2613711	LA BANANERA 6-90	1.92	1.92	3.12
71	2602710	PTE. CARRETERA6	0.49	0.49	0.96
72	2103701	PTE. GARCÉS	2.93	2.88	6.86
73	2205706	LA MURALLA	25.89	25.89	34.31
74	2120796	PTE. PORTILLO	Se rechaza	4.95	6.02
75	2906715	GANADERIA CARIBE	5.02	5.21	7.59
76	2312702	PTO. ARAUJO	85.27	81.67	99.95
77	2614704	BUENOS AIRES2	2.52	2.44	5.86
78	2603701	REMOLINO	Se rechaza	0.55	0.75
79	2703701	LA ESPERANZA	86.24	84.09	209.89
80	2205704	PALMA LARGA	Se rechaza	24.41	25.77
81	2110702	PTE. MULAS	Se rechaza	2.31	2.37
82	2906706	HDA. PUERTO RICO	5.15	5.16	8.36
83	2609704	EL VERGEL	0.90	0.91	1.39
84	2319713	PTE. SARDINAS	0.80	0.78	1.73
85	2118703	CUCUNUBÁ	1.58	1.55	3.23
86	2616707	IRRA	99.82	97.09	212.77
87	2617703	LA VIRGINIA	90.78	86.59	147.68
88	2618711	LA PINTADA	131.99	125.30	294.59
89	2620708	BOLOMBOLO	119.67	117.23	237.62
90	2623704	PTO. VALDIVIA	200.10	196.52	430.24
91	2624702	LA COQUERA	163.77	163.25	316.28
92	2612704	CARTAGO	17.48	16.75	35.67
93	2610713	MATEGUADUA	3.36	3.29	7.19
94	2624703	APAVI	167.31	166.18	296.97

Fuente: Los Autores.

### 11.3 SELECCIÓN DE LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCION

Para seleccionar la distribución que más se ajusta a una serie de datos de caudales mínimos de una estación determinada utilizando las técnicas anteriormente descritas, es necesario, según la cantidad de distribuciones utilizadas, calificar el comportamiento de las pruebas. Para este estudio, se utilizaron 3 distribuciones de probabilidad, por lo tanto a la mejor distribución se le da como calificación 1 y a la peor 3. En muchos casos las distribuciones tienen resultados iguales, por lo que se le dan ponderaciones iguales.

La distribución que al sumar las tres calificaciones de menor, es la que se selecciona como la distribución teórica de la serie de datos en el estudio. Por otro lado, existe rechazo de ajuste de la distribución, entonces su calificación se clasifica como rechazo.

A continuación, se califican las distribuciones de probabilidad de las estaciones hidrológicas que se utilizaron en los ejemplos anteriores.

**Tabla 21. Calificación de Distribuciones de Probabilidad Estación La Paila**

LA PAILA				
Función	Kolmogorov	$X^2$	ECM	
LogN III	1	2	2	
P III	2	1	1	
Gumbel	3	3	3	P III

Fuente: Los Autores.

**Tabla 22. Calificación de Distribuciones de Probabilidad Estación Pte. Ortega**

PTE. ORTEGA				
Función	Kolmogorov	$X^2$	ECM	
LogN III	3	3	3	
P III	1	1	1	
Gumbel	2	2	2	P III

Fuente: Los Autores.

**Tabla 23. Calificación de Distribuciones de Probabilidad Estación Irra**

IRRA				
Función	Kolmogorov	$X^2$	ECM	
LogN III	1	1	2	
P III	2	3	1	
Gumbel	3	2	3	LN III

Al aplicar el método del Error Cuadrático Mínimo, la prueba Kolmogorov-Smirnov y la Chi Cuadrado, se evidencia que la existencia de los outliers detectados con la prueba **Grubbs y Beck** descrita en el capítulo 10, alteran significativamente los resultados en cada una de las metodologías de bondad de ajuste, lo cual afecta la calificación de las pruebas y por consiguiente, la asignación de las distribuciones de probabilidad en estudio. Los resultados también se ven afectados cuando el coeficiente de asimetría de cada estación es muy alto.

Para solucionar el problema de los outliers, fue necesario examinar las series históricas de datos de las estaciones involucradas para determinar de manera subjetiva, cuales datos están exageradamente fuera de la tendencia de los datos y así, calcular de nuevo sus momentos, aplicarle de nuevo las metodologías de bondad de ajuste, calificarlas y asignarle la distribución que más se ajuste a la serie de datos de las estaciones en estudio.

En este caso especial de estudio de caudales mínimos, los outliers presentes son outliers por debajo, debido a la presencia de ceros en la serie de registros históricos; por tal razón, éstas estaciones tiene un tratamiento especial, que será estudiado a fondo en el capítulo 13.

Considerando lo anterior, se determinó que los outliers de las estaciones Corral de Piedra, Nemizaque, Gracias a Dios, Maguncia, San Rafael, La Resaca, El Molino, Pte. Carretera3, Pte. Canoas, Paletara, Pte. Colonial, Buchitolo, Cantacclaro, San Alfonso y La Vega, a simple vista demuestran anomalías en la captura del dato y por consiguiente, se decidió realizar un tratamiento de ceros a estas estaciones mediante un modelo especial de distribución de probabilidad.

A continuación, se muestra la asignación de distribuciones de probabilidad para las 94 estaciones seleccionadas, divididas según su ubicación en las subcuencas de la cuenca Magdalena-Cauca.

**Tabla 24. Asignación de Distribuciones de Probabilidad Alto Magdalena**

<b>ALTO MAGDALENA</b>		
<b>Código</b>	<b>Nombre Estación</b>	<b>Distribución</b>
2101703	CASCADA SIMON BOLIVAR	Gumbel
2101704	SALADO BLANCO	P III
2103702	SAN MARCOS	P III
2105703	PTE. RICAURTE	Gumbel
2105705	VEGA EL SALADO	Log Normal III
2105706	PAICOL	Gumbel
2104701	PTE. BALSEADERO	Gumbel
2110702	PTE MULAS	Gumbel
2108705	BOCATOMA1	Gumbel
2110703	EL CASIL	P III



2109707	PTE SANTANDER	Gumbel
2112702	EL SOCORRO	P III
2112703	STA. MARIA	Log Normal III
2112701	PALERMO	P III
2113701	PURIFICACION2	P III
2205701	PIEDRAS DE COBRE	P III
2206701	PTE. ORTEGA	P III
2119703	LA PLAYA	Gumbel
2301702	BOCATOMA 2	Gumbel
2301703	PTE. LOPEZ	Gumbell

Fuente: Los Autores.

**Tabla 25. Asignación Distribuciones de Probabilidad Alto Cauca**

ALTO CAUCA		
Código	Nombre Estación	Distribución
2601706	PTE ARAGON	Gumbel
2601707	LOMITAS	P III
2601708	PALETARA	Log Normal
2602724	MALVASA	Log Normal
2603701	REMOLINO	Gumbel
2602708	TOTORO	Log Normal III
2601704	PTE CARRETERA 3	P III
2602725	BUENOS AIRES	Gumbel
2604702	BOCATOMA 2	P III
2605703	MATEGUADUA	P III
2605704	TIMBA	P III
2607706	BUCHITOLO	Log Normal
2609704	EL VERGEL	Log Normal III
2612701	EL ALAMBRADO	P III

Fuente: Los Autores.

**Tabla 26. Asignación Distribuciones de Probabilidad Medio Magdalena**

MEDIO MAGDALENA		
Código	Nombre Estación	Distribución
2123702	ARRANCAPLUMAS	P III
2303701	PTO SALGAR	Log Normal
2403712	LA VEGA	Log Normal
2403709	SAN RAFAEL	Log Normal
2403711	LA RESACA	Log Normal
2403745	EL MOLINO	Log Normal
2403730	PTE COLONIAL	Log Normal
2402701	SAN GIL	Log Normal III
2403704	GUICAN	Gumbel
2402705	PTE LLANO	Gumbel
2406703	PTE LA PAZ	P III
2319729	CAFE MADRID	P III

Fuente: Los Autores.

**Tabla 27. Asignación Distribuciones de Probabilidad Medio Cauca**

MEDIO CAUCA		
Código	Nombre Estación	Distribución
2617703	LA VIRGINIA	P III
2613711	BANANERA LA 6-909	PIII
2616707	IRRA	Log Normal III
2614705	LA VIRGEN	P III
2614704	BUENOS AIRES 2	P III
2617701	PTE CARRETERA 3	Log Normal
2620708	BOLOMBOLO	P III
2619702	BRASILIA	P III
2618703	SONSON	Gumbel
2619701	CAMPAMENTO	PIII

Fuente: Los Autores.

**Tabla 28. Asignación Distribuciones de Probabilidad Bajo Magdalena**

BAJO MAGDALENA		
Código	Nombre Estación	Distribución
2502702	EL BANCO	P III
2502768	MAGANGUE-ESPERANZA	Gumbell
2502763	RIONUEVO	P III
2502708	GRACIAS A DIOS HDA	Log Normal
2903702	CALAMAR	P III
2803709	PTE CANOAS	Log Normal
2803706	CANTACLARO	Log Normal
2802703	LAS FLORES 1	P III
2803703	PTE SALGUERO	P III
2906715	GANADERIA CARIBE	Gumbel
2906706	PTO RICO HDA	P III
2906712	FUNDACION	PIII
2801711	LA MINA	PIII

Fuente: Los Autores.

**Tabla 29. Asignación Distribuciones de Probabilidad Bajo Cauca**

BAJO CAUCA		
Código	Nombre Estación	Distribución
2502705	MARGENTO	P III
2624702	LA COQUERA	P III
2502720	LAS FLORES	P III

Fuente: Los Autores.

## 12. FUNCIONES DE DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD PARA ESTACIONES SIN CERO

En la estadística, existen varias funciones de distribución de probabilidad continuas teóricas. Para este estudio, se seleccionaron las funciones más utilizadas y recomendadas para la regionalización de caudales mínimos, las cuales se mencionan a continuación:

- Distribución Log-Normal de tres parámetros
- Distribución Pearson III o Gamma de tres parámetros
- Distribución Gumbel para mínimos o Valor Extremo EVI
- Distribución Wakeby 5 parámetros
- Distribución Wakeby 4 parámetros

En este capítulo, se presentan las bases teóricas necesarias para la aplicación de cada una de las funciones de distribución de probabilidad, obteniendo los parámetros de cada una con el método de momentos convencionales (3 primeras distribuciones), método de los Momentos de Probabilidad Ponderada (2 distribuciones siguientes) y la estimación de cuantiles.

### 12.1 DISTRIBUCION LOG-NORMAL DE TRES PARAMETROS<sup>38</sup>

La distribución Log-Normal de tres parámetros es similar a la distribución Log-Normal de dos parámetros, excepto que  $x$  es cambiada por una cantidad ( $a$ ) que representa un límite inferior.

La función de densidad de probabilidad normal se define como:

$$f(x) = \frac{1}{(x-a)\sigma_y\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_y^2} [Ln(x-a) - \mu_y]^2\right\} \quad (12.1)$$

Donde  $\mu_y$  y  $\sigma_y^2$  son los parámetros de la distribución, que corresponden a la media y varianza de los logaritmos naturales de la variable cambiada ( $x-a$ ). La variable estandarizada  $u$  se obtiene como se muestra en la ecuación (12.2).

$$u = \frac{Ln(x-a) - \mu_y}{\sigma_y} \quad (12.2)$$

---

<sup>38</sup> Ibid., p. 104-107.

### 12.1.1 Estimación de Parámetros (Método de Momentos)

Los primeros dos momentos de la distribución LN(3) son dados en las siguientes ecuaciones:

$$\mu'_1 = a + e^{\mu_y + \sigma_y^2 / 2} \quad (12.3)$$

$$\mu_2 = \left( e^{\sigma_y^2} - 1 \right) e^{2\mu_y + \sigma_y^2} \quad (12.4)$$

El coeficiente de variación de  $(x-a)$ ,  $z_2$ , es dado por la siguiente ecuación:

$$z_2 = \frac{1 - w^{2/3}}{w^{1/3}} \quad (12.5)$$

Donde  $w$  es definido por la siguiente ecuación:

$$w = \frac{-\gamma_1 + (\gamma_1^2 + 4)^{1/2}}{2} \quad (12.6)$$

$\gamma_1$  en la ecuación (12.6) es el coeficiente de asimetría de la variable original  $x$ .

Los parámetros  $\sigma_y$ ,  $\mu_y$  y  $a$  se obtienen de la siguiente manera:

$$\sigma_y = \left[ \text{Ln}(z_2^2 + 1) \right]^{1/2} \quad (12.7)$$

$$\mu_y = \text{Ln}(\sqrt{m_2} / z_2) + -\frac{1}{2} \text{Ln}(z_2^2 + 1) \quad (12.8)$$

$$a = m_1 - \sqrt{m_2} / z_2 \quad (12.9)$$

#### Ejemplo 12.1.1.1 Estimación de Parámetros Estación Colorados:

Para la estación Colorados se tienen los siguientes datos:

$$N = 31$$

$$m_1 = 6.3165$$

$$Cv = 0.9233$$

$$Ca = 2.2529$$

De la ecuación (12.6) se tiene:

$$w = \left[ \frac{-2.2529 + (2.2529^2 + 4)^{1/2}}{2} \right] = 0.3798$$

De la ecuación (12.5) se tiene:

$$z_2 = \frac{1 - (0.3798^{2/3})}{0.3798^{1/3}} = 0.0304$$

De las ecuaciones (12.9), (12.8) y (12.7) se tiene:

$$a = 6.3165 - \frac{0.9233 * 6.3165}{0.0304} = -185.52$$

$$\sigma_y = \left[ \text{Ln}(0.0304^2 + 1) \right]^{1/2} = 4.61$$

$$\mu_y = \text{Ln} \left( \frac{0.9233 + 2573.43}{0.0304} \right) - \frac{1}{2} \text{Ln}(0.0304^2 + 1) = 5.4724$$

### 12.1.2 Estimación de Cuantiles

Para un periodo de retorno dado T, la probabilidad de excedencia correspondiente es  $F = 1 - 1/T$ .

Primero, la variable normal estándar u es calculada usando las siguientes ecuaciones:

$$u = W - \frac{C_0 + C_1 W + C_2 W^2}{1 + d_1 W + d_2 W^2 + d_3 W^3} \quad (12.10)$$

Donde:

$$\begin{array}{ll} C_0 = 2.515517 & d_1 = 1.432788 \\ C_1 = 0.802853 & d_2 = 0.189269 \\ C_2 = 0.010328 & d_3 = 0.001308 \end{array}$$

$$W = \sqrt{-2 \text{Ln}(P)} \quad (12.11)$$

Donde  $P = 1 - F$ , que es la probabilidad de excedencia.

La estimación del cuantil puede ser obtenido de la siguiente manera:

$$\ln(x_T - a) = \mu y + u \sigma y \quad (12.12)$$

Despejando  $x_T$  se tiene:

$$x_T = a + e^{\mu y + u \sigma y} \quad (12.13)$$

### Ejemplo 12.1.2.1 Estimación de Cuantiles Estación Colorados:

Para la estación Colorados, se obtienen los siguientes valores tomando el dato más alto de los caudales mínimos:

$$N = 32$$

$$X = 28.8 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$T = \frac{n+1}{m} = \frac{32+1}{1} = 33 \text{ años}$$

Donde m es la posición del dato ordenado de mayor a menor.

La probabilidad de no excedencia es:

$$F(x) = P(X \leq x) = \frac{T-1}{T} = \frac{33-1}{33} = 0.9697$$

De la ecuación (12.13) se tiene:

$$x = -2.1898 + \exp(1.9498 + 0.6058 * u)$$

Aplicando las ecuaciones (12.11) y (12.10), para  $F = 0.9697$ ,  $u = 2.0575$

$$x = -2.1898 + \exp(1.9498 + (0.6058 * (2.0575))) = 22.2505 \text{ m}^3 / \text{s}$$

## 12.2 DISTRIBUCION PEARSON III O GAMMA DE TRES PARAMETROS

La función de densidad de probabilidad de la distribución Pearson III está dada en la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha \Gamma(\beta)} \left\{ \frac{x - \gamma}{\alpha} \right\}^{\beta-1} e^{-\frac{x-\gamma}{\alpha}} \quad (12.14)$$

La variable x en una distribución Pearson III puede tomar valores en el rango  $\gamma < x < \infty$ . Generalmente  $\alpha$  puede tomar valores positivos o negativos, pero para

valores negativos de  $\alpha$ , la distribución se vuelve un límite superior y por consiguiente, no es conveniente para analizar eventos mínimos.

La ecuación (12.16) es obtenida sustituyendo la ecuación (12.15) dentro de la ecuación (12.14).

$$y = \left( \frac{x - \gamma}{\alpha} \right) \quad (12.15)$$

$$f(y) = \frac{1}{\Gamma(\beta)} y^{\beta-1} e^{-y} \quad (12.16)$$

Las funciones de distribución de  $x$  y  $y$  son dadas en las siguientes ecuaciones:

$$F(x) = \frac{1}{\alpha \Gamma(\beta)} \int_{\gamma}^x \left( \frac{x - \gamma}{\alpha} \right)^{\beta-1} e^{-\left( \frac{x - \gamma}{\alpha} \right)} dx \quad (12.17)$$

$$F(y) = \frac{1}{\Gamma(\beta)} \int_0^y y^{\beta-1} e^{-y} dy \quad (12.18)$$

### 12.2.1 Estimación de Parámetros (Método de Momentos)

El primer momento de la distribución Pearson III está dado en la siguiente ecuación:

$$\mu'_1 = \frac{1}{\alpha \Gamma(\beta)} \int_{\gamma}^{\infty} x \left( \frac{x - \gamma}{\alpha} \right)^{\beta-1} e^{-\left( \frac{x - \gamma}{\alpha} \right)} dx \quad (12.19)$$

La ecuación (12.20) es obtenida sustituyendo  $y$  de la ecuación (12.15) en la ecuación (12.19).

$$\mu'_1 = \frac{1}{\Gamma(\beta)} \int_0^{\infty} (\alpha y + \gamma) y^{\beta-1} e^{-y} dy \quad (12.20)$$

Y luego, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\mu'_1 = \alpha \beta + \gamma \quad (12.21)$$

Similarmente, el segundo y tercer momento, así como el coeficiente de asimetría, se obtienen con las siguientes ecuaciones:

$$\mu_2 = \alpha^2 \beta \quad (12.22)$$

$$\mu_3 = 2 \alpha^3 \beta \quad (12.23)$$

$$\gamma_1 = \mu_3 / \mu_2^{3/2} \quad (12.24)$$

Sustituyendo por  $\mu_3$  y  $\mu_2$  se tiene:

$$\gamma_1 = \frac{2}{\sqrt{\beta}} \quad (12.25)$$

La estimación de parámetros es obtenida de la siguiente manera:

$$\beta = \left( \frac{2}{Ca} \right)^2 \quad (12.26)$$

$$\alpha = \sqrt{(m_2 / \beta)} \quad (12.27)$$

$$\gamma = m_1 - \sqrt{m_2 \beta} \quad (12.28)$$

#### **Ejemplo 12.2.1.1 Estimación de Parámetros Estación Colorados:**

Para la estación Colorados, se tienen los siguientes datos:

$$N = 32$$

$$m_1 = 6.2531$$

$$Cv = 0.8991$$

$$Ca = 2.2930$$

De las ecuaciones (12.26) a (12.28) se obtiene:

$$\beta = \left( \frac{2}{2.2930} \right)^2 = 0.7608$$

$$\alpha = \sqrt{(0.8991 * 6.2531)^2 / 0.7608} = 6.4458$$

$$\gamma = 6.2531 - \sqrt{(0.8991 * 6.2531)^2 * 0.7608} = 1.3493$$



### 12.2.2 Estimación de Cuantiles

La estimación del cuantil es llevada a cabo usando el factor de frecuencia  $K_T$ . El cuantil para la distribución Pearson III está dado por:

$$x_T = \alpha\beta + \gamma + K_T \sqrt{\alpha^2 \beta} \quad (12.29)$$

Donde  $K_T$  es el factor de frecuencia correspondiente a un periodo de retorno  $T$ -años y puede ser evaluado usando la siguiente ecuación:

$$K_T = \frac{2}{Ca} \left[ \left\{ \frac{Ca}{6} \left( u - \frac{Ca}{6} \right) + 1 \right\}^3 - 1 \right] \quad (12.30)$$

Donde  $u$  es igual a:

$$u = W - \frac{C_0 + C_1 W + C_2 W^2}{1 + d_1 W + d_2 W^2 + d_3 W^3} \quad (12.31)$$

Donde:

$$\begin{array}{ll} C_0 = 2.515517 & d_1 = 1.432788 \\ C_1 = 0.802853 & d_2 = 0.189269 \\ C_2 = 0.010328 & d_3 = 0.001308 \end{array}$$

$$W = \sqrt{-2 \ln(P)} \quad (12.32)$$

Donde  $P = 1 - F$ , que es la probabilidad de excedencia.

#### Ejemplo 12.2.2.1 Estimación de Cuantiles Estación Colorados:

Para la estación Colorados, se tienen los siguientes datos, tomando el valor más alto de los caudales mínimos:

$$\begin{array}{l} n = 32 \\ X = 28.8 \text{ m}^3/\text{s} \end{array}$$

$$T = \frac{n+1}{m} = \frac{32+1}{1} = 33 \text{ años}$$

Donde  $m$  es la posición del dato ordenado de mayor a menor.

La probabilidad de no excedencia es:

$$F(x) = P(X \leq x) = \frac{T-1}{T} = \frac{33-1}{33} = 0.9697$$

De la ecuación (12.29) se tiene:

$$x_T = ((6.4458 * 0.7608) + 1.3493) + \sqrt{(6.4458)^2 * 0.7608 * K_T}$$

Para  $F(x) = 0.9697$ ,  $u = 2.0575$

Utilizando la ecuación (12.30) se obtiene:

$$K_T = \frac{2}{2.2930} \left[ \left\{ \frac{2.2930}{6} \left( 2.0575 - \frac{2.2930}{6} \right) + 1 \right\}^3 - 1 \right] = 2.9769$$

$$x = ((189.56 * 9.6567) + 742.92) + \sqrt{(189.56)^2 * 9.6567 * 2.0874} = 3803.05 m^3 / s$$

### 12.3 DISTRIBUCION GUMBEL PARA MÍNIMOS O VALOR EXTREMO TIPO I (EVI)

La función de densidad de probabilidad de la distribución Gumbel para mínimos o EVI, está dada por la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{\exp\left\{\frac{(x-\beta)}{\alpha} - \exp\left[\frac{(x-\beta)}{\alpha}\right]\right\}}{\alpha} \quad (12.33)$$

La variable  $x$  toma valores en el rango  $-\infty < x < \infty$ . La función de distribución de  $x$  está dada por:

$$F(x) = 1 - \exp\left[-e^{\left(\frac{x-\beta}{\alpha}\right)}\right] \quad (12.34)$$

La distribución Gumbel para mínimos o EVI, es un caso especial de la distribución GEV en donde la forma del parámetro  $k$  es igual a cero.

#### 12.3.1 Estimación de Parámetros (Método de Momentos)

El primer momento de la distribución Gumbel para mínimos o EVI está dado en la siguiente ecuación:

$$\mu'_1 = \beta + 0.577\alpha \quad (12.35)$$

El segundo momento central es dado de la siguiente manera:

$$\mu_2 = 1.645\alpha^2 \quad (12.36)$$

La estimación de sus parámetros se obtiene así:

$$\alpha = \frac{\sqrt{m_2}}{1.283} = \frac{C_v * m_1}{1.283} \quad (12.37)$$

$$\beta = m_1 + 0.45\sqrt{m_2} \quad (12.38)$$

#### **Ejemplo 12.3.1.1 Estimación de Parámetros Estación Colorados:**

Para la estación Colorados, se tienen los siguientes datos:

$$N = 32$$

$$m_1 = 6.2531$$

$$C_v = 0.8991$$

$$C_a = 2.2930$$

$$m_2^{1/2} = C_v * m_1 = 5.6222$$

De las ecuaciones (12.37) y (12.38) se tiene:

$$\alpha = 5.6222 / 1.283 = 4.3821$$

$$\beta = 6.2531 + (0.45 * (5.6222)) = 8.7831$$

#### **12.3.2 Estimación de Cuantiles**

La función de distribución Gumbel para mínimos o EVI, puede ser obtenida en la forma inversa en la siguiente ecuación:

$$x = \beta + \alpha * \text{Ln}[-(\text{Ln}(1 - F))] \quad (12.39)$$

El cuantil T-año es calculado sustituyendo  $F = 1 - (1/T)$ , donde T es el periodo de retorno, por lo cual se tiene:

$$x_T = \beta + \alpha * \text{Ln}[-(\text{Ln}(1 - 1/T))] \quad (12.40)$$

### Ejemplo 12.3.2.1 Estimación de Cuantiles Estación Colorados:

Para la estación Colorados, se tienen los siguientes datos, tomando el valor más alto de los caudales mínimos:

$$n = 32$$

$$X = 28.80 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$T = \frac{n+1}{m} = \frac{32+1}{1} = 33 \text{ años}$$

Donde m es la posición del dato ordenado de mayor a menor.

La probabilidad de no excedencia es:

$$F(x) = P(X \leq x) = \frac{T-1}{T} = \frac{33-1}{33} = 0.9697$$

De la ecuación (12.40) se obtiene:

$$x = 8.7831 + 4.3821 * \ln(-( \ln(1 - 0.9697))) = 14.2686 \text{ m}^3 / \text{s}$$

## 12.4 DISTRIBUCIÓN WAKEBY

La distribución Wakeby se define más adecuadamente en su forma inversa de la siguiente manera:

$$x = m + a * [1 - (1 - F)^b] - c * [1 - (1 - F)^{-d}], \text{ para } m < x_1 \quad (12.41)$$

Ya que m no puede ser mayor que el menor de los datos ( $x_1$ ), en caso que lo sea, m toma el valor de cero y se debe intentar el ajuste a la distribución Wakeby con cuatro parámetros ( $m=0$ ). Reagrupando términos, se tiene:

$$x = -a(1 - F)^b + c(1 - F)^{-d} + e \quad (12.42)$$

Donde x es el gasto mínimo asociado a un periodo de retorno [ $T_r = 1/(1-F)$ ], F es la probabilidad de no excedencia en el caso del estudio de mínimos,  $e = m+a-c$  para  $m < x_1$ , d es el parámetro de forma del lado derecho de la curva, a y b son típicos de los registros de mínimos, e es el parámetro de localización de la cola derecha de la distribución, es decir, los eventos mayores.

Ya que la inestabilidad de los momentos de alto orden y sus funciones, como el coeficiente de asimetría es bien conocida, los procedimientos de estimación de los parámetros de ajuste de la distribución Wakeby no utilizan los momentos muestrales. Otra particularidad de la distribución wakeby es que presenta características de forma versátil que permiten un análisis regional (Kuczera, 1978).

El método original (Houghton, 1978a) para el cálculo de los cinco parámetros de ajuste se basa en la técnica de búsqueda de la posición de la probabilidad, usando la propiedad de separación de la distribución. Posteriormente, Landwehr et al. (1979) propusieron otro procedimiento basado en los momentos de probabilidad ponderada (MPP).

#### 12.4.1 Estimación de Parámetros: Método de los Momentos de Probabilidad Ponderada (MPP)<sup>39</sup>

Propuesto originalmente por Landwehr et al. (1979), el procedimiento siguiente ha sido tomado de Metcalfe (1997):

**Paso 1)** Se ordenan en forma creciente los datos o eventos de la serie anual de mínimos y se calculan los primeros cuatro momentos de probabilidad ponderada (MPP) con la siguiente expresión:

$$a_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i * F_i^k) \quad (12.43)$$

Donde  $F_i$ <sup>40</sup> es el estimativo de  $F(x=x_i)$  de la muestra, y cuyo valor es calculado con las fórmulas de Posición de Graficación (Plotting Position). El mejor de los resultados, cuando se utiliza el método de Momentos de Probabilidad Ponderada, se obtiene utilizando la expresión de Landwehr en la probabilidad empírica (Posición de Graficación) presentada en la tabla 30.

**Tabla 30. Posición de Graficación**

Nombre	Fórmula	a	T <sub>R</sub>	Recomendación
Weibull	$\frac{i}{n+1}$	0	n+1	Para todas las distribuciones

<sup>39</sup> CAMPOS ARANDA, Daniel F. Contraste de dos procedimientos de ajuste de la Distribución Wakeby en la Modelación Probabilística de Crecientes. En: Agrociencia. México. Universidad Autónoma de San Luis Potosí. Facultad de Ingeniería. Vol. 35, No. 4 (jul. – ago. 2001).

<sup>40</sup> ARBELÁEZ y CASTRO, Op. cit., p. 166.

Blom	$\frac{i - \frac{3}{8}}{n + \frac{1}{4}}$	0.375	$1.60n + 0.4$	Distribución LnNormal
Cunnane	$\frac{i - 0.4}{n + 0.2}$	0.40	$1.67n + 0.3$	Distribución Gumbel
Gringorten	$\frac{i - 0.44}{n + 0.12}$	0.44	$1.79n + 0.2$	Distribución Gumbel
Landwehr	$\frac{i - 0.35}{n}$	N/A	$\frac{n}{0.65}$	MPP

Fuente: MAIDMENT R. Handbook of Hydrology. McGrawHill, 1993.

$$a_k = \sum_{i=1}^n x_i \left[ (n - i + 0.35) / n \right]^k / n \quad (12.44)$$

$k=1,2,3,4$

Donde n es el tamaño de la muestra o número de años del registro, y  $x_i = x_0$  = gastos mínimos observados.

**Paso 2)** Se calculan las expresiones:

$$N_{4-j} = (4)^j a_3 - (3)^{1+j} a_2 + 3(2)^j a_1 - a_0$$

$$C_{4-j} = (5)^j a_4 - 3(4)^j a_3 + (3)^{1+j} a_2 - (2)^j a_1$$

$j=1,2,3$

**Paso 3)** Se evalúan los parámetros b y d:

$$b = \frac{(N_3 C_1 - N_1 C_3) \pm \left[ (N_1 C_3 - N_3 C_1)^2 - 4(N_1 C_2 - N_2 C_1)(N_2 C_3 - N_3 C_2) \right]^{\frac{1}{2}}}{2(N_2 C_3 - N_3 C_2)}$$

$$d = \frac{(N_1 + b N_2)}{(N_2 + b N_3)}$$

Se selecciona el signo que satisface que  $0.30 < b < 50$ . Si ninguna de las dos opciones cumple la condición para b, el procedimiento no es aplicable a tal registro.

**Paso 4)** Para  $k = 0, 1, 2, 3$  y  $4$  se calculan:

$$\{k\} = (k+1)(k+1+b)(k+1-d) * a_k, \text{ para } k = 0, 1, 2, 3, 4 \quad (12.45)$$

**Paso 5)** Se estima el parámetro de ubicación  $x$ , con base en (12.45), igual a:

$$m = \frac{[\{3\} - \{2\} - \{1\} + \{0\}]}{4} \quad (12.46)$$

**Paso 6)** En seguida se estima el parámetro:

$$a = \frac{(b+1)(b+2)}{b(b+d)} \left[ \frac{\{1\}}{2+b} - \frac{\{0\}}{1+b} - m \right] \quad (12.47)$$

**Paso 7)** Por último se estima el parámetro:

$$c = \frac{(1-d)(2-d)}{d(b+d)} \left[ \frac{-\{1\}}{2-d} - \frac{\{0\}}{1-d} - m \right] \quad (12.48)$$

**Paso 8)** Se evalúan diversos valores  $x$  asociados a probabilidades de no excedencia  $F$  del intervalo  $(0, 1)$ , con la solución inversa de la distribución Wakeby (12.42):

$$x = m + a * [1 - (1 - F)^b] - c * [1 - (1 - F)^{-d}]$$

#### **Ejemplo 12.4.1.1. Estimación de Parámetros de la Distribución Wakeby 5 Estación Pte. Llano**

**Paso 1)**  $n = 30$ , con  $x_i$  ordenados de menor a mayor, tal que  $x_1$  sea el menor valor de la serie del registro y se hallan los cuatro momentos de probabilidad:

$$a_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i * F_i^k)$$

Donde  $F_i$  es el estimativo de  $F(x=x_i)$  de la muestra. Se consideró la fórmula de Landwehr de la tabla de Posición de Graficación:

$$a_k = \sum_{i=1}^n x_i \left[ \frac{(n-i+0.35)}{n} \right]^k / n \quad k=1,2,3,4$$

Donde:

$$a_0 = 7.7363$$

$$a_1 = 3.2862$$

$$a_2 = 2.0025$$

$$a_3 = 1.4136$$

$$a_4 = 1.0815$$

**Paso 2)** Se calculan las expresiones:

$$N_3 = -0.3876$$

$$N_2 = 0.2470$$

$$N_1 = -0.6036$$

$$C_3 = -0.1050$$

$$C_2 = 0.1094$$

$$C_1 = -0.3038$$

**Paso 3)** Se evalúan los parámetros  $b$  y  $d$ :

$$b = 3.1280 \text{ y } d = -0.1750$$

**Paso 4)** Para  $k = 0, 1, 2, 3$  y  $4$  se calculan:

$$\{0\} = 37.5241 \quad \{3\} = 168.2692$$

$$\{1\} = 73.3047 \quad \{4\} = 227.4531$$

$$\{2\} = 116.8864$$

**Paso 5)** Se estima el parámetro de ubicación  $x$ , con base en (12.46), igual a:

$$m = 3.9005$$

En este caso, la condición de  $m$  se cumple porque  $m$  es  $< x_1$ .

**Paso 6)** En seguida se estima el parámetro:

$$a = 2.9890$$

**Paso 7)** Por último se estima el parámetro:

$$c = 343.91$$



**Paso 8)** Se evalúan diversos valores  $x$  asociados a probabilidades de no excedencia  $F$  del intervalo  $(0, 1)$ , con la solución inversa de la distribución Wakeby (12.42). Reagrupando términos, hallamos la variable  $e$ .

$$e = -337.0204$$

Para la estación Pte. Llano, se tienen los siguientes datos, tomando el valor más bajo de los caudales mínimos:

$$n = 30$$

$$X_1 = 3.99 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$T = \frac{n+1}{m} = \frac{30+1}{1} = 31 \text{ años}$$

Donde  $m$  es la posición del dato ordenado de menor a mayor.

La probabilidad de no excedencia es:

$$F(x) = \frac{1-0.35}{30} = 0.0217$$

Siendo  $F=1-1/T$ , tenemos:

$$x = -2.9890(1-0.0217)^{3.1280} + 343.91(1-0.0217)^{-(-0.1750)} + (-337.0204)$$

$$x = 2.7828 \text{ m}^3 / \text{s}$$

#### 12.4.2 Pruebas de Bondad de Ajuste para la Distribución Wakeby<sup>41</sup>

Para determinar cual es la distribución estadística que mejor representa los caudales mínimos, se debe verificar la aceptación de las pruebas de bondad de ajuste.

Usualmente, se utiliza la prueba Kolmogorov-Smirnov y la prueba Chi-Cuadrado; sin embargo, en estas pruebas se requiere conocer la probabilidad de excedencia de la función a evaluar. Para el caso de la distribución Wakeby, que está definida en su forma inversa, no es posible calcular la probabilidad teórica acumulada, por tal razón en el presente trabajo se utilizaron las pruebas: Error Estándar de Ajuste (EEA) y Coeficiente de Correlación (CC).

---

<sup>41</sup> Ibid., p. 166-167.

**12.4.2.1 Prueba Error Estándar de Ajuste (EEA).** Mide la desviación entre los datos de caudal y los estimados, haciendo uso de la distribución teórica. Entre menor sea el EEA, se considera que la distribución empleada ajusta mejor al registro hidrológico. Se define como:

$$EEA = \left[ \frac{\sum_1^n (x_i - w_i)^2}{(n - np)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (12.49)$$

Donde  $x_i$  son los eventos observados,  $w_i$  son los eventos calculados, aplicando a la distribución teórica la probabilidad  $F_i$  asignada a los eventos  $x_i$ , según las expresiones de Posición de Graficación;  $np$  es el número de parámetros de ajuste de la distribución.

**Ejemplo 12.4.2.1.1 EEA para la Estación Pte. Llano:**

Para la Estación Pte. Llano, el valor de EEA es el presentado en la tabla 31.

**Tabla 31. Prueba EEA Estación Pte. Llano**

DISTRIBUCIÓN WAKEBY 5 PARÁMETROS					
PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE: EEA					
Xe	Xi-Xe	(Xi-Xe)^2	$\Sigma(Xi-Xe)^2$	n-np	EEA
2,7828	1,2072	1,4574	149063,6288	25	77,2175
0,9977	4,0023	16,0187	149063,6288	25	77,2175
-0,8694	6,2694	39,3052	149063,6288	25	77,2175
-2,8217	8,2717	68,4209	149063,6288	25	77,2175
-4,8630	10,4230	108,6400	149063,6288	25	77,2175
-6,9978	12,5578	157,6972	149063,6288	25	77,2175
-9,2307	14,8307	219,9503	149063,6288	25	77,2175
-11,5676	17,8376	318,1792	149063,6288	25	77,2175
-14,0148	20,3748	415,1317	149063,6288	25	77,2175
-16,5798	23,0798	532,6760	149063,6288	25	77,2175
-19,2712	25,8712	669,3175	149063,6288	25	77,2175
-22,0990	28,7690	827,6554	149063,6288	25	77,2175
-25,0750	32,3750	1048,1404	149063,6288	25	77,2175
-28,2130	35,7130	1275,4179	149063,6288	25	77,2175
-31,5294	39,5294	1562,5752	149063,6288	25	77,2175
-35,0440	43,1440	1861,4027	149063,6288	25	77,2175
-38,7805	46,9005	2199,6585	149063,6288	25	77,2175
-42,7683	51,0683	2607,9704	149063,6288	25	77,2175
-47,0437	55,5437	3085,1000	149063,6288	25	77,2175
-51,6527	60,1527	3618,3433	149063,6288	25	77,2175
-56,6546	65,7546	4323,6671	149063,6288	25	77,2175
-62,1279	71,2579	5077,6852	149063,6288	25	77,2175
-68,1792	77,3692	5985,9981	149063,6288	25	77,2175
-74,9594	84,2694	7101,3375	149063,6288	25	77,2175
-82,6920	92,0920	8480,9324	149063,6288	25	77,2175
-91,7302	101,5302	10308,3888	149063,6288	25	77,2175
-102,6864	112,9864	12765,9291	149063,6288	25	77,2175
-116,7812	127,2612	16195,4068	149063,6288	25	77,2175
-137,1400	147,7400	21827,0952	149063,6288	25	77,2175
-179,1938	190,6938	36364,1306	149063,6288	25	77,2175
EEA					77,22

Fuente: Los Autores.

**12.4.2.2 Coeficiente de Correlación.** El coeficiente de Correlación mide la relación lineal entre dos variables aleatorias, en este caso, el caudal observado y el caudal calculado, a partir de la distribución teórica.

Desarrollada por Filliben (1975), quién halló una correlación  $r$  entre los datos observados  $x_i$  y los datos estimados  $w_i$ , usando las expresiones de la Posición de Graficación. Valores de  $r$  cercanos a 1, sugieren que la distribución teórica ajusta correctamente a los datos observados. Si  $\mu$  denota el valor promedio de las observaciones y  $\omega$  denota el valor promedio de las cantidades estimadas  $w_i$ , luego:

$$r = \frac{\sum (x_i - \mu)(w_i - \omega)}{\left[ \sum (x_i - \mu)^2 * \sum (w_i - \omega)^2 \right]^{0.5}} \quad (12.50)$$

#### Ejemplo 12.4.2.2.1 Coeficiente de Correlación para la Estación Pte. Llano.

Para la estación Pte. Llano, el valor del Coeficiente de Correlación es el presentado en la tabla 32.

**Tabla 32. Prueba de Coeficiente de Correlación Estación Pte. Llano**

DISTRIBUCIÓN WAKEBY 5 PARÁMETROS						
PRUEBA DE BONDAD DE AJUSTE: CC						
μ (prom. Xi)	ω (prom. Xe)	Xi - μ(prom. Xi)	Xe - ω(prom. Xe)	(Xi-μ)*(Xe-ω)	(Xi -μ)^2	(Xe - ω)^2
7,7363	-45,8929	-3,7463	48,6756	-182,3551	14,0350	2369,3163
7,7363	-45,8929	-2,7363	46,8905	-128,3081	7,4875	2198,7206
7,7363	-45,8929	-2,3363	45,0235	-105,1898	5,4585	2027,1130
7,7363	-45,8929	-2,2863	43,0712	-98,4750	5,2273	1855,1250
7,7363	-45,8929	-2,1763	41,0298	-89,2945	4,7364	1683,4452
7,7363	-45,8929	-2,1763	38,8951	-84,6487	4,7364	1512,8292
7,7363	-45,8929	-2,1363	36,6621	-78,3225	4,5639	1344,1123
7,7363	-45,8929	-1,4663	34,3253	-50,3323	2,1501	1178,2248
7,7363	-45,8929	-1,3763	31,8781	-43,8749	1,8943	1016,2117
7,7363	-45,8929	-1,2363	29,3131	-36,2407	1,5285	859,2569
7,7363	-45,8929	-1,1363	26,6217	-30,2511	1,2913	708,7142
7,7363	-45,8929	-1,0663	23,7939	-25,3722	1,1371	566,1476
7,7363	-45,8929	-0,4363	20,8179	-9,0835	0,1904	433,3833
7,7363	-45,8929	-0,2363	17,6799	-4,1783	0,0559	312,5776
7,7363	-45,8929	0,2637	14,3634	3,7872	0,0695	206,3083
7,7363	-45,8929	0,3637	10,8489	3,9454	0,1323	117,6982
7,7363	-45,8929	0,3837	7,1123	2,7288	0,1472	50,5854
7,7363	-45,8929	0,5637	3,1246	1,7612	0,3177	9,7629
7,7363	-45,8929	0,7637	-1,1508	-0,8788	0,5832	1,3244
7,7363	-45,8929	0,7637	-5,7598	-4,3986	0,5832	33,1754
7,7363	-45,8929	1,3637	-10,7617	-14,6754	1,8596	115,8150
7,7363	-45,8929	1,3937	-16,2350	-22,6262	1,9423	263,5759
7,7363	-45,8929	1,4537	-22,2864	-32,3970	2,1131	496,6825
7,7363	-45,8929	1,5737	-29,0666	-45,7411	2,4764	844,8658
7,7363	-45,8929	1,6637	-36,7991	-61,2215	2,7678	1354,1752
7,7363	-45,8929	2,0637	-45,8374	-94,5931	4,2587	2101,0652
7,7363	-45,8929	2,5637	-56,7936	-145,5997	6,5724	3225,5077
7,7363	-45,8929	2,7437	-70,8883	-194,4939	7,5277	5025,1536
7,7363	-45,8929	2,8637	-91,2471	-261,3013	8,2006	8326,0332
7,7363	-45,8929	3,7637	-133,3010	-501,7004	14,1652	17769,1448
					<b>r</b>	<b>-0,9313</b>

Fuente: Los Autores.

Los coeficientes de correlación  $r$  resultan con pendiente negativa debido a la utilización de la probabilidad de excedencia  $1 - P(x) = \text{PROB}(x \geq x)$ , según la Posición de Probabilidad.<sup>42</sup>

---

<sup>42</sup> Ver Figura 7.4. HAAN, Charles T. Statistical Methods in Hidrology. 1977. p. 133.

### 13. TRATAMIENTO DE REGISTROS HISTÓRICOS DE CAUDAL MÍNIMO CERO<sup>43</sup>

La mayoría de variables hidrológicas están limitadas a la izquierda por cero. Un valor de cero en una serie de datos que esta transformado logarítmicamente, requiere de un tratamiento especial. Existen tres métodos para el tratamiento de datos con  $Q=0$ :

1. Añadir una constante pequeña a todas las observaciones.
2. Analizar los valores no ceros y ajustar la relación a un periodo de registro completo. Este método inclina los resultados, así los valores de cero, son esencialmente ignorados.
3. Teóricamente el método más utilizado, es el uso del teorema de la probabilidad total.

#### 13.1 MODELO DE PROBABILIDAD TOTAL

El método más usado para estimar cuantiles de caudales mínimos en los sitios intermitentes del río es el Modelo de Probabilidad Total o “Probabilidad Condicional de Ajuste (PCA)”<sup>44</sup>.

El modelo se maneja como distribución mezclada con una probabilidad finita o masa de punto en cero ( $X=0$ ) y una distribución continua de probabilidad para las observaciones sin cero ( $X>0$ ).

$$P(X > x) = P(X > x / X = 0) * P(X = 0) + P(X > x / X \neq 0) * P(X \neq 0) \quad (13.1)$$

Dado que la  $P(X > x / X = 0)$  es cero, la relación se reduce a:

$$P(X > x) = P(X \neq 0) * P(X > x / X \neq 0) \quad (13.2)$$

En esta relación, la  $P(X \neq 0)$  será estimada por la fracción de valores no cero y la  $P(X \geq x / X \neq 0)$ , será estimada por un análisis estándar de los valores no cero con el tamaño de la muestra tomada, que es igual al número de valores no cero.

---

<sup>43</sup> HAAN, Charles T. Statistical Methods in Hydrology. Iowa State University Press/Ames. Iowa, 1977. p. 146-148.

<sup>44</sup> KROLL, Charles N. and VOGEL, Richard M. Probability Distribution of Low Streamflow Series in the United States. En: Journal of Hydrologic Engineering. Vol. 7, No. 2 (mar 2002); p. 1-10

Esta relación puede escribirse como una función de distribución de probabilidad acumulada:

$$1 - P_x(X) = K[1 - P_x^*(X)] \text{ ó } P_x(X) = 1 - K + KP_x(X) \quad (13.3)$$

Donde  $P_x(X)$  es la distribución de probabilidad acumulada de todos los valores de  $X$  ( $\text{Prob}(X > x / X > 0)$ ),  $k$  es la probabilidad que  $X$  no es cero, y  $P_x(X)$  es la distribución de probabilidad acumulada de los valores no cero  $\{P(X \leq x / X \neq 0)\}$ .

Jennings y Benson (1969), han demostrado la aplicabilidad de esta a aproximación para analizar frecuencias de crecidas con presencia de cero.

La anterior ecuación puede ser usada para estimar la magnitud de un evento con periodo de retorno  $T_x(X)$ , resolviendo primero  $P_x(X)$  y luego, usando la transformación inversa de  $P_x(X)$  para obtener el valor de  $X$ . Por ejemplo, un evento de 10 años con  $K=0,95$  es encontrado, para que el valor de  $X$  satisfaga la siguiente ecuación:

$$P_x(X) = [P_x(X) - 1 + K] / K \Rightarrow \frac{(0,9 - 1 + 0,95)}{0,95} = 0,89 \quad (13.4)$$

Así es posible generar estimados negativos para  $P_x(X)$  de esta ecuación. Por ejemplo, si  $K=0,50$  y  $P_x(X)=0,05$ , el estimado de  $P_x(X)$  es:

$$P_x(X) = [P_x(X) - 1 + K] / K \Rightarrow \frac{(0,50 - 1 + 0,50)}{0,50} = -0,9 \quad (13.5)$$

Esto significa que el valor de  $X$  que corresponde a  $P_x(X) = 0.05$ , es cero.

### **Ejemplo 13.1.1 Modelo de Probabilidad Total para la Estación La Resaca**

La estación La Resaca posee un registros de 31 datos, los cuales 8 de ellos son caudal de cero y los 23 datos restantes, poseen una media de 0.0635, una desviación estándar 0.0835 y una varianza de 0.0069.

Para las estaciones a las cuales sometimos a tratamiento de ceros, se le hicieron las pruebas explicadas en el capítulo 10, como son las pruebas en datos hidrológicos de homogeneidad y estacionaridad e independencia.

Según la prueba de Wald-Wolfowitz de independencia y estacionaridad para la estación La Resaca los resultados son los siguientes:

- Estadística R = 0,12
- R media = 0,1179

- Var = 0,00102
- | u | = 0,17241

Y según los resultados de la prueba de Mann-Whitney de homogeneidad y estacionaridad para esta estación son:

- Estadística U = 75,5
- U = 120
- Var U = 640
- | u | = 1,754

Los resultados de las algunas de las estaciones que poseen ceros en el registro de datos de la Cuenca Magdalena-Cauca, se muestran a continuación.

**Tabla 33. Prueba de Independencia, Homogeneidad y Estacionaridad de algunas estaciones con presencia de ceros**

Código	Nombre	lul Independencia	lul Homogeneidad
2402703	Nemizaque	1,5450	1,9702
2403709	San Rafael	0,6300	0,4977
2403711	La Resaca	0,1724	1,7540
2403745	El Molino	2,5400	0,4351
2403730	Pte. Colonial	0,0734	1,0911
2403712	La Vega	0,4348	0,9165
2403707	Maguncia	0,3800	0,6917

Fuente: Los Autores.

Estas estaciones, una vez hechas las pruebas de datos hidrológicos, se les realiza la probabilidad condicional, aplicándole la distribución log normal recomendada para el tratamiento de ceros.

Para esta probabilidad, el factor de frecuencia esta dado por:

$$Kt = \left[ \exp\left(\sigma_y^2 * ky - \sigma_y^2 / 2\right) - 1 \right] / \left[ \exp\left(\sigma_y^2\right) - 1 \right]^{1/2} \quad (13.6)$$

Donde Y= Ln X; y

$$Ky = (Y_T - \mu_y) / \sigma_y \quad (13.7)$$

El factor de frecuencia para la distribución lognormal esta dado por la siguiente tabla.



**Tabla 34. Factor de Frecuencia para la Distribución Lognormal**

Probabilidad en porcentaje mayor o igual que la variable dada									
y	99	95	80	50	20+	5+	1+	0,1+	Cv
2	1,28	1,1	0,77	0,24	0,61	1,89	3,55	6,39	0,62
2,1	1,25	1,08	0,76	0,24	0,60	1,89	3,59	6,51	0,643
2,2	1,22	1,06	0,76	0,25	0,59	1,89	3,62	6,65	0,667
2,3	1,20	1,04	0,75	0,25	0,58	1,88	3,65	6,77	0,691
2,4	1,17	1,02	0,74	0,26	0,57	1,88	3,67	6,9	0,713
2,5	1,15	1	0,74	0,26	0,56	1,88	3,7	7,02	0,734
2,6	1,12	0,99	0,73	0,26	0,55	1,87	3,72	7,13	0,755
2,7	1,10	0,97	0,72	0,27	0,54	1,87	3,74	7,25	0,776
2,8	1,08	0,96	0,72	0,27	0,53	1,86	3,76	7,36	0,796

Fuente: HAAN, Charles T. Statistical Methods in Hydrology. Iowa State University Press/Ames. Iowa, 1977. p. 141

Dada la ecuación:

$$y = Ln[X^2 / (Cv^2 + 1)] / 2 \quad (13.8)$$

Donde X corresponde al valor de  $P_x(X)$  y se obtiene de la interpolación de la tabla 34, y es utilizada en la siguiente ecuación:

$$K_y = (Y_T - y) / S_y \quad (13.9)$$

Donde  $K_y$ , es el área bajo la curva normal de la función Log normal<sup>45</sup> y  $S_y$  es:

$$S_y = Ln(Cv^2 + 1) \quad (13.10)$$

Una vez obtenido el valor e  $Y_t$ , se halla el nuevo caudal ( $X_t$ ) a determinado tiempo de retorno con la ecuación:

$$X_t = Exp(Y_t) \quad (13.11)$$

Y la probabilidad:

$$P_x(X) = \frac{1 - \left(\frac{1}{t}\right) - 1 + k}{k} \quad (13.12)$$

<sup>45</sup> Ver Apéndice A Tabla A.1. APARICIO MIJARES, Francisco Javier. Fundamentos de hidrológica de superficie. México. Editorial Limusa, año 1989, p 284.

Donde k es:

$$k = \frac{D}{N} \quad (13.13)$$

D es el número de frecuencia del valor cero en una serie de registros y N tamaño de la muestra.

La tabla 35, muestra los resultados de la estación La Resaca para periodos de retorno de 2,33, 5 , 10, 25, 50 y 100 años.

**Tabla 35. Resultados de Estación La Resaca para diferentes periodos de Retorno**

T	Px(X)	k	X(Tabla)	y	Sy^2	Tabla 2	Yt	Xt
2,33	0	0,2580	28,91	2,9184	1,3638	0	2,9184	18,5122
5	0,2250	0,2580	50,57	3,4776	1,3638	0	3,4776	32,3820
10	0,6125	0,2580	71,90	3,8295	1,3638	0,39	4,2849	72,6006
25	0,8450	0,2580	84,81	3,9946	1,3638	1,02	5,1858	178,7234
50	0,9225	0,2580	88,92	4,0419	1,3638	1,42	5,7002	298,9547
100	0,9612	0,2580	90,92	4,0642	1,3638	1,77	6,1312	460,0213

Fuente: Los Autores.

## 14. DELIMITACION DE REGIONES HOMOGENEAS

La delimitación de las regiones homogéneas, se realiza a partir de la calificación de las distribuciones de probabilidad descritas en capítulo 12 para cada estación.

La homogeneidad regional fue evaluada teniendo en cuenta, la ubicación de cada estación y las distribuciones de probabilidad que más se ajustaban a ellas. Las regiones homogéneas quedaron distribuidas así:

**Tabla 36. Estaciones Región Homogénea A**

Región y Distribución	Código	Nombre Estación
A. P III	2604702	BOCATOMA 2
	2619703	EL REMOLINO
	2502763	RIO NUEVO
	2502702	EL BANCO
	2502701	GRACIAS A DIOS
	2802704	STA TERESA
	2903708	GAMBOTE
	2903702	CALAMAR
	2906712	FUNDACION
	2906715	GANADERIA CAERIBE
	2809702	PUEBLO BELLO
	2906704	STA ROSALIA
	2803703	PTE SALGUERO
	2802708	CORRAL DE PIEDRA
	2801711	LA MINA
	2803709	PTE CANOAS
	2803706	CANTA CLARO
	2605704	TIMBA
	2502768	MAGANGUE ESPERANZA
	2802703	LAS FLORES

Fuente: Los Autores.

**Tabla 37. Estaciones Región Homogénea B**

Región y Distribución	Código	Nombre Estación
B. P III	2319729	CAFÉ MADRID
	2402706	PTE. ARCO
	2402705	PTE. LLANO
	2402701	SAN GIL
	2403704	GUICAN
	2312702	PTE. ARAUJO
	2319713	PTE. SARDINAS
	2309703	PTO. BERRIO
	2406701	EL TABLAZO
	2616707	IRRA
	2406703	PTE LA PAZ
	2903708	GAMBOTE

Fuente: Los Autores.

**Tabla 38. Estaciones Región Homogénea C**

Región y Distribución	Código	Nombre Estación
C. WAKEBY 5 PARAMETROS	2623702	PENALTA
	2623704	PTO VALDIVIA
	2624703	APAVI
	2624702	LA COQUERA
	2502705	MARGENTO
	2703701	LA ESPERANZA

Fuente: Los Autores.

**Tabla 39. Estaciones Región Homogénea D**

Región y Distribución	Código	Nombre Estación
D. WAKEBY PARAMETROS 5	2612704	CARTAGO
	2613711	LA BANANERA 6-90
	2617703	LA VIRGINIA
	2614705	LA VIRGEN
	2614704	BUENOS AIRES 2
	2612706	LA PAILA
	2615702	EL RETIRO
	2617701	PTE CARRETERA 3
	2619701	CAMPAMENTO
	2618704	QUITASUEÑO
	2618703	SONSON
	2618711	LA PINTADA
	2619702	BRASILIA
	2620708	BOLOMBOLO

Fuente: Los Autores.

**Tabla 40. Estaciones Región Homogénea E**

Región y Distribución	Código	Nombre Estación
<b>E. WAKEBY 5 PARAMETROS</b>	2301703	PTE LOPEZ
	2305701	PTE CARRETERA
	2303701	PUERTO SALGAR
	2306702	COLORADOS
	2123702	ARRANCAPLUMAS

Fuente: Los Autores.

**Tabla 41. Estaciones Región Homogénea F**

Región y Distribución	Código	Nombre Estación
<b>F. PEARSON III</b>	2601708	PALETARA
	2601706	PTE ARAGON
	2601704	PTE CARRETERA 2
	2603701	REMOLINO
	2602710	PTE CARRETERA 6
	2601700	LOMITAS
	2602725	BUENOS AIRES 1
	2605704	TIMBA
	2607706	BUCHITOLO
	2609704	EL VERGEL
	2610713	METEGUADUA
	2612701	EL ALAMBRADO
	2602708	TOTORO

Fuente: Los Autores.

**Tabla 42. Estaciones Región Homogénea G**

Región y Distribución	Código	Nombre Estación
<b>G. PEARSON III</b>	2113701	PURIFICACION 2
	2205701	PIEDRAS DE COBRE
	2206701	PTE ORTEGA
	2121707	PAYANDE
	2119709	DOS MIL
	2119703	LA PLAYA
	2906706	HDA. PUERTO RICO
	2118702	PAVO REAL
	2118703	CUCUNUBA
	2207707	EL BOSQUE CALICHAL
	2120796	PTE PORTILLO

Fuente: Los Autores.

**Tabla 43. Estaciones Región Homogénea H**

Región y Distribución	Código	Nombre Estación
<b>H. GUMBEL EV I</b>	2602724	MALVASA
	2101703	CASACADA SIMON BOLIVAR
	2101702	SAN AGUSTIN
	2101704	SALADO BLANCO
	2103702	SAN MARCOS
	2103701	PTE GARCÉS
	2104701	PTE BALSEADERO
	2604702	BOCATOMA 1
	2105705	VEGA EL SALADO
	2105703	PTE RICAURTE
	2105706	PAICOL
	2111702	PTE MULAS
	2110703	EL CASIL
	2112701	PALERMO
	2112702	EL SOCORRO
	2112703	STA MARIA
	2114701	SAN ALONSO
	2205706	LA MURALLA
	2703701	LA ESPERANZA
	2207703	EL DIAMANTE
	2109707	PTE SANTANDER
	2205704	PALMA LARGA

Fuente: Los Autores.

**Tabla 44. Estaciones Región Homogénea I**

Región y Distribución	Código	Nombre Estación
<b>I. MODELO DE PROBABILIDAD CONDICIONAL (FUNCION DE DISTRIBUCION LOG NORMAL)</b>	2402703	NEMIZAQUE
	2403707	MAGUNCIA
	2403709	SAN RAFAEL
	2403711	LA RESACA
	2403745	EL MOLINO
	2403730	PTE COLONIAL
	2403712	LA VEGA

Fuente: Los Autores.

Con los resultados obtenidos de la calificación y selección de la distribución patrón de cada estación sería muy complejo ajustar a una determinada región su distribución de probabilidad correspondiente; por lo que es necesario determinar qué distribución es la más predominante en la región, acudir a los

resultados de calificación de estaciones y determinar la distribución que a criterio propio se ajusta mejor a dicha región.

El gran inconveniente para determinar las regiones homogéneas de caudales mínimos de la cuenca Magdalena-Cauca es no contar con una cantidad importante de estaciones y longitudes de registros, que permitan mejorar la selección de las distribuciones de probabilidad, como también las correlaciones existentes entre las áreas aferentes de cada estación y los caudales mínimos calculados para diferentes periodos de retorno.

Las regiones homogéneas se determinaron teniendo en cuenta la divisoria de aguas y se muestran en la figura 17.

**Figura 17. Regiones Homogéneas Cuenca Magdalena-Cauca**

## 14.1 SELECCIÓN DE CORRELACION REGIONAL

Para determinar la mejor correlación regional es necesario conocer las áreas aferentes de las estaciones ubicadas en determinada región (ver tabla 45), como también los caudales mínimos calculados para diferentes periodos de retorno, teniendo en cuenta la distribución escogida para cada región.

En este estudio se tienen en cuenta periodos de retorno de 2.33, 5, 10, 25, 50 y 100 años, que sirven para predecir los tiempos de sequía y para modelar un caudal de una región que carezca de información en aforos hidrológicos respectivamente, entre otros. Con una grafica de Área Vs.  $Q_T$  de las estaciones ubicadas en una región determinada, se obtiene para cada periodo de retorno correlaciones de diferentes tendencias, que permiten establecer la ecuación más apropiada para una determinada región.

**Tabla 45. Áreas Aferentes Estaciones cuenca Magdalena-Cauca**

Código	Nombre Estación	Área (m <sup>2</sup> )	Código	Nombre Estación	Área (m <sup>2</sup> )
2101703	CASCADA SIMON BOLIVAR	1062	2906715	GANADERIA CARIBE	705
2101704	SALADO BLANCO	3243	2614704	BUENOS AIRES 1	485
2104701	PTE BALSEADERO	6025	2603701	REMOLINO	163
2109707	PTE SANTANDER	15705	2703701	ESPERANZA LA	14509
2113701	PURIFICACION	26115	2110702	PTE MULAS	678
2123702	ARRANCAPLUMAS	54359	2906706	PTO RICO HDA	957
2303701	PTO SALGAR	56905	2609704	VERGEL EL	117
2502702	BANCO EL	161292	2403709	SAN RAFAEL	347
2903702	CALAMAR	257438	2403711	RESACA LA	557
2502705	MARGENTO	42404	2403745	MOLINO EL	54
2612706	LA PAILA	140	2617701	PTE CARRETERA	145
2502727	FLORES LAS	56491	2803709	PTE CANOAS	10080
2101702	SAN AGUSTIN	553	2207707	EL BOSQUE CALICHAL	725
2601706	PTE ARAGON	237	2623702	PENALTA	177
2601707	LOMITAS	73	2103702	SAN MARCOS	512
2616707	IRRA	25472	2402704	PTE. CABRA	162
2617703	VIRGINIA LA	22814	2105703	PTE RICAURTE	1660
2620708	BOLOMBOLO	32162	2105705	VEGA EL SALADO	1171
2623704	PTO VALDIVIA	37966	2105706	PAICOL	4330
2624702	COQUERA LA	41699	2108705	BOCATOMA	381
2624703	APAVI	38807	2112702	SOCORRO EL	255
2319729	CAFE MADRID	1248	2402705	PTE LLANO	199
2801711	MINA LA	474	2619701	CAMPAMENTO	607
2602725	BUENOS AIRES	168	2619703	REMOLINO EL	1450
2614705	VIRGEN LA	439	2402706	PTE. ARCO	118
2619702	BRASILIA	859	2112703	STA MARIA	94
2604702	BOCATOMA	906	2618704	QUITASUENO	1035
2801708	CORRAL DE PIEDRA	203	2402703	NEMIZAQUE	596
2605704	TIMBA	406	2906712	FUNDACION	992



2612701	ALAMBRADO EL	1399	2802704	SANTA TERESA	120
2305701	PTE CARRETERA 1	960	2602708	TOTORO	58
2402701	SAN GIL	1849	2802703	FLORES LAS	373
2618703	SONSON	56	2906704	SANTA ROSALIA	55
2403704	GUICAN	138	2403707	MAGUNCIA	150
2119703	PLAYA LA	1259	2306702	COLORADOS	3045
2205701	PIEDRAS DE COBRE	7009	2502708	GRACIAS A DIOS	425
2406703	PTE LA PAZ	21513	2601704	PTE CARRETERA 2	57
2406701	EL TABLAZO	20155	2502768	MAGANGUE- ESPERANZA	246771
2602724	MALVASA	129	2602720	PTE CARRETERA	241
2607706	BUCHITOLO	231	2601708	PALETARA	54
2615702	RETIRO EL	1039	2206701	PTE ORTEGA	252
2803703	PTE SALGUERO	3754	2403730	PTE COLONIAL	47
2602710	PTE. CARRETERA 6	302	2312702	PTO. ARAUJO	5300
2103701	PTE GARCES	1082	2205704	PALMA LARGA	5664
2205706	LA MURALLA	3713	2319713	PTE SARDINAS	128
2214701	SAN ALFONSO	2446	2612704	CARTAGO	2736
2618711	LA PINTADA	27452	2610713	MATEGUADUA	841
2120796	PTE. PORTILLO	5544	2118703	CUCUNUBA	342
2121707	PAYANDE	1516	2301702	BOCATOMA	14
2804702	PUEBLO BELLO	35	2301703	PTE LOPEZ	1082
2803706	CANTA CLARO	169	2207703	EL DIAMANTE	374
2613711	BANANERA LA 6-909	263	2110703	CASIL EL	325
2403712	VEGA LA	287	2502763	RIONUEVO	163542
2118702	PAVO REAL	188	2112701	PALERMO	357

Fuente: Base de Datos IDEAM

#### **Ejemplo 14.1.1 Graficas de Área Vs. $Q_T$ Región H:**

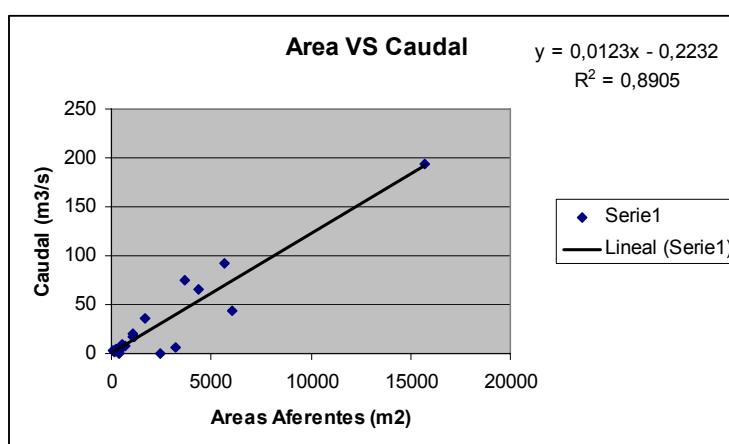
En la región H, existen seleccionadas 22 estaciones, y se determinó que la distribución de densidad de probabilidad regional es la Distribución de Gumbel de dos parámetros. Luego, se asignó al área aferente de la estación y el caudal mínimo estimado para los siguientes periodos de retorno 2.33, 5, 10, 25, 50 y 100 años. A continuación, se presenta la tabla 46 con los caudales y su correspondiente área y más adelante las graficas del Área Vs.  $Q_T$ .

**Tabla 46. Áreas Aferentes y Caudales Mínimos para Periodos de Retorno de 2.33, 5, 10, 25, 50 y 100 años Región H**

Área (m <sup>2</sup> )	Q (2,33 Años)	Q (5 Años)	Q (10 Años)	Q (25 Años)	Q (50 Años)	Q (100 Años)
129	0,954235584	1,116813727	1,207329912	1,291995872	1,341284757	1,382512057
1062	19,81344938	21,93326025	23,11347543	24,21741117	24,86007515	25,39762635
553	6,911881646	7,810707514	8,31113326	8,779215583	9,05171301	9,279641329
3243	6,911881646	7,810707514	8,31113326	8,779215583	9,05171301	9,279641329
512	9,83562122	10,64406864	11,09417573	11,51519159	11,76028895	11,96529869
1082	16,99834339	18,75316596	19,73017211	20,64403257	21,17604289	21,62103872
6025	44,25422819	49,2747132	52,06989306	54,68441537	56,20647798	57,47959523
381	1,504150354	1,676541904	1,772521752	1,862298248	1,914562268	1,958278096
1171	17,13621419	19,12012268	20,22467355	21,25783529	21,85929768	22,36238615
1660	35,58940547	39,58386165	41,80779489	43,88799128	45,09899229	46,11192452
4330	66,30260694	73,06314108	76,82710189	80,34779109	82,39738515	84,11175191
678	7,44781823	8,574166043	9,201265758	9,787834881	10,12931023	10,4149346
325	2,677515636	2,994167541	3,170465055	3,335368141	3,431367636	3,511665655
357	0,486677851	0,628570613	0,707570111	0,781463727	0,824481417	0,860463224
255	4,50906415	4,883140028	5,091408623	5,286216441	5,399625187	5,494485036
94	3,513506165	3,965955831	4,21785942	4,453482024	4,590651385	4,705385613
2446	0	0	0	0	0	0
3713	74,48214089	84,97217068	90,81254664	96,27544851	99,45571538	102,1158245
876	312,502191	360,4905385	387,2082883	412,1992215	426,7478695	438,9169713
374	1,423973645	1,687022549	1,833476327	1,970464532	2,050213182	2,11691831
15705	194,5214063	213,2085846	223,6127636	233,3445016	239,0099015	243,7486805
5664	91,72019127	103,5546495	110,1435426	116,3065837	119,8944415	122,8954768

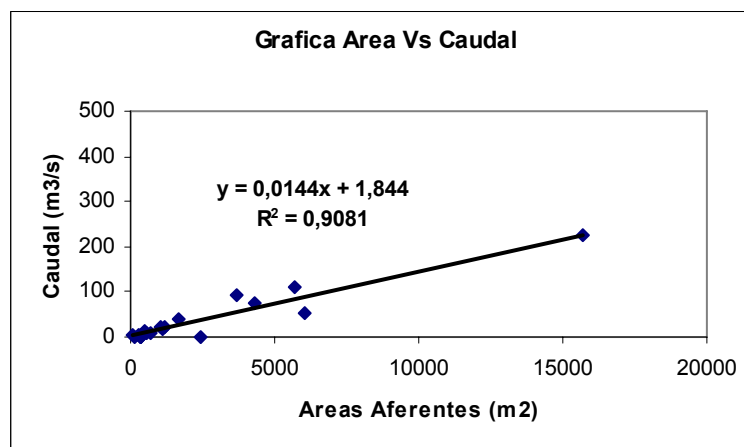
Fuente: Los Autores.

**Figura 18. Área vs. Caudal Mínimo estimado  $Q_T = 2,33$  años**



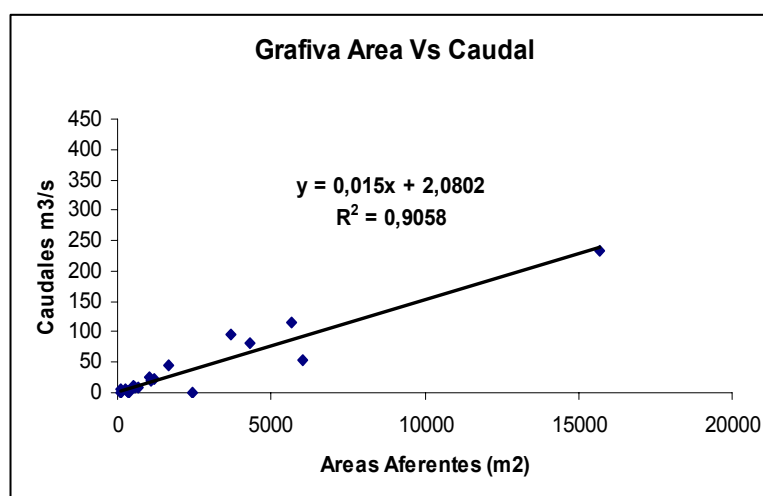
Fuente: Los Autores.

**Figura 19. Área vs. Caudal Mínimo estimado  $Q_T = 5$  años**



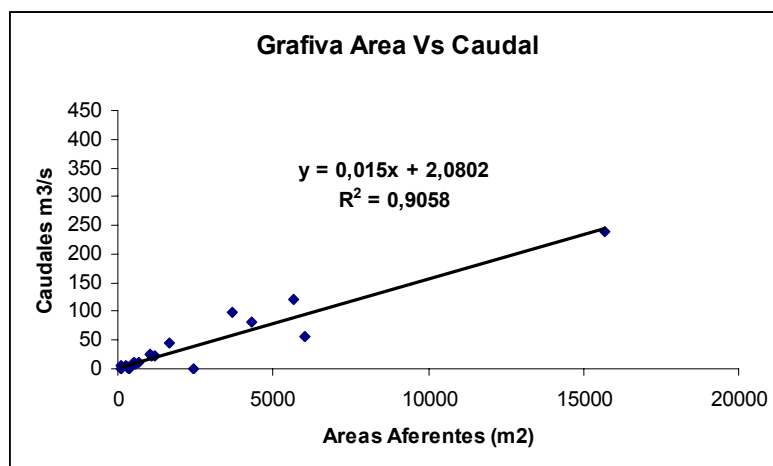
Fuente: Los Autores.

**Figura 20. Área vs. Caudal Mínimo estimado para  $Q_T = 10$  años**



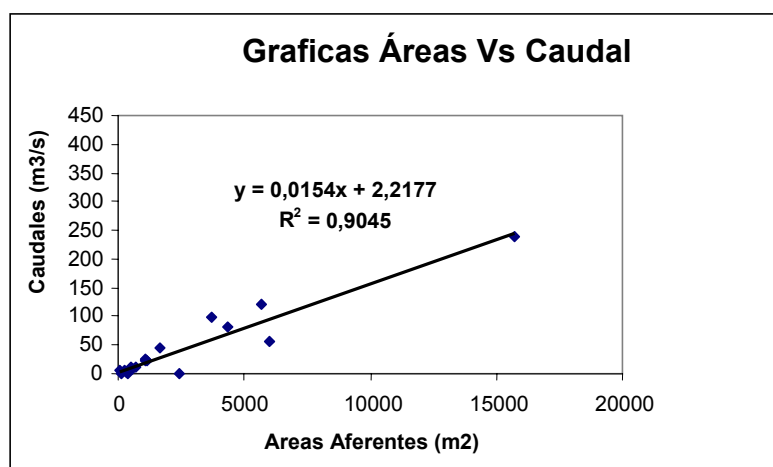
Fuente: Los Autores.

**Figura 21. Área vs. Caudal Mínimo estimado para  $Q_T = 25$  años**



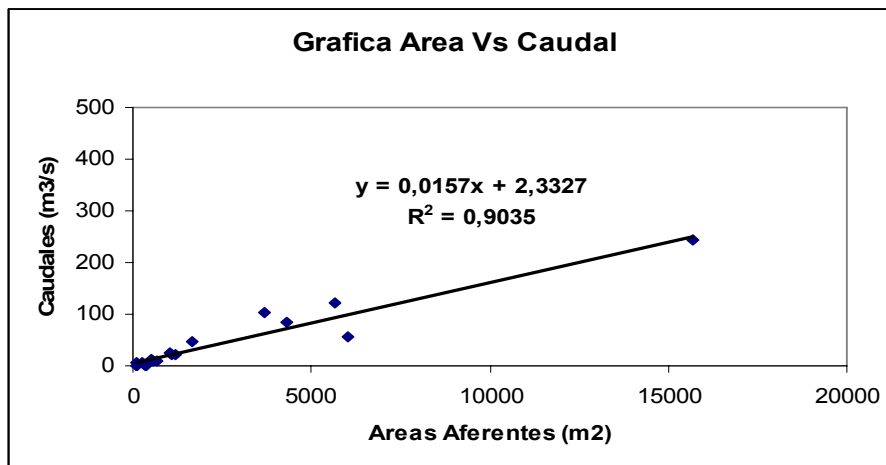
Fuente: Los Autores.

**Figura 22. Área vs. Caudal Mínimo estimado Grafica para  $Q_T = 50$  años**



Fuente: Los Autores.

**Figura 23. Área vs. Caudal Mínimo estimado Caudales para  $Q_T = 100$  años**



Fuente: Los Autores.

En la graficación de las áreas aferentes y el caudal correspondiente a cada una de las estaciones que conforman las diferentes regiones homogéneas, encontramos que algunas de las estaciones, así hayan pasado las pruebas de selección de distribuciones, presentan un comportamiento anómalo debido a la caracterización propia de cada subcuenca, como los son factores hidrometeorológicos: precipitación, evapotranspiración, capacidad de infiltración, escorrentía, entre otros.

Al aplicar las diferentes distribuciones seleccionadas para el cálculo de los caudales de retorno de las estaciones donde sus características no son estrictamente similares, presentan un rendimiento hídrico ( $Q/A$ ) muy por encima o muy por debajo de las cuencas restantes, la cual desvían la media a cada extremo y como consecuencia, el coeficiente de correlación graficada se hace menor del coeficiente para aceptar la linealidad de la curva de  $Q/A$ .

El valor del rendimiento hídrico de algunas estaciones de la cuenca Magdalena-Cauca que más predomina en el estudio de frecuencias para caudales mínimos es muy bajo, siendo descartadas hasta el punto en que los resultados de caudales de periodos de retorno son negativos; éstos son tomados como caudales cero, dificultando la graficación de unas zonas homogéneas.

En la realización de las graficas para dichas zonas encontramos que se limita el estudio por la razones anteriormente mencionadas, obteniendo como resultado, 13 ecuaciones para la regionalización de zonas específicas, como lo son las de las zonas D, F, G y H, teniendo más éxito para periodos de retorno más cortos.

Las ecuaciones de correlación entre el caudal para cada periodo de retorno y el área aferente y los coeficientes de correlación, se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla 47. Ecuaciones y Coeficientes de Correlación para Periodos de Retorno de 2,33, 5, 10, 25, 50 y 100 años Región Homogénea D**

<b>D. Wakeby 5</b>	<b>Ecuación</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
Q 2,33	$Y=0,0012A + 6,6934$	0,7565
Q 5	$Y=0,0005A + 3,1636$	0,7605

Fuente: Los Autores.

**Tabla 48. Ecuaciones y Coeficientes de Correlación para Periodos de Retorno de 2,33, 5, 10, 25, 50 y 100 años Región Homogénea F**

<b>F. Pearson III</b>	<b>Ecuación</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
Q 2,33	$Y=0,0206A - 1,8245$	0,8328
Q 5	$Y=,0192A - 1,7629$	0,8239
Q 10	$Y=0,0105A - 1,1829$	0,7955
Q 25	$Y=0,0056A - 0,2441$	0,8071

Fuente: Los Autores.

**Tabla 49. Ecuaciones y Coeficientes de Correlación para Periodos de Retorno de 2,33, 5, 10, 25, 50 y 100 años Región Homogénea G**

<b>G. Pearson III</b>	<b>Ecuación</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
Q 2,33	$Y=,0361A - 5,5811$	0,9145

Fuente: Los Autores.

**Tabla 50. Ecuaciones y Coeficientes de Correlación para Periodos de Retorno de 2,33, 5, 10, 25, 50 y 100 años Región Homogénea H**

<b>H. Gumbel (EVI)</b>	<b>Ecuación</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
Q 2,33	$Y=0.0123 A - 0.2232$	0,8905
Q 5	$Y=0.0137 A + 1,5914$	0,9106
Q 10	$Y=0,0144A + 1,844$	0,9081
Q 25	$Y=,015A + 2,0802$	0,9058
Q 50	$Y=,0154A + 2,2177$	0,9045
Q 100	$Y=,0157A + 2,3327$	0,9035

Fuente: Los Autores.

Se considera en la teoría que un coeficiente de correlación mayor a 0.6000 es aceptable. Como se observa en la tabla anterior, éstas zonas son las que poseen un coeficiente de correlación bueno, que quizás manifiesta para las zonas restantes, que la distribución de probabilidad escogida para esa región no es la más apropiada o simplemente por la falta de estaciones en la zona, que posibilitaría tener más criterio de selección de las funciones de distribución de densidad de probabilidad.

Con las ecuaciones escogidas para cada región y para cada periodo de retorno, con sólo ingresar el área aferente de la estación o de la cuenca, es posible calcular los caudales mínimos para una estación determinada que no posea datos, que su longitud de registro sea muy corta o para cuencas que no tengan estaciones medidoras de caudal, lógicamente ubicadas en las regiones homogéneas determinadas anteriormente en la cuenca Magdalena-Cauca.

## 15. CONCLUSIONES

1. Colombia, considerado un país potencia en recursos hídricos, posee una extensa red de estaciones hidrométricas encargadas de la medición y monitoreo de variables meteorológicas, además de los comportamientos de las fuentes hídricas con los aforos de caudales durante todo el año. La cuenca Magdalena-Cauca, como la cuenca más extensa del territorio colombiano, tiene algunos sitios en los que no se cuenta con una estación hidrológica. Si el lugar la posee, utilizan periodos de registros relativamente cortos, que dificultan la selección de éstas estaciones en estudios sobre análisis de frecuencia de caudales mínimos en Colombia basados en métodos estadísticos para mejorar o simular resultados acordes a la realidad de los comportamientos hídricos sobre la cuenca.

2. En la toma de datos, existen factores que alteran un registro de caudal, ya sea por fallas de equipos medidores, tecnologías obsoletas o errores humanos, mostrando una inconsistencia significativa en las pruebas de homogeneidad, estacionaridad e independencia, que fueron determinantes para la realización del estudio, las cuales proporcionaron datos erróneos que desviaron las series de caudales mínimos de las estaciones estudiadas y provocaron datos dudosos que crearon incertidumbre sobre la metodología escogida para el estudio y para la toma de decisiones definitiva en el análisis de frecuencias de caudales mínimos.

3. La presencia de puntos extremos superiores o inferiores (outliers) en la serie de caudales mínimos de la cuenca Magdalena-Cauca fueron probablemente originados por errores de captación de la toma de muestra o por fenómenos naturales y por consiguiente, presentaron inconvenientes en la aplicación de los métodos estadísticos de frecuencias de mínimos, incluyendo la regionalización de las áreas homogéneas para los caudales mínimos que generaron ciertas dudas en la inclusión o descarte de datos o estaciones seleccionadas, y el no poseer un criterio más aceptable sobre el comportamiento de los métodos estadísticos.

4. Para la selección de funciones de distribución de probabilidad que se ajustaron más al comportamiento hídrico de las estaciones de la cuenca, se utilizaron, según la amplia experiencia de los diferentes estudios hidrológicos, pruebas de bondad de ajuste, que presentan una metodología de soporte aritmético y proporcionan un criterio más preciso en la selección. La prueba de bondad de ajuste que obtuvo mejores resultados fue la de Kolmogorov-Smirnov.



5. La cuenca Magdalena-Cauca por su gran extensión a lo largo y ancho del territorio nacional posee un régimen de caudales diferentes y según los resultados de la calificación y criterios de selección de las funciones utilizadas para el estudio, las funciones de Pearson de tres parámetros y Gumbel para mínimos (EVI), son las distribuciones de mejor ajuste en el análisis de frecuencia de caudales mínimos para estaciones de no ceros o no intermitentes. Para las estaciones intermitentes a las cuales se les realizó tratamiento de ceros, el método de la probabilidad total distribuido lognormalmente, fue el de mejor ajuste para este análisis.

6. El método de momentos convencionales para las distribuciones LogNormal 3-parámetros, Pearson III y Gumbel (EVI), obtuvo buenos resultados y además, se corroboró porqué es la más utilizada en el análisis de frecuencias de caudales mínimos y especialmente, para la cuenca Magdalena-Cauca. Para la distribución Wakeby de 5 parámetros, el mejor método es el de los Momentos de Probabilidad Ponderada, debido a que los parámetros de dicha distribución se obtienen linealmente y sin la incertidumbre que acompaña al método de momentos, que es susceptible al tamaño de la muestra y por consiguiente, posibilita la aplicación de ésta distribución a series de registros de caudales de longitud menor.

7. El método de momentos convencionales utiliza coeficientes que determinan algunos de los parámetros utilizados para cada distribución como, el Coeficiente de Variación, el Coeficiente de Asimetría y el Coeficiente de Curtosis, los cuales presentaron varios valores negativos debido a la naturaleza del registro o por la presencia de outliers. Algunas distribuciones de probabilidad no trabajan con valores negativos en el coeficiente de Asimetría, como el caso de la distribución LogNormal y LogNormal 3-parámetros, lo que generó dificultades en la determinación de dichas probabilidades y limitación en las condiciones de selección.

8. La identificación de las regiones homogéneas en la cuenca del Magdalena-Cauca se realizó teniendo en cuenta una gran cantidad de estaciones por región, con una longitud de registros entre 20 y 33 años, lo cual puede ser un factor limitante en los resultados esperados de la regionalización de caudales mínimos. Para la cuenca Magdalena-Cauca, se identificaron 9 regiones homogéneas, determinadas mediante las distribuciones de probabilidad más predominantes en cada una.

9. En la obtención de los nuevos caudales mínimos mediante las ecuaciones de función de la distribución escogida, se obtuvo que una gran parte de las estaciones en estudio, presentaban un caudal negativo, lo cual se asumió como cero. Esto puede significar periodos de sequía más severos hacia el futuro, reducción de caudales en la cuenca a corto o largo plazo o simplemente, la desaparición del cuerpo de agua, imposibilitando la obtención de las ecuaciones necesarias para la estimación de los caudales de las estaciones que no poseen red hidrológica.

10. La regionalización y la obtención de las ecuaciones de correlación entre el caudal a diferentes periodos de retorno y el área aferente, indican que las distribuciones de probabilidad escogidas para las diferentes regiones se ajustan favorablemente a las series de registros de caudales mínimos y abren la posibilidad de calcular caudales mínimos en las estaciones que carezcan de registros o en la zonas con difícil acceso, que estén ubicadas dentro de la región homogénea, para lograr un planeamiento adecuado del recurso hídrico.

11. Las ecuaciones de correlación regional obtenidas y los coeficientes de correlación pertenecientes a la cuenca Magdalena-Cauca son los siguientes:

<b>D. Wakeby 5</b>	<b>Ecuación</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
Q 2,33	$Y=0,0012A + 6,6934$	0,7565
Q 5	$Y=0,0005A + 3,1636$	0,7605

<b>F. Pearson III</b>	<b>Ecuación</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
Q 2,33	$Y=0,0206A - 1,8245$	0,8328
Q 5	$Y=,0192A - 1,7629$	0,8239
Q 10	$Y=0,0105A - 1,1829$	0,7955
Q 25	$Y=0,0056A - 0,2441$	0,8071

<b>G. Pearson III</b>	<b>Ecuación</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
Q 2,33	$Y=,0361A - 5,5811$	0,9145

H. Gumbel (EVI)	Ecuación	R <sup>2</sup>
Q 2,33	$Y=0.0123 A - 0.2232$	0,8905
Q 5	$Y=0.0137 A + 1,5914$	0,9106
Q 10	$Y=0,0144A + 1,844$	0,9081
Q 25	$Y=,015A + 2,0802$	0,9058
Q 50	$Y=,0154A + 2,2177$	0,9045
Q 100	$Y=,0157A + 2,3327$	0,9035

## **16. RECOMENDACIONES**

1. Se recomienda tanto el mantenimiento periódico de la Red de Estaciones Hidrológicas del país como de la capacitación del personal encargado de la recopilación de la información, para optimizar la obtención de resultados confiables para el análisis y la aplicación de los métodos estadísticos.
2. Se recomienda la separación de los registros de caudales correspondientes a años Niño. Si no es posible la separación de dichos registros debido a la corta longitud de las series disponibles, se debe considerar, para la selección de los mínimos anuales, el año hidrológico comprendido entre junio y mayo del año siguiente, que es el periodo en el cual se desarrolla la fase extrema del evento El Niño.
3. Se recomienda la continuidad del trabajo desarrollado por el IDEAM y CORMAGDALENA y el IDEAM-UNIVERSIDAD DE LA SALLE, para el manejo adecuado de los recursos hídricos de la cuenca Magdalena-Cauca, por medio de los trabajos presentados, como la regionalización de los caudales máximos y mínimos por métodos estadísticos de la cuenca Magdalena-Cauca, por estudiantes de la Universidad de La Salle.

## BIBLIOGRAFÍA

ABURREA, Jesús y CEBRIÁN, Ana Carmen. Distribución de la Sequía más severa en un intervalo de tiempo dado. Departamento de Métodos Estadísticos, Universidad de Zaragoza. España. p. 125-133.

APARICIO MIJARES, Francisco Javier. Fundamentos de Hidrología de Superficie. México: Editorial Limusa, 1989.

ARBELÁEZ, Ana Cecilia y CASTRO, Lina Mabel. Racionalización de caudales mínimos en una región del departamento del Cauca Colombia, utilizando la distribución Wakeby. En: Avances en Recursos Hidráulicos. Medellín. ISSN 01215701. Número 11; Septiembre de 2004; 161-173.

CAMPOS ARANDA, Daniel F. Contraste de dos procedimientos de ajuste de la Distribución Wakeby en la Modelación Probabilística de Crecientes. En: Agrociencia. México. Universidad Autónoma de San Luis Potosí. Facultad de Ingeniería. Vol. 35, No. 4 (jul. – ago. 2001).

COLOMBIA. MINISTERIO DE MEDIO AMBIENTE, VIVIENDA Y DESARROLLO TERRITORIAL. Resolución 865 de 2004: Adopción de la metodología para el cálculo de índice de escasez para aguas superficiales, (IES).

CORMAGDALENA-UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA. Convenio interadministrativo No. 000055. Unidad Técnica POMIM-Primera Fase. Facultad de Ciencias Humanas. Documento final de síntesis de caracterización de la cuenca del río grande de La Magdalena. Bogotá D.C., Febrero de 2002.

Disponible en Internet:

[http://www.parquesnacionales.gov.co/tesauroambiental/C/CAUDAL ECOLÓGICO.htm](http://www.parquesnacionales.gov.co/tesauroambiental/C/CAUDAL%20ECOLÓGICO.htm)

[http://www.parquesnacionales.gov.co/tesauroambiental/C/CUENCAS HIDROGRÁFICAS.htm](http://www.parquesnacionales.gov.co/tesauroambiental/C/CUENCAS%20HIDROGRÁFICAS.htm)

<http://tierra.rediris.es/hidrored/ebooks/sequia/cap09.html>

<http://web.frm.utn.edu.ar/estadistica>

<http://www.ideam.gov.co/series/index4.htm>

DEPETTRIS, Carlos A. y PILAR, Jorge V. Estudio de Curvas IDF para el Area Metropolitana de Gran Resistencia. Universidad Nacional del Nordeste. Departamento de Hidráulica, Facultad de Ingeniería. Argentina. p. 1-4.

DURRANS, Rocky *et al.* Treatment of zeroes in tail modeling of low flows. En: Journal of Hydrologic Engineering: Vol. 4, No. 1 (jan 1999); p. 19-27.

HAAN, Charles T. Statistical Methods in Hydrology. Iowa State University Press/Ames. Iowa, 1977. p. 146-148.

IDEAM. Base de datos de la estaciones de la cuenca Magdalena-Cauca. Fecha Proceso: 28 de Enero de 2005.

IDEAM-CORMAGDALENA. Convenio 003 de 1999. Resumen Ejecutivo de Estudio Ambiental de la Cuenca Magdalena-Cauca y Elementos para su ordenamiento territorial. Bogotá, D.C., noviembre de 2001.

IDEAM-CORMAGDALENA. Estudio Ambiental de la Cuenca Magdalena-Cauca y elementos para su Ordenamiento Territorial. Bogotá, D. C., noviembre de 2001. Tomo: Aspectos Poblacionales.

INSTITUTO DE HIDROLOGÍA, METEOROLOGÍA Y ESTUDIOS AMBIENTALES, IDEAM. Efectos Naturales y Socioeconómicos del Fenómeno El Niño en Colombia. Bogotá, D. C., marzo de 2002. p. 7-54. <http://www.ideam.gov.co/fenomenonino/DOCUMENTOELNINO.pdf>.

IDEAM-CORMAGDALENA. Macrozonificación de la Cuenca Magdalena-Cauca, p. 27-30.

KROLL, Charles N. and VOGEL, Richard M. Probability Distribution of Low Streamflow Series in the United States. En: Journal of Hydrologic Engineering. Vol. 7, No. 2 (mar 2002); p. 1-10

MAIDMENT R. Handbook of Hydrology. McGrawHill, 1993.

MARTINEZ DÍAZ, Daniel Francisco. Identificación de modelos estadísticos para la regionalización de caudales máximos de la cuenca Magdalena-Cauca. Bogotá, D. C., 2005, 138 p. Trabajo de Grado (ingeniero Ambiental y Sanitario). Universidad de la Salle. Facultad de Ingeniería Ambiental y Sanitaria. Área de Hidrología.

MILOS, Tichy y BENTLEY, Simon. Orientación del IPCC sobre las buenas prácticas y la gestión en la incertidumbre en los inventarios nacionales de gases de efectos de invernadero. Anexo 3: Glosario. p. A3.1-A3.23.

POVEDA JARAMILLO, Germán *et al.* Estimación de Caudales Mínimos para Colombia mediante Regionalización y Aplicación de la curva de Recesión de Caudales. Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos. Facultad de Minas. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2001. 12 p.

UNESCO. Concepts in Probability Statistics and Stochastic Modeling. Chapter VII. p. 1-78.