

1-1-2001

Aplicación de modelos dinámicos en sistemas de distribución

Diego Federico Torrado Briceño
Universidad de La Salle, Bogotá

Follow this and additional works at: https://ciencia.lasalle.edu.co/ing_electrica

Citación recomendada

Torrado Briceño, D. F. (2001). Aplicación de modelos dinámicos en sistemas de distribución. Retrieved from https://ciencia.lasalle.edu.co/ing_electrica/423

This Trabajo de grado - Pregrado is brought to you for free and open access by the Facultad de Ingeniería at Ciencia Unisalle. It has been accepted for inclusion in Ingeniería Eléctrica by an authorized administrator of Ciencia Unisalle. For more information, please contact ciencia@lasalle.edu.co.

**APLICACIÓN DE MODELOS DINÁMICOS EN SISTEMAS
DE DISTRIBUCIÓN**

DIEGO FEDERICO TORRADO BRICEÑO



UNIVERSIDAD DE LA SALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
BOGOTÁ D. C.
2001

APLICACIÓN DE MODELOS DINÁMICOS EN SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN

DIEGO FEDERICO TORRADO BRICEÑO

Proyecto de grado para optar al título de
Ingeniero Electricista

Director

CÉSAR AUGUSTO ROJAS

Ingeniero Eléctrico



UNIVERSIDAD DE LA SALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
BOGOTÁ D. C.
2001

Nota de aceptación

Directo de proyecto

Jurado

Jurado

Bogotá, Noviembre 7 del 2001

UNIVERSIDAD DE LA SALLE

Ni la Universidad, ni el asesor, ni el jurado calificador son responsables de las ideas expuestas por el graduado.

**Agradezco de todo corazón
a Dios, a mis padres, a mis
hermanos, a mi sobrinita,
a mis amigos, a mis perros
y a mi pez.**

CONTENIDO

	Pag.
<u>RESUMEN</u>	1
<u>INTRODUCCIÓN</u>	3
<u>1 CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS</u>	7
<u>1.1 DEFINICIÓN</u>	7
<u>2 SISTEMAS DINÁMICOS</u>	12
<u>2.1 SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES</u>	15
<u>2.1.1 Método de punto fijo</u>	15
<u>2.1.2 Método de Newton-Raphson:</u>	17
<u>2.2 DIAGRAMAS DE BIFURCACIÓN</u>	22
<u>2.2.1 Mapa Logístico</u>	23
<u>2.2.2 Mapa de Mandelbrot Real</u>	27
<u>2.3 BIFURCACIONES</u>	28
<u>2.3.1 Bifurcación transcítica</u>	29
<u>2.3.2 Bifurcación Tangente</u>	29
<u>2.3.3 Bifurcación Horca</u>	30
<u>3 SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN</u>	31
<u>3.1 CONDUCTORES</u>	32
<u>3.2 MODELO DE LÍNEA CORTA</u>	33
<u>3.3 MODELO DE CARGA LINEAL Y NO LINEAL</u>	37
<u>3.4 MODELO DEL TRANSFORMADOR PARA SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN BALANCEADOS</u>	40
<u>3.5 MODELO DE LA COMPENSACIÓN REACTIVA</u>	45
<u>3.6 ECUACIONES DE FLUJO DE CARGA PARA UN SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN RADIAL</u>	48
<u>3.6.1 Unicidad de la solución de flujo de carga para sistemas de potencia de distribución radial</u>	48
<u>3.6.1.1 Caso especial: alimentador principal</u>	49
<u>3.6.1.2 Análisis cualitativo de la solución de flujo de carga.</u>	51
<u>3.6.2 Solución del flujo de carga para un sistema de distribución balanceado por medio de la magnitud del voltaje</u>	54
<u>3.6.3 Solución del flujo de carga para un sistema de distribución balanceado por medio de la magnitud y el ángulo del voltaje</u>	57
<u>3.6.4 Solución del flujo de carga de un sistema desbalanceado</u>	61
<u>4 APLICACIÓN DE ANÁLISIS DINÁMICOS A MODELOS DE DISTRIBUCIÓN</u>	64

<u>5</u>	<u>ANÁLISIS DINÁMICO DEL MODELO DE DISTRIBUCIÓN POR LA MAGNITUD DEL VOLTAJE</u>	70
<u>5.1</u>	<u>ANÁLISIS DINÁMICO CON CARGA LINEAL</u>	73
<u>5.2</u>	<u>ANÁLISIS DINÁMICO CON CARGA NO LINEAL</u>	75
<u>5.3</u>	<u>ANÁLISIS DINÁMICO DEL FACTOR DE POTENCIA</u>	80
<u>5.4</u>	<u>ESTUDIO DEL CALIBRE DEL CONDUCTOR Y SU LONGITUD</u>	86
<u>5.5</u>	<u>ESTUDIO DEL EFECTO DE LA COMPENSACIÓN POR REACTIVOS</u>	93
<u>6</u>	<u>ANÁLISIS DINÁMICO DEL MODELO DE DISTRIBUCIÓN POR LA MAGNITUD Y EL ÁNGULO DEL VOLTAJE</u>	103
<u>6.1</u>	<u>ANÁLISIS DINÁMICO CON CARGA</u>	105
<u>6.2</u>	<u>COMBINACIÓN DE CARGA</u>	107
<u>6.3</u>	<u>COMPARACIÓN DEL SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN MODELADO POR LÍNEA CORTA Y MEDIA</u>	109
<u>6.4</u>	<u>ESTUDIO DEL MODELO DEL TRANSFORMADOR DE DISTRIBUCIÓN PARA UN SISTEMA BALANCEADO</u>	115
<u>6.5</u>	<u>ESTUDIO DE LA DISTANCIA ENTRE CONDUCTORES DE UN SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN</u>	122
	<u>CONCLUSIONES</u>	129
	<u>RECOMENDACIONES</u>	136
	<u>BIBLIOGRAFÍA</u>	137
	<u>ANEXOS</u>	140
<u>Anexo A.</u>	<u>Análisis Dinámico Usando Matlab</u>	140
<u>Anexo B.</u>	<u>Algoritmos de Potencia, Corriente e Impedancia Constante para Sistemas Dinámicos Discretos</u>	145
	<u>Solución con el Modelo de Céspedes</u>	145
	<u>Solución con el Modelo de Cheng y Shirmohanamadi</u>	146
	<u>Solución con el Modelo de Bipuertos Híbrido Inverso</u>	147
<u>Anexo C.</u>	<u>Algoritmo del Voltaje, la Potencia y el Factor de Potencia con el Modelo de Céspedes</u>	149
	<u>Ejemplo de la Variación del Factor de Potencia</u>	150
<u>Anexo D.</u>	<u>Algoritmo del Voltaje, la Potencia y la Longitud con el Modelo de Céspedes</u>	151
<u>Anexo E.</u>	<u>Algoritmo del Voltaje, la Potencia y el Conductor con el Modelo de Céspedes</u>	152
<u>Anexo F.</u>	<u>Algoritmo del Voltaje, la Longitud y el Conductor de la Línea con el Modelo de Céspedes</u>	153
<u>Anexo G.</u>	<u>Algoritmo de la Potencia, la longitud y el Conductor de la Línea con el Modelo de Céspedes</u>	155
<u>Anexo H.</u>	<u>Algoritmo del Voltaje, la Potencia y la Compensación Reactiva con el Modelo de Céspedes</u>	156
	<u>Ejemplo de la Compensación Reactiva para Aumentar el Voltaje</u>	157
<u>Anexo J.</u>	<u>Algoritmo del Voltaje, el Factor de Potencia y la Compensación Reactiva con el Modelo de Céspedes</u>	158
	<u>Ejemplo de la Compensación Reactiva Al Variar el Factor de Potencia</u>	159

<u>Anexo K.</u>	<u>Algoritmo de los Factores de Potencia Inicial y Deseado para una Compensación Reactiva con el Modelo de Céspedes</u>	161
<u>Anexo L.</u>	<u>Algoritmo del Voltaje, la Longitud de la Línea y la Compensación Reactiva con el Modelo de Céspedes</u>	162
<u>Anexo M.</u>	<u>Algoritmo de los Modelos de Línea Corta y Media con los Métodos de Solución Shirmohanamadi y Bipuertos Híbrido Inverso, respectivamente</u>	163
<u>Anexo N.</u>	<u>Algoritmo de la Eficiencia, el Voltaje versus la Potencia de un Transformador</u>	165
<u>Anexo P.</u>	<u>Algoritmo de la Eficiencia, el Voltaje versus la Potencia en por Unidad de los Transformadores construidos a Determinada Temperatura</u>	166
<u>Anexo Q.</u>	<u>Algoritmo de la Distancia Dab versus el Voltaje para un Sistema Conectado en Delta</u>	167
<u>Anexo R.</u>	<u>Algoritmo de la Potencia versus el Voltaje para un Sistema Conectado en Delta</u>	168
<u>Anexo S.</u>	<u>Algoritmo de la Distancia Dac versus el Voltaje para un Sistema Conectado en Delta</u>	169

Lista de Figuras

<u>Figura 1. Iteración Gráfica de la Solución de la Ecuación de Céspedes por el Método de Punto Fijo.</u>	17
<u>Figura 2. Raíces de la Función de Céspedes.</u>	19
<u>Figura 3. Iteración Gráfica de la Solución de la Ecuación de Céspedes por el Método de Newton Raphson (a) $a_{10}=-1.5$ (b) $a_{20}=-0.5$ (c) $a_{30}=0.5$ (d) $a_{40}=1.5$</u>	21
<u>Figura 4. Ecuación Logística con $x_0=0.4$, $m=0.95$.</u>	24
<u>Figura 5. Ecuación Logística con $x_0=0.06$, $m=1.4$.</u>	25
<u>Figura 6. Ecuación Logística con $x_0=0.06$, $m=3.4$.</u>	25
<u>Figura 7. Ecuación Logística con $x_0=0.06$, $m=3.75$.</u>	26
<u>Figura 8. Diagrama de Bifurcación del Mapa Logístico.</u>	26
<u>Figura 9. Diagrama de Bifurcación del Mapa de Mandelbrot.</u>	28
<u>Figura 10. Croquis de una Bifurcación Transcrítica en el Mapa Logístico $x_{n+1}=mx_n(1-x_n)$.</u>	29
<u>Figura 11. Croquis de una Bifurcación Tangente Simple, Mapa de Mandelbrot real $x_{n+1}=x_n^2+c$</u>	29
<u>Figura 12. Croquis de una Bifurcación Horca, Mapa Cúbico $x_{n+1}=x_n+mx_n-x_n^3$</u>	30
<u>Figura 13. Configuración Geométrica de los Conductores</u>	34
<u>Figura 14. Modelo de Línea Corta.</u>	35
<u>Figura 15. Impedancia de la Línea de un Sistema Conectado en Delta</u>	36
<u>Figura 16. Impedancia de la Línea de un Sistema Conectado en Estrella</u>	37
<u>Figura 17. Modelo del Transformador.</u>	40
<u>Figura 18. Prueba de Cortocircuito</u>	41
<u>Figura 19. Parámetros Referidos a Baja Tensión</u>	42
<u>Figura 20. Grupo de Conexiones de los Capacitores</u>	46
<u>Figura 21. Equivalente de Inyecciones de Corriente de la Y Aterrizada.</u>	47
<u>Figura 22. Caso Especial: Alimentador Principal</u>	49
<u>Figura 23. Esquema del Análisis Cualitativo de la Solución de Flujo de Carga</u>	51
<u>Figura 24. Modelo de Línea Trifásico Balanceado</u>	54
<u>Figura 25. Sistema de Distribución Típico Dividido por Niveles.</u>	58
<u>Figura 26. Sistema de Distribución Radial.</u>	59
<u>Figura 27. Corte de los Nodos de Ramas</u>	61
<u>Figura 28. Variables del Sistema de Distribución</u>	67
<u>Figura 29. Diagramas de Bifurcación Potencia Constante con el Modelo de Céspedes</u>	74
<u>Figura 30. Diagramas de Bifurcación Corriente Constante con el Modelo de Céspedes</u>	77
<u>Figura 31. Diagramas de Bifurcación Impedancia Constante con el Modelo de Céspedes¹.</u>	78

¹ El símbolo  denota que el código fuente del algoritmo se encuentra en la sección de anexos.

<u>Figura 32. Diagramas de Bifurcación Potencia, Corriente e Impedancia Constante con el Modelo de Céspedes</u>	79
<u>Figura 33. Diagrama de Bifurcación de la Potencia vs. Voltaje en el Recibo con Diferentes Factores de Potencia</u>	80
<u>Figura 34. Gráficas del Voltaje, la Potencia y el Factor de Potencia con el Modelo de Céspedes</u>	82
<u>Figura 35. Relación del Factor de Potencia vs. la Potencia Aparente.</u>	83
<u>Figura 36. Relación del Factor de Potencia vs. el Voltaje del Recibo</u>	84
<u>Figura 37. Gráficas del Voltaje, la Potencia y la Longitud con el Modelo de Céspedes</u>	87
<u>Figura 38. Gráficas del Voltaje, la Potencia y el Conductor con el Modelo de Céspedes</u>	89
<u>Figura 39. Gráficas del Voltaje, la Longitud y el Conductor de la Línea con el Modelo de Céspedes</u>	90
<u>Figura 40. Gráficas de la Potencia, la longitud y el Conductor de la Línea con el Modelo de Céspedes</u>	91
<u>Figura 41. Gráficas del Voltaje, la Potencia y la Compensación Reactiva con el Modelo de Céspedes</u>	95
<u>Figura 42. Gráficas del Voltaje, el Factor de Potencia y la Compensación Reactiva con el Modelo de Céspedes</u>	97
<u>Figura 43. Diagrama de Bifurcación de los Factores de Potencia Inicial y Deseado para una Compensación Reactiva con el Modelo de Céspedes</u>	99
<u>Figura 44. Gráficas del Voltaje, la Longitud de la Línea y la Compensación Reactiva con una Potencia Aparente de 5 MVA con el Modelo de Céspedes.</u>	101
<u>Figura 45. Gráficas del Voltaje, la Longitud de la Línea y la Compensación Reactiva con una Potencia Aparente de 3 MVA con el Modelo de Céspedes</u>	102
<u>Figura 46. Diagramas de Bifurcación de los Modelos de Céspedes y Shirmohanamadi con Potencia Constante.</u>	105
<u>Figura 47. Diagramas de Bifurcación de los Modelos de Céspedes y Shirmohanamadi con Corriente Constante.</u>	106
<u>Figura 48. Diagramas de Bifurcación de los Modelos de Céspedes y Shirmohanamadi con Impedancia Constante.</u>	107
<u>Figura 49. Diagramas de Bifurcación de los Modelos Compuesto y Potencia Constante, Utilizando el Modelo de Shirmohanamadi.</u>	108
<u>Figura 50. Diagramas de Bifurcación de los Modelos Compuesto y Potencia Constante, Utilizando el Modelo de Shirmohanamadi.</u>	109
<u>Figura 51. Modelo de Línea Media Circuito p</u>	110
<u>Figura 52. Diagramas de Bifurcación de los Modelos de Línea Corta y Media con los Métodos de Solución Shirmohanamadi y bipuerto Híbrido Inverso, respectivamente</u>	113
<u>Figura 53. Diagramas de Bifurcación de la Eficiencia, el Voltaje versus la Potencia de un Transformador de 112.5 kVA</u>	117
<u>Figura 54. Diagramas de Bifurcación de la eficiencia, el Voltaje versus la Potencia de un Transformador de 45 kVA.</u>	119

<u><i>Figura 55. Diagramas de Bifurcación de la Eficiencia, el Voltaje versus la Potencia en por Unidad de los Transformadores contruidos a 150 °C</i></u>	121
<u><i>Figura 56. Distribución de los Conductores y Conexión a la Carga en Media Tensión.</i></u>	123
<u><i>Figura 57. Diagrama de Bifurcación de la Distancia D_{ab} versus el Voltaje para un Sistema Conectado en Delta</i></u>	125
<u><i>Figura 58. Diagrama de Bifurcación de la Potencia versus el Voltaje para un Sistema Conectado en Delta</i></u>	126
<u><i>Figura 59. Diagrama de Bifurcación de la Distancia D_{ac} versus el Voltaje para una Carga de $S_{rac}=S_{rcb}=S_{rba}= 5 \text{ MVA}$</i></u>	128

Lista de Tablas

<u>Tabla 1. Iteraciones con el Método de Punto Fijo de la Ecuación de Céspedes</u>	17
<u>Tabla 2. Iteraciones con el Método de Newton Raphson de la Ecuación de Céspedes</u>	22
<u>Tabla 3. Características de los Conductores ASCR.</u>	33
<u>Tabla 4. Características del Modelo de Línea Corta</u>	35
<u>Tabla 5. Representación de los Componentes del Modelo ZIP</u>	38
<u>Tabla 6. Impedancia de Transformadores 12 kV / 208 / 120 V para una Temperatura de Operación 150 °C</u>	44
<u>Tabla 7. Impedancia de Transformadores 12 kV / 208 / 120 V para una Temperatura de Operación 115 °C</u>	44
<u>Tabla 8. Impedancia de Transformadores 12 kV / 208 / 120 V para una Temperatura de Operación 80 °C</u>	45
<u>Tabla 9. Caracterización de los Modelos Dinámicos Discretos del Sistema de Distribución.</u>	65
<u>Tabla 10. Límites de las Variables del Modelo</u>	68
<u>Tabla 11. Datos de la Potencia Máxima a Transmitir con una Tensión de 10.26 kV para diferentes longitudes y Conductores de Línea.</u>	92
<u>Tabla 12. Porcentaje de Potencia entre dos Conductores</u>	93
<u>Tabla 13. Diferencias del Voltaje y la Potencia Reactiva de Envío para Distintos Voltaje y Distintas Longitudes.</u>	114
<u>Tabla 14. Eficiencia Máxima y Propiedades para los Distintos Transformadores de 112.5 kVA.</u>	118
<u>Tabla 15. Eficiencia Máxima y Propiedades para los Distintos Transformadores de 45 kVA.</u>	120
<u>Tabla 16. Distancias entre los Conductores.</u>	123
<u>Tabla 17. Distancias Mínimas y Máximas Sugeridas entre los Conductores .</u>	127

RESUMEN

La aplicación de los modelos dinámicos a sistemas de distribución se realizó tomando el método de flujo de carga para sistemas de tipo radial expuesto por Céspedes, el cual determina el estado del sistema mediante una función polinómica de cuarto grado.

El modelamiento dinámico de esta función se ejecutó al suponer que el sistema de distribución se compone por una línea de media tensión y una carga que tiene variaciones discretas en sus parámetros. La dinámica es compuesta por dos tipos de análisis; el primero observa el comportamiento de la función al aplicar los métodos numéricos de punto fijo y Newton Raphson y a continuación se analiza matemáticamente la función.

El segundo análisis estudia la conducta del voltaje y las relaciones entre sus parámetros en presencia de la variación de la potencia aparente, el factor de potencia, la compensación reactiva de la carga, la longitud y el conductor de la línea.

Posteriormente a los análisis anteriores se procede a comparar los resultados del modelo de Céspedes con los modelos de inyecciones de corriente y bipuertos híbrido inverso, empleando nuevamente el modelamiento dinámico, determinando las ventajas y desventajas entre ellos.

Los modelos de Céspedes e inyecciones de corriente fueron extraídos de publicaciones de la IEEE, y se basan en un modelo de línea corta. El modelo bipuertos híbrido inverso se diseñó en el presente proyecto con base en el de línea media. Estos estudios aumentan el conocimiento en la operación y la eficiencia de los sistemas de distribución, pues muestran de una forma compacta los diferentes estados que puede tener un sistema.

Este documento también observa el comportamiento del modelo de la carga, el modelo del transformador y la consecuencia de la variación de la distancia entre las fases, estudios complementarios para el modelamiento de un sistema de distribución y necesarios para el objetivo del proyecto de grado.

La inclusión del modelo de carga en el análisis se ejecutó para resaltar la diferencia entre las cargas: potencia, corriente e impedancia constante, componentes del modelo de la carga (*ZIP*), además, se busca que el diseñador de los sistemas de potencia conozca y emplee el modelo en la predicción de la carga.

El modelo del transformador y el análisis de la distancia entre fases para un sistema balanceado, es también dirigido para diseñadores. El análisis dinámico del modelo del transformador da pautas para la elección del equipo más conveniente en el sistema eléctrico. Por último, el análisis de la distancia entre las fases para un sistema balanceado estipula condiciones que se deben tener en cuenta al emplear las normas.

Entre los principales aportes de este documento al realizar los modelamientos dinámicos en los sistemas de distribución se notan los siguientes:

1. El planteamiento de una nueva metodología de análisis que permita analizar los sistemas dinámicamente para determinar las relaciones entre las variables.
2. Sugerir a las normas de construcción las distancias entre fases para buscar un menor desbalance entre las fases.
3. Brindar a las comercializadoras una manera de cobrar la disminución del factor de potencia.
4. Suministra gráficas que relacionan los parámetros del sistema y con las cuales se pueden realizar una inspección rápida de la situación del sistema.
5. Eliminar algunos postulados la operación y el diseño los sistemas de distribución.
6. Proporcionar los algoritmos para realizar un programa de distribución basado en Matlab.

INTRODUCCIÓN

El hombre en su afán de describir racionalmente el mundo material ha notado que todo fluye en un constante cambio, que las cosas no permanecen inmutables, sino que por el contrario, siempre evolucionan y se transforman.

En la primera mitad del siglo XIX parecía imponerse la idea de que el movimiento del mundo físico estaba completamente comprendido y en él las únicas dificultades que podrían presentarse serían las de tipo práctico. La segunda mitad, en la que tuvo gran influencia el matemático francés Henri Poincaré (1854- 1912), mostró una perspectiva de la realidad mucho más compleja, donde la búsqueda de las soluciones a las ecuaciones del sistema genérico, que tuvieran validez para todo tiempo, resultaba imposible. Dichos principios fueron reafirmados por el ruso A. Lyapunov (1857-1918) quien fue el fundador de la hoy denominada: Teoría general de sistemas dinámicos.

Gracias a los avances científicos y matemáticos de Poincaré, de Lyapunov y de otros intelectuales, se inició hace más de cuatro décadas una revolución en la forma de concebir y analizar los sistemas o modelos, al ser incorporadas las transformaciones tecnológicas computacionales.

El concepto de modelo se puede tomar como la representación de un ente físico o idea para un “propósito” de estudio, entendiéndose por “propósito” el explicar, comprender, cualificar o describir el ente indicado. La principal función del modelo es la de predecir y comparar, y es por ello, que el intento de modelar un sistema dinámico tiene que comenzar con el pronóstico de su desempeño o comportamiento, hasta lograr construir un modelo detallado. Tal “predicción” se basa en una descripción matemática de las características dinámicas del sistema que se conoce como modelo matemático

Es así, como la utilización de dichos modelos se ha convertido en herramienta básica para la predicción, diseño y construcción de un sistema, logrando interpretar el funcionamiento y conducta de la estructura observada.

En Ingeniería Eléctrica, al igual que en otros campos de la ciencia, se han desarrollado modelos matemáticos para aplicaciones específicas, utilizando metodologías que permiten representar cualquier tipo de sistema, como es el caso de la construcción de los sistemas de transmisión y los de distribución. En ellos, se hace uso tanto de los modelos representativos como de los criterios y las experiencias propias del constructor.

Por ejemplo, en el proceso de diseño de una red de distribución, se deben determinar las variables relevantes para el modelo utilizado (conductor de línea, configuración de los conductores, factor de potencia y potencias), realizando los cálculos que establecen los criterios iniciales para su diseño (voltajes y corrientes). Posteriormente, con los datos obtenidos, se escogen los equipos acordes con las normas preestablecidas para su fabricación y selección, sujeta a los objetivos básicos del proyecto, de tal manera que pueda comprobarse su correcto funcionamiento en el momento de su instalación. Si, por el contrario, el sistema no responde satisfactoriamente a las necesidades señaladas, se deben realizar las modificaciones empíricas que obtengan los resultados proyectados.

El análisis dinámico es una herramienta matemática que contribuye a ampliar el conocimiento del sistema analizado, evitando realizar labores innecesarias, ya que estudia su desempeño al plantear diferentes estados, combinando los valores posibles de sus parámetros y entradas, logrando determinar la confiabilidad atribuible a dicho modelo y, al mismo tiempo, proporcionando una serie de soluciones que dilucidan sus cualidades, las cuales son útiles para brindar una mayor comprensión del sistema y de su modelo.

Por lo tanto, al emplear el análisis dinámico aplicado a los modelos de los sistemas de distribución, es posible conocer los resultados del sistema ante las variaciones de los

parámetros o entradas, determinando su efecto en el voltaje y en los parámetros relacionados como la regulación de voltaje, las pérdidas de potencia y la eficiencia de potencia, entre otras. El estudio conduce a establecer y sugerir cómo se debe operar, manejar y diseñar el sistema, teniendo completo conocimiento del modelo y evitando la introducción de cambios empíricos por parte del diseñador.

Este trabajo explora la factibilidad de optimizar los sistemas de distribución de energía eléctrica de tipo radial, basándose en los modelos matemáticos para la solución del flujo de carga expuestos por Céspedes¹, Shirmohanamadi² y Cheng³, los cuales son la plataforma para mejorar el diseño, construcción y operación de una red de distribución, a partir de resultados obtenidos con la aplicación del análisis dinámico.

El documento comienza con una breve introducción a la clasificación de los sistemas, luego explica las cualidades de los sistemas dinámicos y los principales puntos que se deben tener en cuenta para comprender un sistema dinámico como son: la solución numérica de las ecuaciones, los diagramas de bifurcación y sus tipos. En la solución numérica sólo se tendrán en cuenta los métodos de punto fijo y el de Newton Raphson, pues el análisis realizado a los sistemas de distribución se hace discretamente y, por tanto, la solución de las ecuaciones se hace en estado estable.

El tercer capítulo da a conocer los modelos que se emplean en la solución del sistema de distribución tales como: el modelo de línea corta, el modelo de carga, el modelo del transformador, el modelo de la compensación reactiva y, por último, se presentan las ecuaciones de flujo de carga, que son desarrolladas para la solución de los sistemas de distribución.

¹ R. Céspedes G., "New Method for the Analysis of Distribution Networks", IEEE Transactions on Power Delivery, January 1990, Vol 5, No 1.

² D. Shirmohanamadi, H. W. Hong, G. X. Lou, A. Semlyen, "A Compensation Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks", IEEE Transactions on Power System, May 1998, Vol. 3, No 2

³ C.S. Cheng, D. Shirmohammadi, " A Three – Phase Power Flow Method For Real Time Distribution System Analysis", IEEE Transactions on Power System, Vol. 17, No 5.

Del capítulo cuarto en adelante se realiza la aplicación de los sistemas dinámicos a los modelos de distribución. El estudio empieza al plantear y limitar el problema (capítulo cuarto), seguido por el análisis dinámico de la ecuación de Céspedes, en donde se varían los parámetros y las entradas del sistema de distribución (capítulo quinto). Por último, en el capítulo sexto, se comparan los resultados de los métodos de solución de Céspedes y de Shirmohanamadi, dados en el numeral Análisis dinámico con carga. En este capítulo también se proporciona información sobre otras características que influyen en el diseño de una red de distribución como: los efectos de la combinación de la carga, comparación de los resultados determinados por los modelos de línea media y corta, estudio del transformador de distribución para un sistema balanceado y el estudio de la distancia entre conductores de un sistema de distribución.

El desarrollo anterior implica que por medio de las herramientas de análisis dinámico aplicadas a los sistemas de distribución, se logra un material que brinda a las personas y entidades interesadas en ampliar el conocimiento sobre los sistemas de distribución, ayudando a planificar, diseñar y operar estos sistemas, objetivos principales del proyecto.

1 CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS

Antes de iniciar el análisis dinámico de los sistemas de distribución, es necesario conocer y clasificar cualquier clase de sistema, con el fin de determinar el tipo de estudio que desea realizarse, dependiendo la finalidad que se persiga con dicha categorización.

1.1 DEFINICIÓN

Un sistema es un conjunto de componentes cuya interacción engendra nuevas cualidades que no poseen los elementos integrantes de manera individual. Un sistema es una abstracción. Es un modelo conceptual o lógico creado para representar un objeto concreto que posee cualidades holísticas.

Según el grado de complejidad, los sistemas pueden clasificarse en simples y complejos; según su interacción con el entorno, en abiertos y cerrados; en relación con su proceder, pueden ser deterministas o probabilistas; con respecto a la variación de sus parámetros o entradas se clasifican: estáticos o dinámicos, en continuos o discretos, y variables e invariables. Además, se clasifican en lineales o no lineales, dependiendo de su relación causa – efecto.

Sistemas Simples y Complejos

La clasificación basada en una complejidad sistémica creciente, tiene en cuenta las relaciones entre niveles diferentes, de tal manera que los niveles más altos suponen la existencia de los más bajos, es decir, los niveles inferiores se integran a los superiores en forma de elementos o de componentes.

- *Simples*: Son aquellos sistemas que tienen pocos elementos e interrelaciones haciéndolos fácilmente descriptibles.
- *Complejos*: Son sistemas que poseen varios elementos que están interrelacionados con mayor complejidad.

Sistemas Abiertos y Cerrados

Una de las principales diferencias entre los sistemas, es la manera como éstos responden o reaccionan ante las influencias externas, y es también, lo que distingue a los sistemas abiertos de los cerrados.

- *Abiertos*: Son aquellos sistemas que establecen objetivos en función de una jerarquía superior, haciendo que su salida dependa de una entrada preexistente, es decir, que se genera un proceso retroalimentativo.
- *Cerrados*: Cuando sus objetivos son totalmente propios y no dependen de ningún otro sistema.

Sistemas Determinístico y Probabilístico

- *Determinístico*: Es el sistema que tiene componentes e interrelaciones reveladoras de un comportamiento dinámico completamente predecible.
- *Probabilístico*: Este tipo de sistema no predice la interacción que se da entre sus elementos de manera detallada y exacta. Su comportamiento solamente puede ser descrito en términos de probabilidades.

Sistemas Estáticos y Dinámicos

- *Sistemas estáticos*: Son sistemas con propiedades (parámetros) que no cambian en el tiempo y se relacionan con eventos ocurridos con anterioridad.

- *Sistemas dinámicos*: Estos sistemas se identifican porque algunas de sus propiedades varían con respecto al tiempo o sus parámetros son modificados por acontecimientos discretos. Dependiendo de las pérdidas que posean, se dividen en dos categorías: la primera, sistema dinámico conservativo, se caracteriza por no tener fricción y conservar la energía inicial; y la segunda, sistema dinámico dispersivo, el cual tiene pérdidas de energía y se aproxima a una condición límite o una asíntota, lugar donde ocurre el caos. Además, estas dos divisiones dependen del comportamiento de las entradas en el tiempo o sus cambios, que pueden ser tanto discretas (intervalos dispersos en el tiempo o período irregular del acontecimiento) como continuas (fenómeno que puede ser monitoreado en cualquier momento del tiempo).

Sistemas Continuo y Discreto

La descripción de esta clase de sistemas indica la forma de abordar el análisis del modelo y tipo datos que deben ser introducidos, teniendo en cuenta un muestreo de la función en cualquier instante (función continua), y determinando a su vez si los datos son esporádicos (función discreta). Concretamente, estos sistemas se pueden definir de la siguiente manera:

- *Continuo*: Una función f es continua en un número a si se satisfacen las siguientes condiciones:
 - i. f está definida en un intervalo abierto que contiene a a .
 - ii. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe
 - iii. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Si f no es continua en a se dice que es discontinua en a .

- *Discreto*: Una función f es discreta si existe un conjunto de sucesos o números donde no hay niveles intermedios.

Sistemas Lineales o no Lineales

Es la más importante clasificación de modelos matemáticos desde el punto de vista de fenomenología: causa y efecto que, gobiernan el comportamiento dinámico. Se considera sistema lineal si el efecto es proporcional a la causa; esto se conoce como el principio de *superposición*, definido, matemáticamente, por la ecuación:

$$f(\mathbf{a}X_1 + \mathbf{b}X_2) = \mathbf{a}f(X_1) + \mathbf{b}f(X_2)$$

Básicamente expresa que el total es igual a la suma de sus partes, cumpliendo al mismo tiempo la regla en la cual se define que la suma de diferentes efectos es igual a la suma de diferentes causas, conocido también, como el principio de *homogeneidad*, definido así:

$$\begin{aligned} f(X_1) &\rightarrow X_1 \\ f(X_2) &\rightarrow X_2 \\ f(X_1) + f(X_2) &\rightarrow X_1 + X_2 \end{aligned}$$

Debe advertirse que un sistema no cumple su carácter de linealidad, si al menos uno de sus términos es no lineal. La matemática clásica no permite analizar efectivamente la no-linealidad, haciendo aproximaciones lineales a funciones y curvas no lineales. Los aspectos primordiales que marcan las diferencias entre fenómenos lineales y no-lineales son:

- *Comportamiento sobre el tiempo*: Los procesos lineales son tranquilos y regulares, mientras los no-lineales podrían contener un comportamiento regular a primera vista, pero frecuentemente no uniformes.
- *Respuesta a pequeños cambios a un estímulo*: Los procesos lineales cambian uniformemente y en proporción al estímulo; por el contrario, la respuesta de un sistema no-lineal es mucho más grande que su estímulo.

- *Persistencia de pulsos locales*: Un pulso en los sistemas lineales decrece y a medida del tiempo desaparece. En los sistemas no-lineales puede ser altamente coherente y puede persistir a lo largo del tiempo.

Sistemas Autónomos y no Autónomos

Se dice que un sistema es autónomo cuando la ecuación no contiene la variable t (tiempo) explícitamente; si el modelo posee dicha variable, se dice que es no autónomo. Esta clasificación permite distinguir entre efectos físicos que son inherentes al sistema y los efectos externos que influyen en el comportamiento del sistema. Los efectos exteriores se refieren a aquellos dependientes del tiempo, como las entradas o excitaciones que influyen en el comportamiento del sistema, pero no se consideran parte de él.

Sistemas Variable e Invariable

Cuando los parámetros del sistema están en función del tiempo, ya sea de manera continua o discreta, se dice que es un sistema de tiempo variable; por lo tanto, el modelo matemático es no autónomo y propiamente la función tomará diferentes estados en el transcurso del tiempo. Si por el contrario, ningún parámetro es dependiente del tiempo, el sistema es invariable, es decir, no cambia en el tiempo permaneciendo estático.

2 SISTEMAS DINÁMICOS

Al hablar de un sistema dinámico, ya sea su forma de interactuar o en su comportamiento, se debe tener en cuenta la relación que existe entre sus elementos de manera interna y por lo tanto implica el conocimiento tanto de sus propiedades como de sus clasificaciones. La mejor forma de entender esta relación es a través de su construcción gráfica, en la cual, se representan los dos tipos del sistema:

El primer tipo de gráfica se realiza asignando una variable cualquiera al eje vertical (ordenado) y la variable tiempo en el eje horizontal (abscisa). Esta gráfica se construye usualmente en dos dimensiones y algunas veces en tres, cuando se requiera. La gráfica se conoce como espacio de fase (diagrama de fase), que es una abstracción matemática del espacio en que las coordenadas representan las variables específicas del estado del sistema dinámico, incluyendo todos los períodos instantáneos que el sistema pueda tener en un tiempo particular.

Su construcción se realiza trazando de manera compacta los puntos definidos de acuerdo a los cálculos arrojados por la función, con las condiciones y/o variables del sistema para todas las medidas indicadas en las coordenadas (valores de las variables). Con estas soluciones o puntos en el espacio de fase, se trazan líneas entre los puntos consecutivos, formando, lo que se llama, una órbita. Pero el uso estricto del término “*órbita*”, hace referencia a los sistemas dinámicos discretos, mientras que el de “*trayectoria*” lo hace a los sistemas dinámicos continuos. Un espacio de fase con todas las órbitas posibles trazadas idealmente, muestra el conjunto completo de todos los probables estados que un sistema dinámico pueda tener. Cada punto trazado a lo largo de la órbita, envuelve directamente su forma o es un resultado del punto que lo precede. Si una órbita regresa sobre ella misma en

un lazo cerrado en el espacio de fase se le llama atractor periódico, que en conjunto refleja el movimiento o evolución del sistema dinámico.

La segunda representación gráfica de estos sistemas es llamada espacio de pseudo fase, que es una gráfica imaginaria del espacio en la que los ejes representan valores de solo una característica física tomada en diferentes tiempos. La forma más común de aplicar este tipo de gráfica, es cuando se mide una variable en espacios temporales dentro de un intervalo constante; en otros casos, el intervalo de tiempo no es necesariamente constante.

Este tipo de gráfica se deriva del significado de mapa, que matemáticamente se toma como una función y su resultado o valor de la variable de salida (variable dependiente) es únicamente determinada por una o más entradas (variable independiente), convirtiéndose en una ecuación o relación de dos o más grupos. Entonces, un mapa o función, es una ecuación o norma que especifica cómo el sistema dinámico evoluciona en el tiempo. Esto se hace al convertir un número dentro de otro para especificar cómo x ; usualmente, va por un paso discreto avanzado a otro nuevo x . En general, un valor inicial x_0 da un mapa x_1 , y este valor se vuelve a introducir a la función para obtener el mapa de x_2 y así sucesivamente. Este procedimiento es conocido como proceso iterativo.

Al graficar en el eje independiente (abscisa) el valor de x_n y en el eje dependiente (ordenada) el valor encontrado de x_{n+1} se obtiene el espacio de pseudo fase de la función con un atraso de 1. Esta gráfica puede tener dos variaciones. La primera, busca una referencia cambiando el atraso; por ejemplo, un atraso de 2, sé gráfica x_n versus x_{n+2} . En la segunda, varía la dimensión del espacio de pseudo fase en tres dimensiones graficando x_n, x_{n+1}, x_{n+2} , y se puede hacer con diferentes atrasos. Así, el mapa geométrico construido es el conjunto de todo el proceso iterativo, mostrando claramente la ruta y con precisión el próximo punto.

En un sistema dinámico unidimensional, se efectúan procesos iterativos, partiendo de un determinado valor inicial para obtener un resultado que depende de una condición, así:

$$x_o, f(x_o), f(f(x_o)), f(f(f(x_o))), \dots$$

La iteración de una función sobre un valor inicial conduce a una serie de valores que convergen hacia un límite o que divergen de él, simulando una evolución discreta. Los datos que convergen hacia el límite pueden ser de dos clases: la primera, cuando la diferencia de $|x_n - x_{n+2}|$ es menor que una tolerancia; la segunda, se produce cuando el sistema se establece en una órbita (varios puntos fijos). Esto se expresa de manera conceptual definiendo un sistema dinámico unidimensional de la siguiente forma:

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad \text{o bien} \quad x \mapsto f(x).$$

Esto significa que una función solamente tiene una salida o una sola variable independiente. La anterior definición de mapa se complementa matemáticamente al considerar un intervalo real I y una función f que transforma un punto de I en algún otro punto del mismo intervalo I , lo cual se describe $f: I \rightarrow I$, de forma que los intervalos de $x_{n+1} = f(x_n)$ se conocen como mapa. Este comportamiento del mapa depende del punto inicial $x_o \in I$, que cae dentro del mismo intervalo I .

2.1 SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES

Los siguientes métodos abiertos son empleados para la solución de sistemas dinámicos unidimensionales.

2.1.1 Método de punto fijo

Dada una ecuación $f(x)=0$, puede transformarse de alguna manera en otra equivalente del tipo $x = g(x)$ para alguna función g . El problema de hallar una raíz de $f(x)=0$ se transforma en el equivalente de hallar una raíz de $x=g(x)$.

Si g es una función continua en $[a,b]$ y $g(x) \in [a,b]$ para todo $x \in [a,b]$, entonces g tiene por lo menos un punto \mathbf{a} tal que $\mathbf{a} = g(\mathbf{a})$ llamado “punto fijo” en $[a,b]$. Si además, $g'(x)$ existe para todo $x \in (a,b)$ y $|g'(x)| \leq K < 1$ para todo $x \in (a,b)$, con K constante, entonces, g tiene un único punto fijo $\mathbf{a} \in [a,b]$ y el mapa $\{x_n\}_n$ definido mediante la formula de iteración:

$$x_{n+1} = g(x_n) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

El proceso iterativo converge a \mathbf{a} para cualquier valor inicial $x_0 \in [a,b]$, y tiene las siguientes cotas para el error de truncamiento, $|\mathbf{a} - x_n|$:

- i. $|\mathbf{a} - x_n| \leq K^n \text{Max}\{x_0 - a, b - x_0\}$, para cada $n \geq 1$,
- ii. $|\mathbf{a} - x_n| \leq \frac{K^n}{1 - K} |x_1 - x_0|$, para cada $n \geq 1$,
- iii. $|\mathbf{a} - x_n| \leq \frac{K}{1 - K} |x_{n+1} - x_n|$, para cada $n \geq 1$.

Se observa que a partir de la cota del error dada en ii, para $0 \leq K < 1$, entre menor sea K , es decir entre más pequeña sea $|g'(x)|$, con $x \in (a,b)$, más rápida será la convergencia del mapa $\{x_n\}_n$ a \mathbf{a} . La convergencia puede ser muy lenta si K está cerca de 1.

Ejemplo del método de punto fijo aplicado en la Ecuación de Céspedes:

Tomando la función del voltaje para un sistema radial¹ deducida por Céspedes:

$$f(V_R) = V_R^4 + V_R^2 \left[2 * (P * R + Q * X) - V_S^2 \right] + (P^2 + Q^2)(R^2 + X^2) = 0$$

en donde se supone que el sistema de distribución tiene los valores de $P=0.95$, $R=0.05$, $X=0.10$, $Q=0.31225$, $V_S=1$, la ecuación tiene una incógnita (V_R) que es de cuarto grado con cuatro raíces (\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3 \mathbf{a}_4). Para hallar una de ellas a través del método de punto fijo, se hacen varios despejes determinando la función de iteración $g(V_{Rn})$ que establece la raíz deseada. Para el caso de un sistema de distribución la función de iteración se escribe así:

$$V_{Rn+1} = g(V_{Rn}) = \frac{-V_{Rn}^2 \left[2 * (P * R + Q * X) - V_S^2 \right] - (P^2 + Q^2)(R^2 + X^2)}{V_{Rn}^3}$$

Remplazando los valores

$$V_{Rn+1} = g(V_{Rn}) = \frac{0.8405V_{Rn}^2 - 0.01258}{V_{Rn}^3}$$

Esta función es continua para todos los valores excepto en el punto $V_{Rn}=0$, la cual se determina por dos raíces (\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_4) que son 0.909687 y -0.909687 , para los valores iniciales de $V_{Ro}>0.1229$ y $V_{Ro}<-0.1229$, respectivamente. En el modelo de Céspedes sólo se utiliza la solución de la parte real positiva del voltaje determinado por el valor inicial de $V_{Ro}>0.1229$ (\mathbf{a}_4). La gráfica de la función y la iteración grafica o espacio de pseudo fase del método para un valor inicial de 0.5 es:

¹ Parágrafo 3.6.2 Solución del Flujo de Carga para un Sistema Trifásico Balanceado por medio de la Magnitud del Voltaje

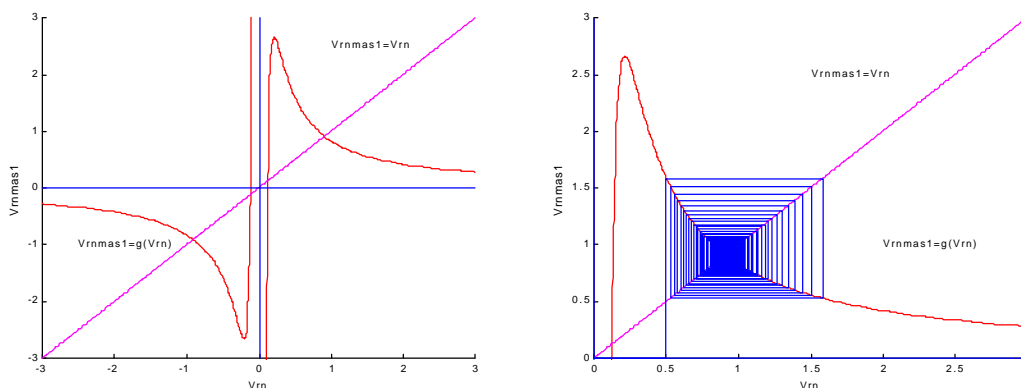
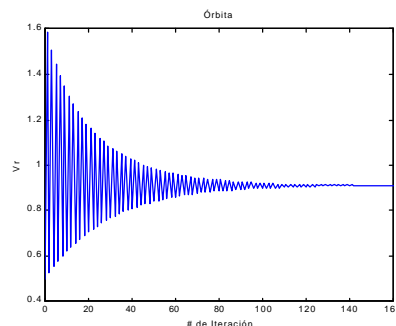


Figura 1. Iteración Gráfica de la Solución de la Ecuación de Céspedes por el Método de Punto Fijo.

La tabla de valores de las iteraciones con la restricción de convergencia de $|V_{R+I} - V_R| \leq 0.0001$ es la siguiente:

Tabla 1. Iteraciones con el Método de Punto Fijo de la Ecuación de Céspedes

Número de Iteración	Valor de V_{Rn+I}
1	1.585100
2	0.528405
3	1.509791
4	0.554425
5	1.446335
6	0.578410
7	1.392070
:	:
245	0.909691
246	0.909589
247	0.909687



2.1.2 Método de Newton-Raphson:

Una función f satisface la condición en que las primeras dos derivadas son continuas en un intervalo $[a, b]$, con $f'(x) \neq 0$, para todo $x \in [a, b]$ y existe $\mathbf{a} \in [a, b]$ tal que $f(\mathbf{a})=0$, y sea \mathbf{a}^* una aproximación de \mathbf{a} tal que $|\mathbf{a} - \mathbf{a}^*|$ es pequeño.

Al Considerar el polinomio de Taylor de primer grado para f alrededor de \mathbf{a}^*

$$f(x) = f(\mathbf{a}^*) + f'(\mathbf{a}^*)(x - \mathbf{a}^*) + f''(\mathbf{z}) \frac{(x - \mathbf{a}^*)^2}{2!} \text{ con } \mathbf{z} \text{ entre } x \text{ y } \mathbf{a}^*$$

para $x = \mathbf{a}$, se determina

$$0 = f(\mathbf{a}) = f(\mathbf{a}^*) + f'(\mathbf{a}^*)(\mathbf{a} - \mathbf{a}^*) + f''(\mathbf{z}) \frac{(\mathbf{a} - \mathbf{a}^*)^2}{2!} \text{ con } \mathbf{z} \text{ entre } \mathbf{a} \text{ y } \mathbf{a}^*$$

Suponiendo que el último término de la anterior ecuación es despreciable, se obtiene:

$$0 \approx f(\mathbf{a}^*) + f'(\mathbf{a}^*)(\mathbf{a} - \mathbf{a}^*)$$

Despejando \mathbf{a} se llega a

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}^* - \frac{f(\mathbf{a}^*)}{f'(\mathbf{a}^*)}$$

El método de Newton-Raphson consiste en una función f continuamente diferenciable dos veces en un intervalo $[a, b]$ que contiene un número \mathbf{a} . Si $f(\mathbf{a}) = 0$ y $f'(\mathbf{a}) \neq 0$ (\mathbf{a} es raíz simple de la ecuación $f(x) = 0$), entonces existe $\mathbf{d} > 0$ tal que el mapa $\{x_n\}_n$ con

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Converge a \mathbf{a} cualquier $x_0 \in [\mathbf{a} - \mathbf{d}, \mathbf{a} + \mathbf{d}]$.

Los criterios de aproximación que generalmente se utilizan en el método de Newton – Raphson, son: dado $\mathbf{e} > 0$, se toma como aproximación de la raíz \mathbf{a} al término x_n que es el menor entero no negativo tal que $|f(x)| < \mathbf{e}$ o $|x_{n+1} - x_n| < \mathbf{e}$.

Se puede observar, que el método de Newton – Raphson converge como

$$|x_{n+1} - x_n| = \left| \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \right|$$

Entre más grande sea $|f'(x)|$ en la vecindad de la raíz \mathbf{a} , más rápida será la convergencia.

Ejemplo del método de Newton Raphson aplicado a la Ecuación de Céspedes

Con respecto a la ecuación de Céspedes mostrada en el ejercicio del anterior párrafo

$$f(V_R) = V_R^4 + V_R^2 [2 * (P * R + Q * X) - V_S^2] + (P^2 + Q^2)(R^2 + X^2) = 0$$

y conociendo que la función tiene cuatro raíces ($\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3 \mathbf{a}_4$) expresadas también como:

$$f(V_R) = V_R^4 + 0.8405V_R^2 + 0.01258 = 0$$

se realiza la gráfica de la función haciendo en la abscisa $V_{Rn}=V_{rn}$ y en la ordenada $f(V_{Rn})=V_{rmas1}$, obteniendo que la función se corta con la abscisa y proporciona un valor estimativo de las raíces, así:

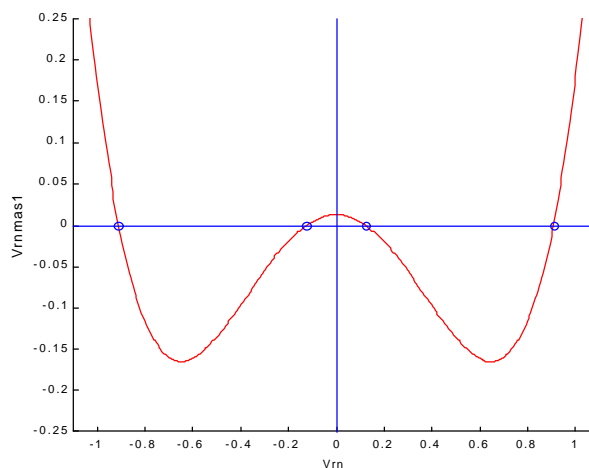


Figura 2. Raíces de la Función de Céspedes.

Por el método de Newton Raphson podemos determinar las cuatro raíces en forma numérica de la función, debido a que la raíz que deseamos determinar depende del valor inicial de entrada, pues el método trabaja con la tangente de la función. Al iterar la función con un punto inicial, este converge a la raíz más cercana que cruza la tangente con la abscisa. La función utilizada para su iteración se expresa como

$$V_{Rn+1} = V_{Rn} - \frac{V_{Rn}^4 + V_{Rn}^2 [2 * (P * R + Q * X) - V_S^2] + (P^2 + Q^2)(R^2 + X^2)}{4V_{Rn}^3 + 2V_{Rn} [2 * (P * R + Q * X) - V_S^2]}$$

Remplazando los valores se obtiene que:

$$V_{Rn+1} = V_{Rn} - \frac{V_R^4 + 0.8405V_R^2 + 0.01258}{3.362V_{Rn}^3 + 0.02516V_{Rn}}$$

Al suponer los valores iniciales de $\mathbf{a}_{10}=-1.5$ $\mathbf{a}_{20}=-0.6$ $\mathbf{a}_{30}=0.6$ $\mathbf{a}_{40}=1.5$ se obtienen las raíces de $\mathbf{a}_1=-0.9096$ $\mathbf{a}_2=-0.1229$ $\mathbf{a}_3=0.9096$ $\mathbf{a}_4=0.1229$ respectivamente. La iteración gráfica de cada uno de estos valores con la condición de convergencia de 0.0001 se observa en la figura 3.

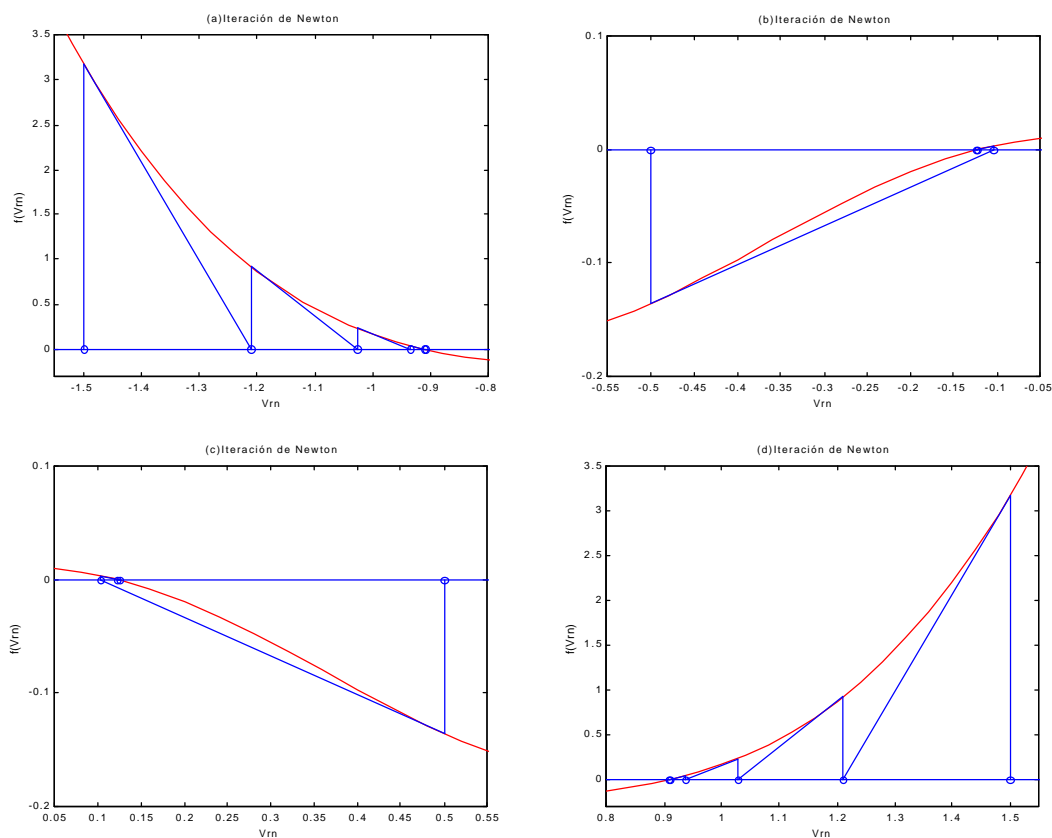


Figura 3. Iteración Gráfica de la Solución de la Ecuación de Céspedes por el Método de Newton Raphson (a) $a_{10}=-1.5$ (b) $a_{20}=-0.5$ (c) $a_{30}=0.5$ (d) $a_{40}=1.5$

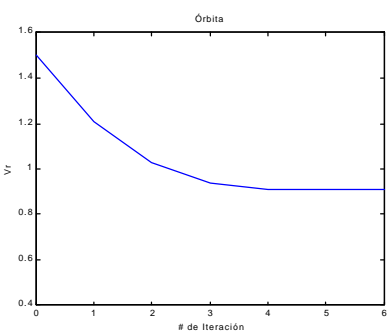
De las cuatro raíces halladas de la función, sólo se toma la raíz que determina el estado del sistema de distribución, la cual es hallada al derivar la función de Céspedes, igualarla a cero, despejar V_R y tomar el valor positivo de los dos resultados. Encontrando que se debe satisfacer la condición general del valor inicial que es:

$$V_{Rn0} \geq \frac{1}{2} \sqrt{V_s^2 - (PR + QX)}$$

Las iteraciones obtenidas por este método visto en la figura 3(d) se muestran en la siguiente tabla

Tabla 2. Iteraciones con el Método de Newton Raphson de la Ecuación de Céspedes

Número de Iteración	Valor de V_{Rn+1}
0	1.50000
1	1.21058
2	1.02785
3	9.36714
4	9.11558
5	9.09655



2.2 DIAGRAMAS DE BIFURCACIÓN

El diagrama de bifurcación es una de las primeras herramientas que se debe utilizar en el estudio de un sistema dinámico discreto unidimensional dependiente de un parámetro¹.

Se denomina diagrama de bifurcación a un gráfico que da la posición de los puntos fijos en función del parámetro y que normalmente muestra muchas bifurcaciones. En ocasiones, sólo hay que estudiar la bifurcación que ocurre para un determinado valor del parámetro.

Para dibujar el diagrama de bifurcación de un mapa dependiente de un parámetro, se hace un barrido del parámetro y para cada valor de éste, se itera el mapa a partir del mismo punto inicial (el correspondiente al punto crítico) y se dibujan los puntos fijos de la órbita.

Aquí se presentan los diagramas de bifurcación correspondientes al mapa logístico y mapa de Mandelbrot de los cuales, sólo se explica el primero, pues sintetiza lo explicado. En otro mapa se muestra el diagrama de bifurcación y el gráfico de iteración.

¹ May R. M., "Simple Mathematical Models with very Complicated Dynamics", Nature 261, 1976.

2.2.1 Mapa Logístico¹

La ecuación más popular para estudiar los sistemas dinámicos y la teoría del caos es la ecuación logística, inventada en 1845, para modelar los cambios a lo largo tiempo de la población de una especie, que fue diseñada al construir un sistema dinámico unidimensional retroalimentado. La ecuación esta conformada por la población en un intervalo (x_{n+1}), la variabilidad de la población en el tiempo (m parámetro de control o ambiente de la población) y la cantidad de población inicial (x_n , valor inicial).

$$x_{n+1} = mx_n(1 - x_n)$$

Así, suponiendo la condición inicial del porcentaje de población y fijando el valor del parámetro para un determinado ambiente, se calcula el porcentaje de la población para el próximo intervalo de tiempo, que a su vez, se introduce nuevamente en la función para determinar el porcentaje de población para el siguiente intervalo y así sucesivamente para los demás.

En el área de la matemática, esta ecuación tiene un significado y hace referencia a una curva particular de crecimiento que se encuentra entre 0 y 1. Consecuentemente, a medida que el tiempo transcurre (numero de iteraciones), la población aumenta o disminuye. Como el valor de la variable de salida (x_{n+1}) y de entrada (x_n) oscila entre 0 y 1, la constante m es la que gobierna el máximo ancho y alto de la parábola que caracteriza el modelo; por tanto, se tiene que la constante solo puede tomar valores entre 0 y 4 para su correcto funcionamiento. Si excede el valor de 4, produce valores que no son posibles (como <0 y $1>$).

Al empezar a cambiar el valor del parámetro m dentro de su rango de valores y resolviendo el sistema para cada variación, encontramos que en determinados valores del parámetro, el comportamiento de la población al avanzar el número de iteraciones es diferente.

¹ Verhulst P. F. " Recherches Mathematiques sur la loi D'acroissement de la Population", Mémoires de l'Académi Royale des

Estos ejemplos muestran el comportamiento de la población de acuerdo al valor del parámetro control. Primero, se supone que la población inicial es de $x_0=0.4$ (40 %) y las condiciones de la población son $m=0.95$; su próxima población se encuentra en 0.228 (22.8%) y los siguientes años son 0.167, 0.132, 0.109, 0.092... de manera consecutiva, hasta que el valor de la población converja a 0, lo cual significaría que la población se ha extinguido.

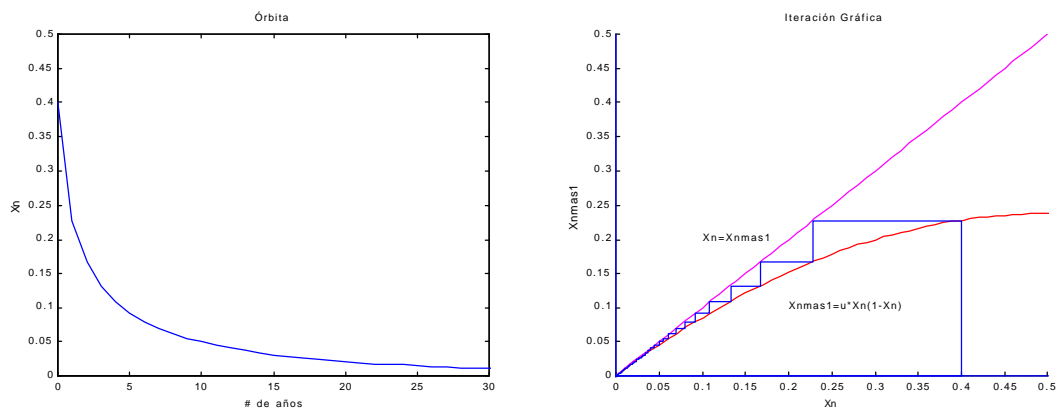


Figura 4. Ecuación Logística con $x_0=0.4$, $m=0.95$.

En la iteración gráfica de la figura 4 se observa como el valor del punto inicial se convierte en una serie de valores que son atraídos hacia el punto fijo de 0 llamado atractor de punto fijo. Al suponer que el parámetro de control es $m=1.4$ y el porcentaje inicial de población es de 6% ($x_0=0.06$), se determina que al transcurrir de los años, la población se establece en 28.6% ($x_{n+1}=0.286$). Así, la población en los 15 primeros años tendría un crecimiento del 22.6% para luego estabilizarse. Este punto también es llamado un atractor de punto fijo como se ve en la iteración gráfica de la figura 5.

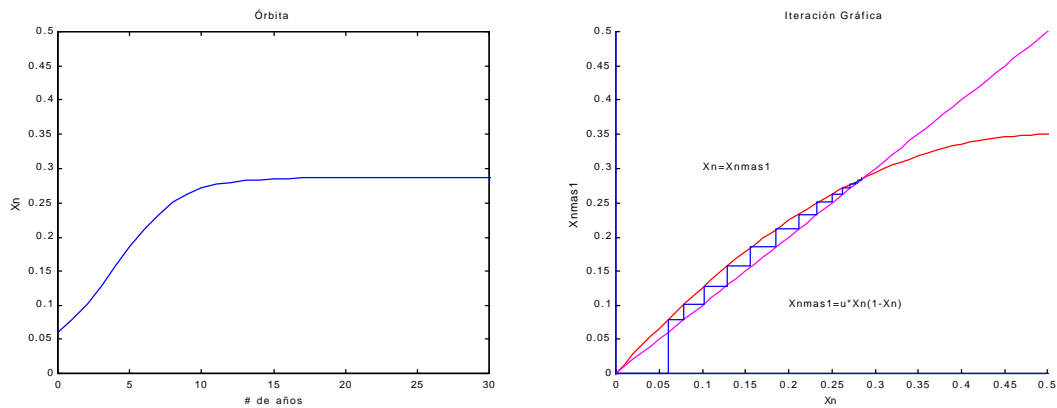


Figura 5. Ecuación Logística con $x_0=0.06$, $m=1.4$.

En cambio, si se varía el parámetro de control a $m=3.4$ y se deja la misma población inicial, se obtiene que después de un intervalo de tiempo, la función oscila en dos valores 0.452 y 0.842 . Esto significa que para el primer año, la población es 0.452 y el siguiente es 0.842 , repitiéndose sucesivamente este período, como se muestra a continuación

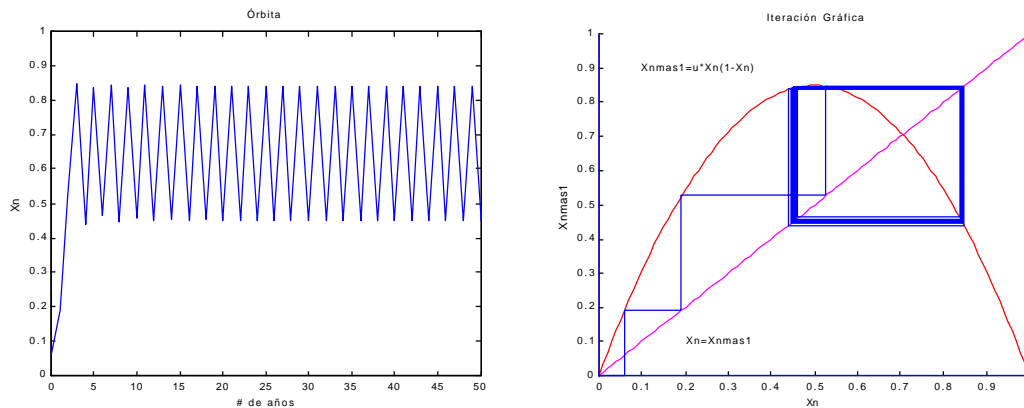


Figura 6. Ecuación Logística con $x_0=0.06$, $m=3.4$.

Al iterar la función se encuentra que el sistema se establece en una órbita de periodo doble, también llamada atractor de periodo doble. Por el contrario, si el parámetro toma el valor de $m=3.75$, con el mismo valor inicial, se encuentra que para predicciones de corto plazo (5 años) es posible tener algún estimativo de la población, pero en predicciones de largo plazo no es posible determinar que presenta un comportamiento caótico.

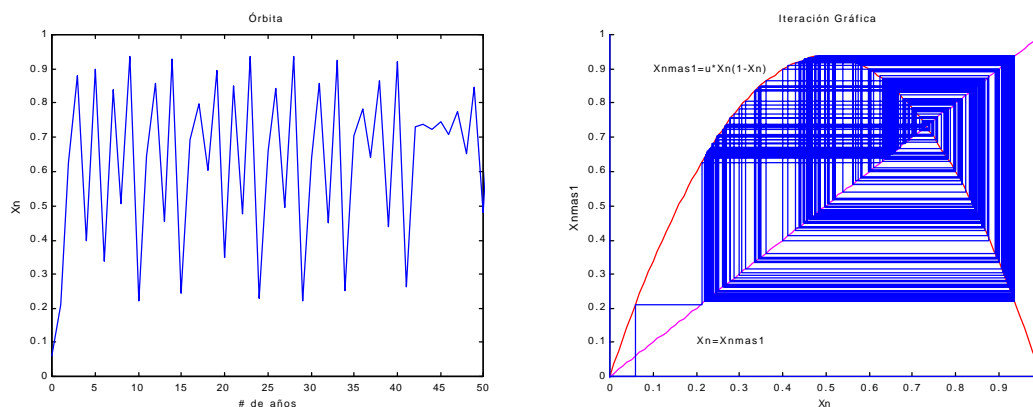


Figura 7. Ecuación Logística con $x_0=0.06$, $m=3.75$.

Aquí se observa que los valores encontrados al iterar la función, no caen en un punto ni se establecen en una órbita; su característica principal es su comportamiento aperiódico o caótico al que también se le da el nombre de atractor extraño. Estos cuatro ejemplos dependen del valor asumido en el parámetro de control que caracteriza el valor siguiente a iterar; así, su forma de atracción para un punto fijo, periodo doble o comportamiento extraño, son dependientes del valor del parámetro.

Si se varía el parámetro (m) de 0 a 4 y se determina la solución para cada variación, graficándolas en un espacio de fase compuesto por x_n vs. m llamado diagrama de bifurcación, se puede observar hasta dónde y cómo se presentan los diferentes tipos de atractores.

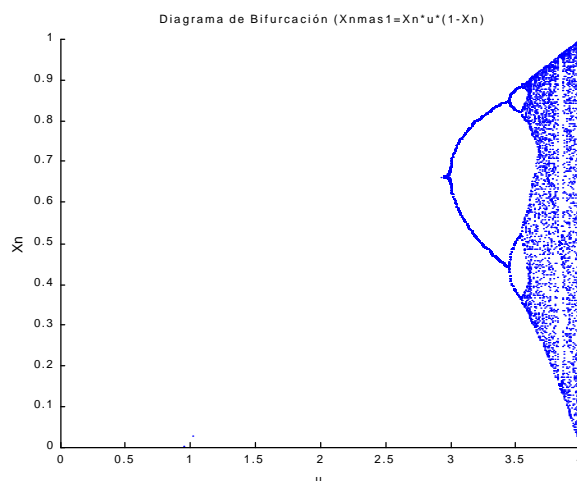


Figura 8. Diagrama de Bifurcación del Mapa Logístico.

Para la ecuación logística, el parámetro m tiene cuatro rangos distintos.

- En $m \leq 1$, el atractor es un punto fijo que tiene un valor de 0 .
- En $1 < m < 3$, el atractor es un punto fijo que tiene un valor mayor que 0 pero menor que 0.667 .
- En $3 < m < 3.57$, ocurre periodo doble. Los atractores consisten de 2, 4, 8, etc. puntos periódicos a medida que k se incrementa.
- En $3.57 < m \leq 4$, se está en la región conocida generalmente como caos; un atractor que puede contener una infinidad de puntos.

Por lo tanto, el parámetro de control juega un papel decisivo en la evolución de un sistema y en el comienzo del caos (dado que el sistema es determinístico, no-lineal y dinámico). Una variable puede sufrir una diversidad de evoluciones posibles, dependiendo del valor del parámetro de control.

2.2.2 Mapa de Mandelbrot Real¹

El mapa de Mandelbrot o mapa Cuadrático proviene de la misma familia que la ecuación logística y es el caso general para este tipo de funciones, la cual se expresa de la siguiente manera:

$$x_{n+1} = x_n^2 + m$$

El rango de operación de la ecuación se establece cuando el valor del parámetro es mayor o igual que -2 y menor o igual que 0.25 . Esta función se caracteriza por tener similitud con la ecuación logística, en cuanto a que las dos presentan órbita de punto fijo, asintótica, periódica y su diagrama de bifurcación es del tipo horca y horca en la cascada de

¹ Mandelbrot B. B. "Fractal Aspects of the Iteration of $z \rightarrow z^2 - m$ for Complex m and z : the Fractal Structure of its M set, and Scaling", Physica D 7, 1980.

doblamiento de periodo; pero se diferencia en que la ecuación cuadrática comienza por caos, termina con una bifurcación tangente y no tiene una bifurcación transcítica, como se observa en su diagrama de bifurcación. Estas clases de bifurcaciones son explicadas en el siguiente numeral.

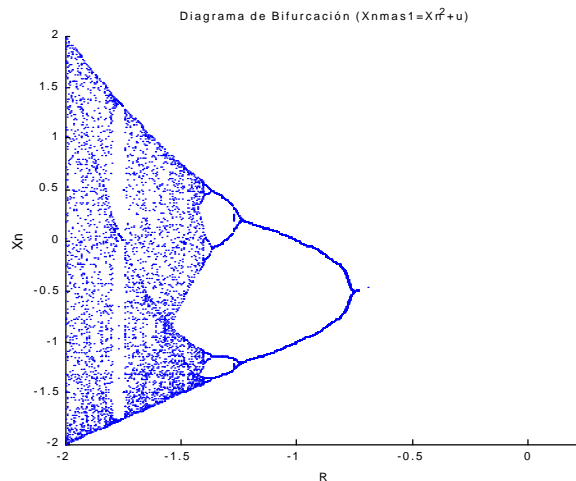


Figura 9. Diagrama de Bifurcación del Mapa de Mandelbrot.

2.3 BIFURCACIONES

Se denomina diagrama de bifurcaciones a un gráfico que da la posición de los puntos fijos en función del parámetro, y que normalmente muestra varias bifurcaciones. En ocasiones, sólo hay que estudiarlas para un determinado valor del parámetro, dibujando el croquis de bifurcación de la zona donde suelen representarse con línea continua la posición del punto fijo estable, y con línea de dos puntos la posición del punto fijo inestable.

Considerando un mapa unidimensional dependiente de un parámetro $x \in f(mx)$, donde m es un parámetro real al que se hace variar, ocurre una bifurcación para determinados valores del parámetro, si un punto fijo cambia su estabilidad por la de otro, se desdobra en dos, aparece o desaparece, o si bien, varios puntos fijos simultáneamente se desdoblan, aparecen o desaparecen.

2.3.1 Bifurcación transcritical

Es aquella donde dos puntos fijos intercambian su estabilidad. Un croquis de bifurcación transcritical se representa por:

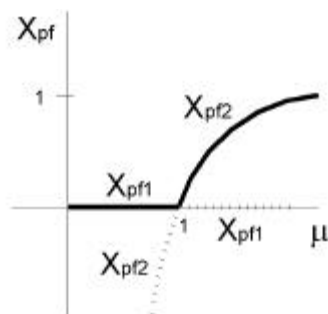


Figura 10. Croquis de una Bifurcación Transcritical en el Mapa Logístico $x_{n+1} = \mu x_n(1 - x_n)$.

2.3.2 Bifurcación Tangente

Bifurcación tangente es aquella en que un punto fijo es estable y otro inestable, aparece o desaparece. Más exactamente, ocurre una bifurcación tangente simple cuando el gráfico de la primera iteración $f(x)$ es tangente a la recta de 45° en un punto, y ocurre una bifurcación tangente múltiple cuando el gráfico de la p -ésima iteración $f^p(x)$ es tangente a la recta de 45° en p puntos.

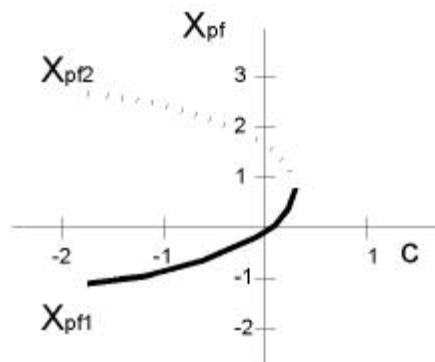


Figura 11. Croquis de una Bifurcación Tangente Simple, Mapa de Mandelbrot real $x_{n+1} = x_n^2 + c$

2.3.3 Bifurcación Horca

Aquella en que un punto fijo se desdobra en dos. Ocurre una bifurcación horca cuando un punto fijo estable se vuelve inestable al tiempo que aparecen dos nuevos puntos fijos estables.

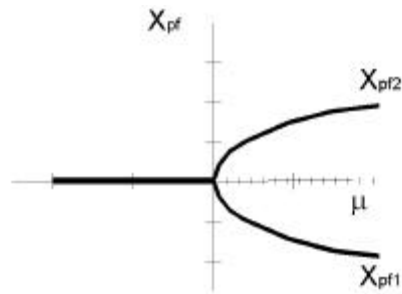


Figura 12. Croquis de una Bifurcación Horca, Mapa Cúbico $x_{n+1} = x_n + \mu x_n - x_n^3$

3 SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN

Un sistema de potencia es un sistema interconectado, compuesto de estaciones de generación que convierten energía mecánica o calorífica en electricidad; de subestaciones que distribuyen la potencia a los consumidores y de líneas de transmisión que unen las estaciones de generación con las de distribución. De acuerdo con los niveles de voltaje, un sistema eléctrico está conformado por varios sistemas de generación, de transmisión y de distribución.

Los sistemas de transmisión y de distribución presentan diferencias, tanto en su forma de operar como en sus características. La principal discrepancia entre ellos se observa en su estructura. Hay que resaltar que en los sistemas de distribución, en casi todos los casos, la potencia se transmite por medio de un alimentador principal a las cargas individuales de forma radial; por el contrario, en transmisión, la potencia se distribuye en grandes cantidades que se componen de varias alimentaciones interconectadas. Esto conduce a la conformación de diferentes estructuras entre las redes de transmisión, las de distribución y la complejidad del sistema de potencia. Consecuentemente, las ecuaciones de flujo de carga están convencionalmente divididas en ecuaciones de flujo de carga para redes de transmisión, y ecuaciones de flujo de carga para redes de distribución.

Por algunas décadas, se han desarrollado varias técnicas para la solución del flujo de carga, como: el flujo de carga de Gauss – Seidel, el flujo de Newton – Raphson, y el flujo rápido desacoplado, conocidos como métodos prácticos, eficientes y generalmente confiables. Aunque la clasificación de estos y otros métodos han sido ampliamente utilizados, existen dificultades o ineficiencias alrededor de su práctica, como el caso de introducción de valores iniciales errados, las aplicaciones especiales (Alta relación de R/X), las redes con estructuras especiales y las redes de distribución.

Los sistemas de distribución, por su amplio rango de valores de resistencia y reactancia, y por su estructura radial, caen dentro de la categoría de errado valor inicial cuando se aplican los algoritmos de flujo de carga de Newton Raphson y de rápido desacoplado para sistemas de potencia. Además, el flujo de carga de Gauss-Seidel ha mostrado ser extremadamente ineficiente en la solución de grandes sistemas de potencia.

Estos sistemas se caracterizan por estar integrados de varios alimentadores principales en niveles de voltaje entre 4 a 69 kV, y con una longitud menor de 80 km; algunos de ellos son operados en forma radial, teniendo un punto de conexión en que se suministra la potencia de alimentación.

Durante el estudio de los métodos de planificación y operación de una red, es necesario analizar directamente situaciones que están relacionadas con las ecuaciones flujo de carga. La planificación y la operación de los sistemas de distribución han cobrado una gran importancia durante los últimos años, debido a la necesidad de satisfacer los requisitos cada vez más exigentes de eficiencia y calidad de servicio.

3.1 CONDUCTORES

Los sistemas de distribución adquieren la energía de una barra de las subestaciones de distribución, suministrándola a los devanados primarios de los transformadores de distribución, a través de una configuración de conductores operados radialmente, que suelen conformar un circuito trifásico trifilar o tetrafilar del que se derivan los circuitos monofásicos y bifásicos, dependiendo de la carga. Los conductores utilizados están compuestos por aluminio y son reforzados con acero (ASCR), variando del núm. 2 AWG al 500 kcmil. Sus características eléctricas se muestran en la tabla 3.

Tabla 3. Características de los Conductores ASCR¹.

Pal Clave	Kcmil o AWG	Al/St	Diámetr o Cm.	GMR	Resistencia a 25° C			Resistencia a 50° C			Ohm /Km A
					cd	50Hz	60Hz	cd	50Hz	60Hz	
Sparrow	2	6/1	0.8026	0.1274	0.8761	0.8761	0.8761	0.9631	1.0315	1.0501	180
Sparate	2	7/1	0.8255	0.1536	0.8761	0.8761	0.8761	0.9631	1.0066	1.0253	180
Swallow	3	6/1	0.7140	0.1311	1.1060	1.1060	1.1060	1.2117	1.2676	1.2862	160
Swan	4	6/1	0.6528	0.1332	1.3919	1.3919	1.3919	1.5348	1.5783	1.5969	140
Swanate	4	7/1	0.6350	0.1378	1.3919	1.3919	1.3919	1.5348	1.5721	1.5845	140
Thrusn	5	6/1	0.5670	0.1268	1.7523	1.7523	1.7523	1.9263	1.9635	1.9760	120
Turkey	6	6/1	0.5040	0.1201	2.2121	2.2121	2.2121	2.4358	2.4668	2.4731	100
Raven	1/0	6/1	1.0110	0.1359	0.5499	0.5512	0.5518	0.6052	0.6711	0.6959	230
Quail	2/0	6/1	1.1340	0.1554	0.4362	0.4374	0.4387	0.4803	0.5381	0.5561	270
pigeon	3/0	6/1	1.2751	0.1829	0.3455	0.3473	0.3480	0.3803	0.4331	0.4493	300
Penguin	4/0	6/1	1.4310	0.2481	0.2740	0.2759	0.2765	0.3014	0.3523	0.3679	340
Partridge	266.8	26/7	1.6307	0.6614	0.2137	0.2175	0.2175	0.2392	0.2392	0.2392	460
Owl	266.8	6/7	1.6078	0.2085	0.2181	0.2181	0.2187	0.2398	0.3169	0.3430	460
Ostrich	300	26/7	1.7272	0.7010	0.1932	0.1932	0.1932	0.2125	0.2125	0.2125	490
Piper	300	30/7	1.7780	0.7346	0.1932	0.1932	0.1932	0.2125	0.2125	0.2125	500
Limet	336.4	26/7	1.8288	0.7437	0.1727	0.1727	0.1727	0.1901	0.1901	0.1901	530
Oriole	336.4	30/7	1.8821	0.7772	0.1727	0.1727	0.1727	0.1901	0.1901	0.1901	530
ibis	397.5	26/7	1.9888	0.8077	0.1460	0.1460	0.1460	0.1609	0.1609	0.1609	590
Lark	397.5	30/7	2.0472	0.8473	0.1460	0.1460	0.1460	0.1609	0.1609	0.1609	600
Hawk	477	26/7	2.1793	0.8839	0.1218	0.1218	0.1218	0.0134	0.1342	0.1342	670
Hen	477	30/7	2.2428	0.9266	0.1218	0.1218	0.1218	0.1342	0.1342	0.1342	670
Heron	500	30/7	2.2960	0.9479	0.1162	0.1162	0.1162	0.1280	0.1280	0.1280	690

3.2 MODELO DE LÍNEA CORTA

En sistemas de distribución radial, el modelo de línea corta es la mejor aproximación del sistema. Está compuesto por una resistencia y una inductancia, omitiendo la capacitancia de línea, ya que el error introducido al modelo, no afecta los valores del voltaje en el recibo,² y por consiguiente, la regulación de voltaje junto a otros parámetros.

La resistencia de la línea es calculada multiplicando la resistencia del conductor ($r \Omega/\text{km}$) por la longitud de la línea ($l \text{ km}$), y el cálculo de la reactancia, se realiza al conocer el número de conductores por fase, la frecuencia y la configuración de la línea. En los análisis de la variación de la distancia entre fases, se tomará un conductor por fase con la siguiente configuración y estando las fases conectadas en delta.

¹ Copilación de tablas publicadas por la Westinghouse Electric Corp., "Electrical Transmission and distribution Reference Book", 1990.

² Véase el numeral 6.3 Comparación del Sistema de Distribución Modelado por Línea Corta y Media

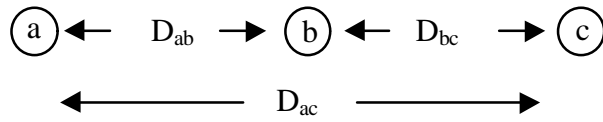


Figura 13. Configuración Geométrica de los Conductores

De la anterior figura se deduce la reactancia inductiva de la línea por kilómetro a través de la siguiente ecuación

$$L = 0.2 \ln \left(\frac{GMD}{GMR} \right) \text{ mH / km}$$

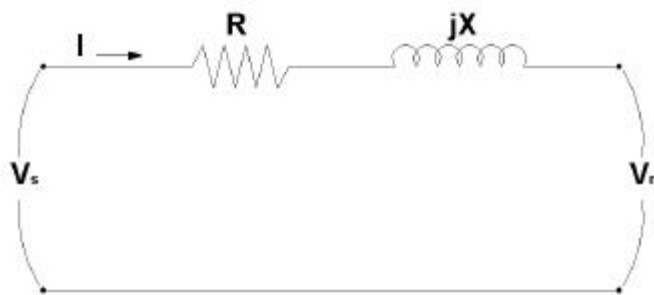
donde, GMD es la distancia media geométrica y GMR es el radio medio geométrico del conductor, parámetros determinados por las siguientes expresiones

:

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ac}}$$

$$GMR = r' = r e^{\frac{1}{4}}$$

donde, D_{ab} , D_{bc} y D_{ac} son las distancias entre los conductores, r es el radio del conductor y e es el número de Euler. Por lo tanto, la impedancia de la línea se expresa por medio de la ecuación que acompaña la figura 14.



$$Z = (r + j\omega L)l \quad \Omega$$

$$Z = R + jX \quad \Omega$$

Figura 14. Modelo de Línea Corta.

donde, V_s es el voltaje de envío, V_r es el voltaje de recibo, R es la resistencia, X es la reactancia e I es la corriente. Del circuito anterior, se deduce el voltaje en el recibo en función del voltaje de salida, la impedancia de la línea y la corriente que circula por ella, así

$$V_r = V_s - ZI$$

En la siguiente tabla se observa otras características principales de este modelo:

Tabla 4. Características del Modelo de Línea Corta

Característica	Ecuación	Unidades
Carga trifásica conectada al final de la línea	$I = \frac{S^*_{(3\phi)}}{3V_r^*}$	Amperios
Regulación de voltaje	$\text{reg}V\% = \frac{ V_s - V_r }{V_r} \times 100$	Porcentaje
Pérdidas (S_L)	$S_L = S_s - S_r$ $S_s = 3V_s I^* = P_s - jQ_s$	Volteamperios
Eficiencia (h)	$h = \frac{P_r}{P_s} \times 100$	Porcentaje

El símbolo (*) denota el conjugado del número imaginario.

Si el sistema de distribución se encuentra desbalanceado (diferente corriente en cada fase), la impedancia de la sección de la línea se debe modelar trifásicamente por medio de una matriz 3x3, que depende del tipo de conexión del sistema. Así, cuando el sistema esta conectado en delta, la impedancia de la línea es:

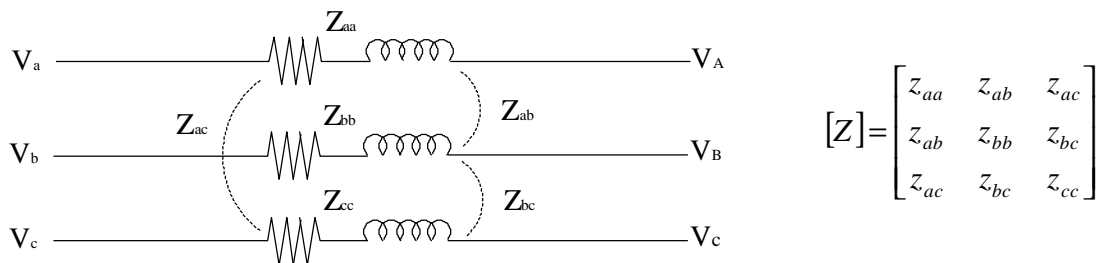


Figura 15. Impedancia de la Línea de un Sistema Conectado en Delta

donde, Z_{aa} , Z_{bb} y Z_{cc} son las impedancias mutuas de los conductores y Z_{ab} , Z_{ac} y Z_{bc} son las impedancias entre los conductores. La impedancia mutua se determina sumando la resistencia de la línea y la reactancia mutua del conductor, que es calculada así:

$$Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc} = Rl + j\omega Ll = Rl + j\omega \left(2 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{1}{GMR} \right) \right) l$$

donde, el radio medio geométrico es dado en centímetros, la longitud l en kilómetros y la resistencia en Ohmios por kilómetro. La impedancia entre los conductores es la misma reactancia entre ellos y se halla de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} Z_{ab} &= jX_{ab} = j2 \times 10^{-7} \omega \ln(D_{ab}) l \\ Z_{ac} &= jX_{ac} = j2 \times 10^{-7} \omega \ln(D_{ac}) l \\ Z_{bc} &= jX_{bc} = j2 \times 10^{-7} \omega \ln(D_{bc}) l \end{aligned}$$

donde, las distancias se calculan en metros y la longitud de la línea en kilómetros. En el caso que el sistema esté compuesto por tres fases y un neutro (conexión estrella), se deduce que es una matriz 4x4, como se muestra en la figura 16.

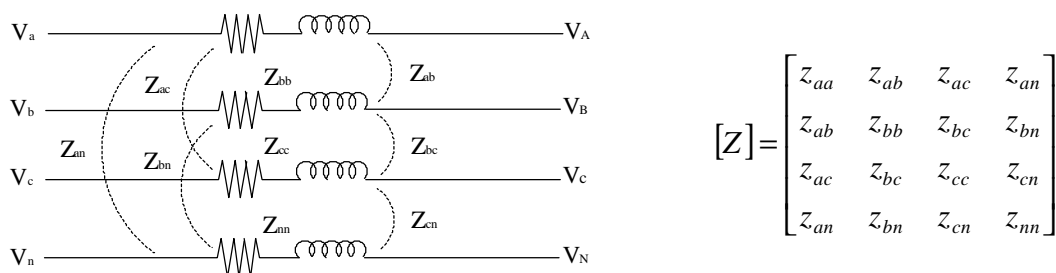


Figura 16. Impedancia de la Línea de un Sistema Conectado en Estrella

Al aplicar la reducción de Kron, la matriz anterior se transforma en una 3 x 3, así:

$$z_{ij(k)} = z_{jk} - \frac{z_{jn}z_{nk}}{z_{nn}} \quad Z = \begin{bmatrix} z_{aa(k)} & z_{ab(k)} & z_{ac(k)} \\ z_{ab(k)} & z_{bb(k)} & z_{bc(k)} \\ z_{ac(k)} & z_{bc(k)} & z_{bb(k)} \end{bmatrix}$$

Si alguna fase de la sección de línea no existe, la correspondiente fila y columna en la matriz son cero.

3.3 MODELO DE CARGA LINEAL Y NO LINEAL ¹

El modelo de carga es una de las principales herramientas para determinar tanto el planeamiento, como la confiabilidad de un sistema de potencia o de cualquier industria, porque al realizar una representación inadecuada de la carga se provoca una sobredimensión o subdimensión del sistema. El sistema sobredimensionado o subdimensionado, afecta la confiabilidad de datos obtenidos dentro del estudio del sistema como lo son: el flujo de carga y la estabilidad de voltaje.

Por medio de investigaciones sobre la representación de carga a través de modelos, se ha diseñado lo conocido como el modelo “ZIP”: impedancia constante (Z), corriente constante (I) y potencia constante (P); términos que representan los tipos de cargas resistivas,

¹ IEEE Committee Report, “Load Representation for Dynamic Performance Studies”, IEEE Transactions on Power Systems, May 1993, Vol. 8, No. 2.

inductivas y mixtas (resistivas y inductivas), respectivamente. El modelo se expresa a través de la siguiente ecuación:

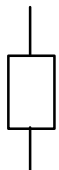

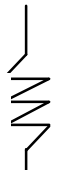
$$P_{real} = P_0 \left[K_1 \left(\frac{V_R}{V_S} \right)^2 + K_2 \left(\frac{V_R}{V_S} \right) + K_3 \right] (1 + k_f (f - f_o))$$

$$Q_{real} = Q_0 \left[K_4 \left(\frac{V_R}{V_S} \right)^2 + K_5 \left(\frac{V_R}{V_S} \right) + K_6 \right] (1 + k_f (f - f_o))$$

$\uparrow \qquad \qquad \uparrow \qquad \qquad \uparrow$
Z \qquad \qquad I \qquad \qquad P

donde, P_{real} es la potencia activa actual de la carga, P_0 es la potencia activa inicial, V_R es el voltaje actual, V_S es el voltaje nominal, Q_{real} es la potencia reactiva actual, Q_0 es la potencia reactiva inicial, f es la nueva frecuencia, f_0 es la frecuencia inicial, las constantes K_1 a K_6 y k_f son las que determinan de modelo (ZIP) actual o el deseado de la carga. En la siguiente tabla aparece su representación y los valores en cada modelo.

Tabla 5. Representación de los Componentes del Modelo ZIP

Potencia Constante	Corriente Constante	Impedancia constante
$P_P + jQ_P$ 	$P_I + jQ_I$ 	$P_Z + jQ_Z$ 
$P_P = P_0 \quad Q_P = Q_0$	$P_I = P_0 \frac{V}{V_o} \quad Q_I = Q_0 \frac{V}{V_o}$	$P_Z = P_0 \left(\frac{V}{V_o} \right)^2 \quad Q_Z = Q_0 \left(\frac{V}{V_o} \right)^2$
$K_1 = K_2 = K_5 = K_4 = k_f = 0$ $K_3 = K_6 = 1$	$K_1 = K_3 = K_4 = K_6 = k_f = 0$ $K_2 = K_5 = 1$	$K_2 = K_3 = K_5 = K_6 = k_f = 0$ $K_1 = K_4 = 1$

Es posible que la carga pueda representarse por diferentes combinaciones entre estos modelos, donde los valores de las constantes serán diferentes y dependientes del

comportamiento del voltaje¹. Aquí se muestran algunas de las aplicaciones sugeridas para cada tipo de modelo:

- *Potencia constante*: Son las cargas que exhiben las características eléctricas y mecánicas de dinámica rápida. Los ejemplos de este tipo de carga son:
 - ✓ Motores de inducción
 - ✓ Controladores de velocidad
 - ✓ Iluminación de descarga con balasto electrónico
 - ✓ Lámparas de alta eficiencia
 - ✓ Iluminación controlada
 - ✓ Aire acondicionado
 - ✓ Control automático de termostatos

Su característica principal es la rápida respuesta al voltaje y a la frecuencia. Este modelo también es utilizado para estudios de sistemas antes o después de una falla.

- *Corriente constante*: Son las cargas que presentan discontinuidad cuando el voltaje exhibe alguna variación tal como:
 - ✓ Iluminación de descarga
 - ✓ Controladores de velocidad con apagado cuando el voltaje está en el 90% de su valor nominal
 - ✓ Contactores de motores
 - ✓ Protección de sobrecarga para motores

Este modelo se utiliza cuando el voltaje varía de manera abrupta y rápida durante la iniciación de una falla, o para variaciones lentas del voltaje durante el primer vaivén de la potencia - ángulo.

¹ D. T. RIZY, J. S. Lawler, J. B. Palten and N. H. Fortson, "Distribution Automation Applications Software for the Athens Utilities Board", IEEE Transactions on Power Delivery, January 1989, Vol. 4, No. 1.

- *Impedancia constante*: son las cargas que no presentan discontinuidad cuando el voltaje exhibe alguna variación:
 - ✓ Motores pequeños
 - ✓ Iluminación incandescente
 - ✓ Cargas resistivas sin control automático, tales como termostatos

Este modelo se utiliza para estudios donde la variación de la frecuencia (0.1 a 1.2 Hz) y el voltaje son significativos.

3.4 MODELO DEL TRANSFORMADOR PARA SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN BALANCEADOS

Al considerar un sistema de distribución balanceado, el transformador real se puede representar por el circuito como se muestra en la figura 17. Los elementos en serie conformados por una reactancia y una resistencia para cada lado del transformador, representan la resistencia de los devanados y las inductancias debido al arrollamiento de los mismos de cada fase.

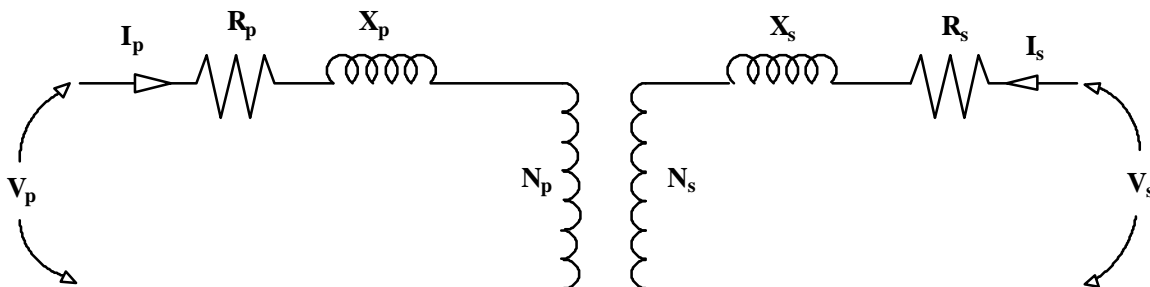


Figura 17. Modelo del Transformador.

donde, N_p es el número de vueltas del devanado primario, I_p es la corriente, V_p es el voltaje, R_p es la resistencia, X_p es la reactancia del devanado primario, N_s es el número de vueltas del devanado secundario, I_s es la corriente, V_s es el voltaje, R_s es la resistencia y X_s es la reactancia del devanado secundario. Los parámetros de los elementos en serie se determinan con la prueba de cortocircuito referidos al lado donde se mida. Dicha medición, preferiblemente, se debe realizar en el lado de alta tensión ya que en este se manejan corrientes más pequeñas.

La prueba de cortocircuito se realiza montando un circuito como el de la figura 18, en el que el voltímetro se coloca después del amperímetro, ya que las resistencias medidas son muy pequeñas; se cortocircuitan las terminales de baja tensión y se inyecta un voltaje en el lado de alta tensión del transformador haciendo circular corriente nominal en el devanado de baja tensión.

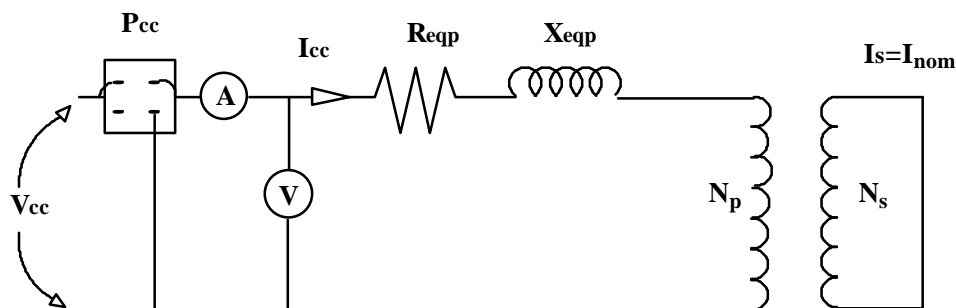


Figura 18. Prueba de Cortocircuito

Con los equipos de medición, se obtiene el voltaje (V_{cc}), la potencia (P_{cc}) y la corriente de cortocircuito (I_{cc}) medidas en alta tensión. Con estos datos se hallan la resistencia y la reactancia en Ohmios referidas al lado de alta tensión, y dado que los parámetros están referidos al mismo lado, las siguientes ecuaciones permiten referir la resistencia y la reactancia al lado de baja tensión del transformador:

$$\begin{aligned}
 I_n &= \frac{S}{\sqrt{3}V_{LL(AT)}} & \frac{N_p}{N_s} &= t \\
 R_{eqp} &= \frac{P_{cc}}{I_n^2} [Ohm] A.T. & \frac{I_s}{I_p} &= t \\
 Z_{eqp} &= \frac{V_{cc}}{I_{cc}} [Ohm] A.T. & \frac{V_p}{V_s} &= t \\
 X_{eqp} &= \sqrt{Z_{eqp}^2 - R_{eqp}^2} [Ohm] A.T. & Z_{eqp} &= t^2 Z_{eqs}
 \end{aligned}$$

donde, t es la relación de transformación.

Al referir los parámetros al lado de baja tensión, el circuito equivalente del transformador se diagrama así:

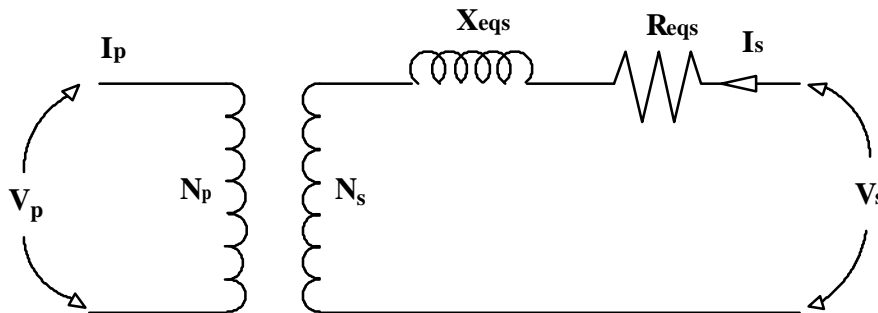


Figura 19. Parámetros Referidos a Baja Tensión

Para convertir la resistencia, la reactancia y la impedancia al sistema en por unidad en base a la impedancia del transformador, se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 R_{p.u.} &= \frac{R_{[\Omega]}}{\frac{V_{(kV) B.T._{base_del_trafo}}^2}{S_{(MVA)trafo}}} \\
 X_{p.u.} &= \sqrt{Z_{p.u.}^2 - R_{p.u.}^2}
 \end{aligned}$$

De la misma forma para convertir las impedancias a las bases del sistema se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$X_{eq.pu.} = \left(X_{p.u._{base_del_trafo}} \left(\frac{V_{(kV)base_j_placa}}{V_{(kV)base_j_deseado}} \right)^2 \left(\frac{S_{(MVA)deseado}}{S_{(MVA)placa}} \right) \right)$$

$$R_{eq.pu.} = \left(R_{p.u._{base_del_trafo}} \left(\frac{V_{(kV)base_j_placa}}{V_{(kV)base_j_deseado}} \right)^2 \left(\frac{S_{(MVA)deseado}}{S_{(MVA)placa}} \right) \right)$$

donde, $X_{p.u._{base_del_trafo}}$ es la impedancia del transformador en sus bases, $R_{p.u._{base_del_trafo}}$ es la resistencia del transformador en sus bases, $V_{(kV)base_j_placa}$ es el voltaje nominal del transformador en el lado de baja tensión, $V_{(kV)base_j_deseado}$ es el voltaje base del sistema en el lado de baja tensión, $S_{(MVA)deseado}$ es la potencia base del sistema, $S_{(MVA)placa}$ es la potencia con la máxima etapa de refrigeración del transformador.

Al considerar el circuito equivalente simplificado del transformador de la figura 19 y realizando un camino cerrado (Kirchhoff de voltaje), se encuentra que la ecuación del modelo del transformador es:

$$\frac{\vec{V}_p}{t} = \vec{V}_s + R_{eqs} \vec{I}_s + X_{eqs} \vec{I}_s$$

Esta ecuación conduce al diagrama fasorial y al voltaje primario del transformador. Como la carga se considera balanceada y el voltaje primario es conocido,¹ se puede deducir el voltaje del lado de baja tensión o secundario del transformador, así:

$$\vec{V}_{spu} = \vec{V}_{ppu} - R_{pu} \vec{I}_{spu} - X_{pu} \vec{I}_{spu}$$

Las impedancias de los transformadores están normalizadas dependiendo de la empresa constructora y su valor publicado, tiene una tolerancia del 7.5 % de acuerdo con la norma ANSI. Dado que los fabricantes tienen normalizadas estas impedancias, se eligió el fabricante Cutler – Hammer para el modelamiento dinámico de los transformadores tipo

¹ Véase el numeral 3.6

seco 12 kV / 208 / 120 V con temperaturas de 150 °C 115 °C y 80 °C con las siguientes características.

Tabla 6. Impedancia de Transformadores 12 kV / 208 / 120 V para una Temperatura de Operación 150 °C

kVA	Pérdidas Vatios		Impedancia	Resistencia	Reactancia	R / X
	Sin carga	Total	Z %	R %	X %	
3	33	231	7.93	6.60	4.40	0.67
6	58	255	3.70	3.28	1.71	0.52
9	77	252	3.42	1.94	2.81	1.45
15	150	875	5.20	4.83	1.92	0.40
30	200	1600	5.60	4.67	3.10	0.66
45	300	1900	4.50	3.56	2.76	0.78
75	400	300	4.90	3.47	3.46	1.00
112.5	500	4900	5.90	3.91	4.42	1.13
150	600	6700	6.20	4.07	4.68	1.15
225	700	8600	6.40	3.51	5.35	1.52
300	800	10200	7.10	3.13	6.37	2.03
500	1700	9000	5.50	1.46	5.30	3.63
750	2200	11700	6.30	1.27	6.17	4.87
1000	2800	13600	6.50	1.08	6.41	5.93

Tabla 7. Impedancia de Transformadores 12 kV / 208 / 120 V para una Temperatura de Operación 115 °C

kVA	Pérdidas Vatios		Impedancia	Resistencia	Reactancia	R / X
	Sin carga	Total	Z %	R %	X %	
15	150	700	5.20	3.67	3.69	1.01
30	200	1500	4.60	4.33	1.54	0.36
45	300	1700	3.70	3.11	2.00	0.64
75	400	2300	4.60	2.53	3.84	1.52
112.5	500	3100	6.50	2.31	6.08	2.63

150	600	5900	6.20	3.53	5.09	1.44
225	700	600	7.20	2.36	6.80	2.86
300	800	6600	6.30	1.93	6.00	3.10
500	1700	6800	5.50	1.02	5.40	5.30
750	1500	9000	4.10	1.00	3.98	3.98

Tabla 8. Impedancia de Transformadores 12 kV / 208 / 120 V para una Temperatura de Operación 80 °C¹

kVA	Pérdidas Vatios		Impedancia	Resistencia	Reactancia	R / X
	Sin carga	Total	Z %	R %	X %	
15	200	500	2.30	2.00	1.14	0.57
30	300	9.75	2.90	2.25	1.83	0.81
45	300	1100	2.90	1.78	2.29	1.29
75	400	1950	3.70	2.07	3.07	1.49
112.5	600	3400	4.30	2.49	3.51	1.41
150	700	3250	4.10	1.70	3.73	2.19
225	800	4000	5.30	1.42	5.11	3.59
300	1300	4300	3.30	1.00	3.14	3.14
500	2200	5300	4.50	0.62	4.46	7.19

3.5 MODELO DE LA COMPENSACIÓN REACTIVA

La compensación reactiva en las líneas de distribución se realiza conectando, generalmente en derivación y transversalmente a las líneas de fuerza, una capacitancia que funciona con energía continua o en conexión y desconexión durante los ciclos de carga. Existen dos tipos de capacitores: los secundarios (de bajo voltaje) y los primarios (de alto voltaje) siendo este último el más común.

¹ Cutler – Hammer Consulting Application Guide 11 Edition, Pennsylvania, March 1996.

Los capacitores secundarios o de bajo voltaje, se fabrican, por lo general en capacidades de voltaje de 240 a 600 V para un intervalo de 2.5 a 100 kVAr en sistema trifásico. Cuando los capacitores de bajo voltaje se conectan a las líneas del secundario, se sitúan físicamente cerca de las cargas reactivas en retraso. Esto reduce las necesidades de kVA de las líneas inmediatas y los transformadores o a la inversa, permitiendo tener una mayor carga en kW con los mismos equipos de líneas y de transformadores.

Los capacitores primarios de corrección de factor de potencia se conectan a las líneas de alto voltaje y se fabrican frecuentemente para voltajes entre 2.4 a 25 kV para un intervalo de 50 a 400 kVAr. Se pueden lograr mayores valores de voltaje y kVAr al conectar las unidades capacitores en arreglos de serie y paralelo. Los capacitores para sistemas aéreos de distribución pueden montarse en los postes, en bancos de 300 a 3600 kVAr a casi cualquier voltaje primario hasta 34.5 kV, de fase a fase.

En la figura 20 se muestran cuatro de las conexiones más comunes de capacitores trifásicos: *Y* aterrizada trifásico, *Y* no aterrizada trifásico en delta y monofásico. Las conexiones en *Y* aterrizada o no aterrizada se hacen, por lo general, en circuitos primarios, mientras que las conexiones en delta y en monofásico, se aplican en los circuitos de bajo voltaje.

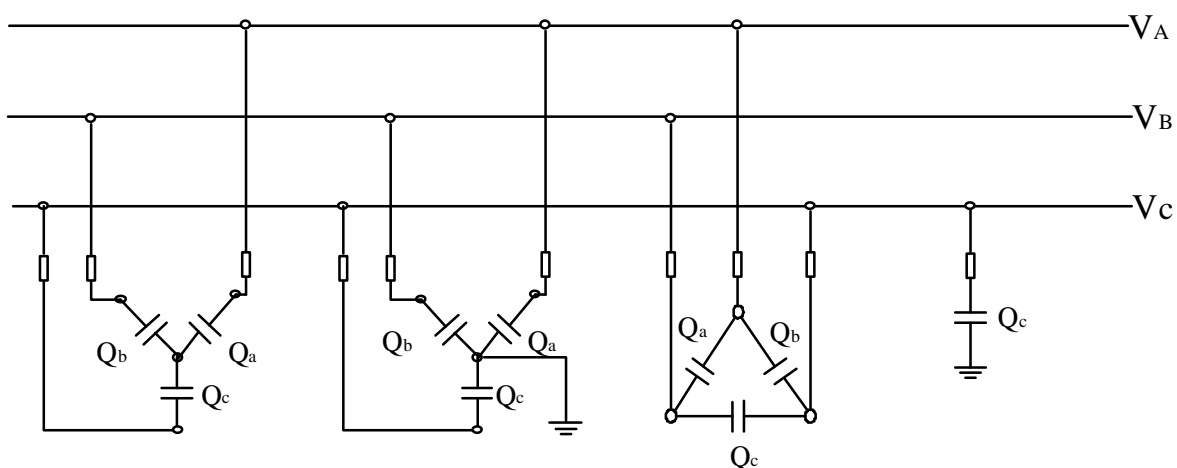


Figura 20. Grupo de Conexiones de los Capacitores

La mayoría de los capacitores de potencia que se instalan en alimentadores primarios de distribución, se conectan en *Y* aterrizada y se representa por un equivalente de inyecciones de corriente como se muestra a continuación.

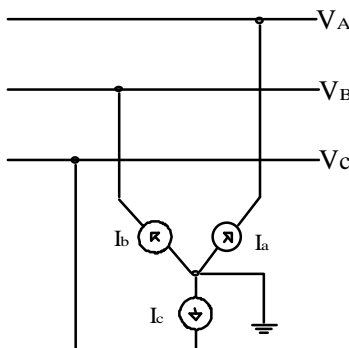


Figura 21. Equivalente de Inyecciones de Corriente de la Y Aterrizada.

Donde las corrientes de las fases se calculan teniendo

$$Q_a = Q_a^0 \left| \frac{V_a}{V_a^0} \right|^2 \quad Q_b = Q_b^0 \left| \frac{V_b}{V_b^0} \right|^2 \quad Q_c = Q_c^0 \left| \frac{V_c}{V_c^0} \right|^2$$

y si $|V|^10$ entonces

$$I_a = \frac{-jQ_a}{V_a^*} \quad I_b = \frac{-jQ_b}{V_b^*} \quad I_c = \frac{-jQ_c}{V_c^*}$$

Son varias las ventajas y beneficios que se derivan de este tipo de conexión. Con la conexión en *Y* aterrizada, los tanques y armazones de los interruptores están al potencial de tierra. Esto permite una mayor seguridad para el personal que opera el sistema de distribución. Las conexiones en *Y* aterrizada producen una operación más rápida del fusible en serie en caso de falla de un capacitor. Los capacitores aterrizados pueden dejar pasar en desvío a tierra algunas fluctuaciones de la línea, y por tanto, muestran un cierto grado de autoprotección contra los voltajes transitorios y las fluctuaciones causadas por rayos. La conexión en *Y* aterrizada proporciona también una trayectoria de baja impedancia para las armónicas.

3.6 ECUACIONES DE FLUJO DE CARGA PARA UN SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN RADIAL

Las ecuaciones de flujo de carga o ecuaciones de variables de estado, son de gran importancia en la planeación y diseño de la expansión futura de los sistemas de potencia, así como también en la determinación de las mejores condiciones de operación de los sistemas existentes. La información que principalmente se obtiene de un estudio de flujo de carga, es la magnitud y el ángulo de fase del voltaje en cada barra y las potencias real y reactiva que fluyen por cada línea.

Los métodos de solución del flujo de carga para sistemas de distribución que se tratan, han sido adelantados por diferentes equipos de trabajo, mostrando una gran versatilidad tanto en la deducción y el planteamiento del algoritmo, como en la solución de las ecuaciones. Cabe resaltar que este tipo de ecuaciones, además de permitir una sencilla aplicación, poseen cualidades indiscutibles tales como rápida solución y facilidad de implementación, análisis y comprensión.

Los métodos escogidos en el documento para la solución del flujo de carga facilitan la aplicación y el análisis de los modelos dinámicos a los sistemas de distribución, logrando representar y estudiar los sistemas trifásicos balanceados por la magnitud del voltaje, los sistemas trifásicos balanceados por la magnitud y el ángulo del voltaje y los sistemas trifásicos desbalanceados, por la magnitud y el ángulo del voltaje de cada fase.

3.6.1 Unicidad de la solución de flujo de carga para sistemas de potencia de distribución radial¹

¹ H.D. Chiang, M. E. Baran, "On the Existence and Uniqueness of Load Flow Solution for Radial Distribución Power Networks", IEEE Transactions on Circuits and Systems, March 1990, Vol. 37, No 3.

La investigación del número de soluciones de las ecuaciones de flujo de carga para sistemas de distribución radial es el tema de este párrafo, en la que se muestra que la solución de flujo de carga es única al utilizar la magnitud del voltaje¹. Para simplificar la posterior presentación, se asume un sistema trifásico balanceado, considerando un caso especial donde hay un solo alimentador principal.

3.6.1.1 Caso especial: alimentador principal

El sistema de distribución está compuesto por un alimentador principal, como se muestra en la siguiente figura. En ella, $|V_0|$ representa la magnitud del voltaje en la barra de la subestación, que es constante. Las líneas de distribución son modeladas como impedancias en serie $Z=R+jX$ y la demanda de carga en la barra i , es modelada como potencia constante $S_{Li}=P_{Li}+jQ_{Li}$.

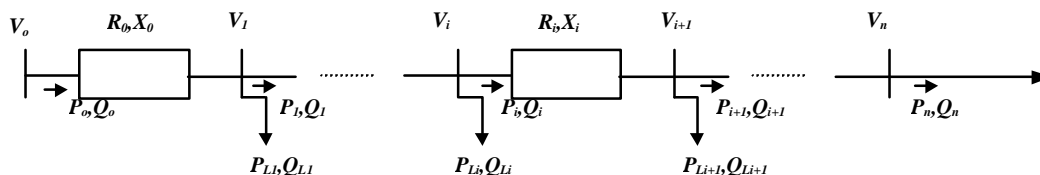


Figura 22. Caso Especial: Alimentador Principal

Si la potencia suministrada de la subestación ($S_0=P_0+jQ_0$) es conocida, entonces la potencia y el voltaje en el recibo de la primera rama se calculan así:

$$S_1 = S_0 - S_{loss-1} - S_{L1} = S_0 - Z_1 \frac{|S_0|^2}{|V_0|^2} - S_{L1}$$

$$V_1 = |V_1|e^{ja_1} = V_0 - Z_1 \bar{I}_0 = V_0 - Z_1 \left(\frac{\bar{S}_0}{V_0} \right)^*$$

¹ M. E. Baran And F. F. Wu, "Optimal Sizing of Capacitors Placed on Radial Distribution System", Presented at IEEE PES - Winter Meeting, New York, 1988.

En general, la potencia real y reactiva fluyen desde el envío hasta el recibo de la próxima rama $i+1$. P_{i+1} , Q_{i+1} y la magnitud del voltaje en $|V_{i+1}|$ pueden ser expresados por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$P_{i+1} = P_i - R_{i+1} \frac{P_i^2 + Q_i^2}{|V_i|^2} - P_{Li+1} = \hat{P}_{i+1}(P_i, Q_i, |V_i|^2)$$

$$Q_{i+1} = Q_i - X_{i+1} \frac{P_i^2 + Q_i^2}{|V_i|^2} - Q_{Li+1} = \hat{Q}_{i+1}(P_i, Q_i, |V_i|^2)$$

$$V_{i+1} = |V_{i+1}| e^{j\alpha_{i+1}} = \hat{V}_i - Z_{i+1} I_i = \hat{V}_i - Z_i \left(\frac{S_i}{\hat{V}_i} \right)^*$$

$$|V_{i+1}|^2 = |V_i|^2 - 2(R_i P_i + X_i Q_i) + (R_{i+1}^2 + X_{i+1}^2) \left(\frac{P_i^2 + Q_i^2}{|V_i|^2} \right) = \hat{V}_{i+1}(P_i, Q_i, |V_i|^2)$$

Estas ecuaciones son llamadas ecuaciones de flujo de carga y pueden escribirse en forma vectorial de la siguiente manera:

$$\bar{X}_{0i+1} = f_{0i+1}(\bar{X}_{0i})$$

donde, $\bar{X}_{0i} = [P_i, Q_i, |V_i|^2]$ y el subíndice 0 denotan el alimentador principal. Por lo tanto, el sistema del alimentador principal puede ser descrito por las siguientes ecuaciones discretas del sistema.

$$\begin{aligned} \bar{X}_{01} &= f_{01}(\bar{X}_{00}) \\ \bar{X}_{02} &= f_{02}(\bar{X}_{01}) \end{aligned} \quad \text{hasta} \quad \bar{X}_{0n} = f_{0n}(\bar{X}_{0n-1})$$

con las condiciones:

- a) En la subestación la magnitud del voltaje está especificada.
- b) En el final del alimentador principal:

$$P_{0n} = \hat{P}(X_{0n-1}) = 0$$

$$Q_{0n} = \hat{Q}(X_{0n-1}) = 0$$

ó

$$G(X_0) = 0$$

donde, $X_0 = [X_{00}^T, X_{01}^T, X_{02}^T, \dots, X_{0n}^T]^T$.

3.6.1.2 Análisis cualitativo de la solución de flujo de carga.

Para un sistema de distribución radial, la solución del flujo de carga con magnitud del voltaje siempre es única: Para comprobar lo anteriormente dicho, se considera un sistema de distribución radial, así:

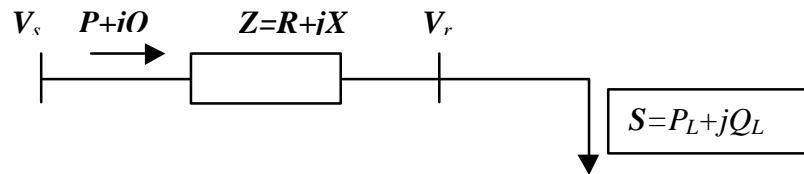


Figura 23. Esquema del Análisis Cualitativo de la Solución de Flujo de Carga

En cuanto a la conservación de la energía expuesta en el caso especial, se deduce que

$$P + jQ = (P^2 + Q^2)(R + jX) + P_L + jQ_L$$

separando la parte real de la parte imaginaria, se obtiene:

$$P - R(P^2 + Q^2) - P_L = 0$$

$$Q - X(P^2 + Q^2) - Q_L = 0$$

La relación entre el voltaje de envío de la barra y el voltaje de recibo es:

$$|V_r|^2 = 1 - 2(PR + QX) + (R^2 + X^2)(P^2 + Q^2)$$

donde, la magnitud del voltaje del envío es igual a uno en por unidad. De la parte real e imaginaria de la conservación de la energía, se obtienen las pérdidas activa y reactiva del sistema, PL y QL respectivamente.

$$\begin{aligned} PL &= P - P_L \\ QL &= Q - Q_L \end{aligned}, \text{ relacionadas por } \frac{PL}{QL} = \frac{R}{X}, \text{ determinadas así:}$$

$$PL = P - P_L = R(P^2 + Q^2)$$

$$PL = R((PL + P_L)^2 + (QL + Q_L)^2)$$

$$PL = R \left[PL^2 + 2PLP_L + P_L^2 + \frac{X^2}{R^2} PL^2 + 2\frac{X}{R} PLQ_L + Q_L^2 \right]$$

$$PL^2 - \frac{R}{R^2 + X^2} (1 - 2RP_L - 2XQ_L) PL + \frac{R^2}{R^2 + X^2} (P_L^2 + Q_L^2) = 0$$

La última ecuación deducida para las pérdidas PL , es una ecuación cuadrática. Por lo tanto, posee dos soluciones.

$$\begin{aligned} PL_1 &= \frac{1}{2} \frac{R}{R^2 + X^2} \left(1 - 2RP_L - 2XQ_L - \left[(1 - 2RP_L - 2XQ_L)^2 - 4(R^2 + X^2)(P_L^2 + Q_L^2) \right]^{\frac{1}{2}} \right) \\ PL_2 &= \frac{1}{2} \frac{R}{R^2 + X^2} \left(1 - 2RP_L - 2XQ_L + \left[(1 - 2RP_L - 2XQ_L)^2 - 4(R^2 + X^2)(P_L^2 + Q_L^2) \right]^{\frac{1}{2}} \right) \end{aligned}$$

PL_1 y PL_2 proporcionan dos soluciones (P_1, Q_1) , (P_2, Q_2) , que son:

$$\begin{aligned} P_1 &= PL_1 + P_L & Q_1 &= \frac{X}{R} PL_1 + Q_L \\ P_2 &= PL_2 + P_L & Q_2 &= \frac{X}{R} PL_2 + Q_L \end{aligned}$$

Se comprueba que para la solución (P_1, Q_1) el voltaje es $V_r \gg I$, mientras que para (P_2, Q_2) el voltaje es $V_r \gg 0$. Para demostrar lo anteriormente expuesto, se examina la ecuación del voltaje para las dos soluciones.

$$|V_r|^2 = 1 - 2(PR + QX) + (R^2 + X^2)(P^2 + Q^2)$$

$$|V_r|^2 = 1 - 2[(PL + P_L)R + (QL + Q_L)X] + (R^2 + X^2)((PL + P_L)^2 + (QL + Q_L)^2)$$

$$|V_r|^2 = 1 - 2P_L R - 2Q_L X - \frac{R^2 + X^2}{R} PL$$

Para la solución (P_1, Q_1) , la correspondiente magnitud del voltaje $|V_r|$ es:

$$|V_r|^2 = 1 - 2(P_L R + Q_L X) - \frac{1}{2} \left[1 - 2P_L R - 2Q_L X - \left[(1 - 2P_L R - 2Q_L X)^2 - 4(R^2 + X^2)(P^2 + Q^2) \right]^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$|V_r|^2 = \frac{1}{2} - P_L R - Q_L X + \frac{1}{2} \left[(1 - 2P_L R - 2Q_L X)^2 - 4(R^2 + X^2)(P^2 + Q^2) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$|V_r|^2 \approx \frac{1}{2} - P_L R - Q_L X + \frac{1}{2} (1 - 2P_L R - 2Q_L X) = 1 - 2P_L R - 2Q_L X$$

Usualmente, las bases son escogidas de manera que el voltaje de envío V_o sea igual a 1 y P_L, Q_L sean menor que 1 en p.u. Además, los parámetros de la línea R, X son mucho menores que 1 ($R, X \ll 1$). Por lo tanto, se puede deducir que el segundo y el tercer término de la ecuación anterior, no son significativos, y que la magnitud del voltaje en la barra del recibo, se aproxima a 1 p.u. Para la solución de (P_2, Q_2) , la correspondiente magnitud del voltaje $|V_r|$ es:

$$|V_r|^2 = 1 - 2(P_L R + Q_L X) - \frac{1}{2} \left[1 - 2P_L R - 2Q_L X + \left[(1 - 2P_L R - 2Q_L X)^2 - 4(R^2 + X^2)(P^2 + Q^2) \right]^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$|V_r|^2 = \frac{1}{2} - P_L R - Q_L X - \frac{1}{2} \left[(1 - 2P_L R - 2Q_L X)^2 - 4(R^2 + X^2)(P^2 + Q^2) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$|V_r|^2 \approx \frac{1}{2} - P_L R - Q_L X - \frac{1}{2} (1 - 2P_L R - 2Q_L X) = 0$$

Su magnitud, entonces, es cero. Demostrando la existencia de una solución única para las ecuaciones de flujo de carga en un sistema simple.

3.6.2 Solución del flujo de carga para un sistema de distribución balanceado por medio de la magnitud del voltaje¹

Este modelo asume que el sistema trifásico puede ser representado por un equivalente de línea así:

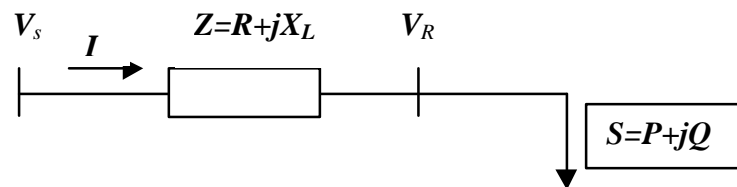


Figura 24. Modelo de Línea Trifásico Balanceado

donde, V_s es el voltaje de salida, V_R es el voltaje en el recibo, R es la resistencia, X es la reactancia, P es la potencia activa y Q es la potencia reactiva.

El modelo comprende los siguientes elementos:

- *Línea de distribución:* Se encuentra representada por una resistencia y una reactancia en por unidad. La capacitancia de la línea es despreciable, debido al nivel de voltaje que se utiliza para la distribución, como se encuentra en la mayoría de los casos. Para líneas especiales de configuración radial largas, la capacitancia de estas puede ser considerada como carga reactiva.
- *Cargas:* Se representan por los diferentes tipos de cargas mencionados en el modelo (ZIP).

¹ R. Céspedes G., "New Method for the Analysis of Distribution Networks", IEEE Transactions on Power Delivery, January 1990, Vol5, No 1.

Para deducir la solución de flujo de carga del modelo de línea anteriormente propuesto, se aplica la segunda ley de Kirchoff, que conduce a las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\bar{V}_S - \bar{V}_R &= (R + jX_L) * \bar{I} \\ \bar{I} &= \frac{\bar{S}^x}{\bar{V}_R^x} = \frac{(P - jQ)}{\bar{V}_R^x} \\ \bar{V}_S - \bar{V}_R &= \frac{(R + jX_L)(P - jQ)}{\bar{V}_R^x} \\ \bar{V}_S * \bar{V}_R^x - |V_R|^2 &= (R + jX_L)(P - jQ)\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}\bar{V}_S * \bar{V}_R^x &= V_S * V_R ([\cos \mathbf{d}_S * \cos \mathbf{d}_R + \sin \mathbf{d}_S * \sin \mathbf{d}_R] + j[\cos \mathbf{d}_R * \sin \mathbf{d}_S - \cos \mathbf{d}_S * \sin \mathbf{d}_R]) \\ \cos \mathbf{d}_S * \cos \mathbf{d}_R + \sin \mathbf{d}_S * \sin \mathbf{d}_R &= \cos(\mathbf{d}_S - \mathbf{d}_R) = \cos(\mathbf{d}) \\ \cos \mathbf{d}_R * \sin \mathbf{d}_S - \cos \mathbf{d}_S * \sin \mathbf{d}_R &= \sin(\mathbf{d}_S - \mathbf{d}_R) = \sin(\mathbf{d})\end{aligned}$$

por lo tanto, se obtiene que

$$\begin{aligned}\bar{V}_S * \bar{V}_R^x &= V_S * V_R (\cos(\mathbf{d}) + j \sin(\mathbf{d})) \\ V_S * V_R (\cos(\mathbf{d}) + j \sin(\mathbf{d})) - V_R^2 &= (P * R + Q * X) + j(X * P - R * Q)\end{aligned}$$

separando la parte real e imaginaria de la ecuación anterior, se deduce:

$$\begin{array}{ll}\text{Parte Real} & V_S * V_R \cos(\mathbf{d}) - V_R^2 = (P * R + Q * X) \\ \text{Parte Imaginaria} & V_S * V_R \sin(\mathbf{d}) = (X * P - R * Q)\end{array}$$

Al elevar al cuadrado las dos partes de la ecuación y sumándolas, resulta que:

$$V_S^2 * V_R^2 \cos^2(\mathbf{d}) + V_S^2 * V_R^2 \sin^2(\mathbf{d}) = [V_R^2 + (P * R + Q * X)]^2 + [(X * P - R * Q)]^2$$

$$+ V_S^2 * V_R^2 = V_R^4 + 2 * V_R^2 * (P * R + Q * X) + (P * R + Q * X)^2 + (X * P - R * Q)^2$$

$$V_R^4 + V_R^2 [2 * (P * R + Q * X) - V_S^2] + (P^2 + Q^2)(R^2 + X^2) = 0$$

Esta ecuación tiene una simple solución del voltaje en el recibo y no depende del ángulo de fase, simplificando la formulación del problema. También es denominada ecuación de variables de estado¹. Las variables P y Q , requieren que la solución propuesta considere la carga total que alimenta el nodo del recibo que comprende tanto la carga conectada al nodo, como las demás cargas que se encuentran después del alimentador, incluyendo las pérdidas. En otras palabras, P y Q son equivalentes a todo el sistema que se encuentra conectado aguas abajo del nodo del recibo.

Las pérdidas activa y reactiva que se requieren para calcular la potencia total conectada al nodo del recibo, están dadas por $S_L = I^2 Z$ y se deducen con la potencia aparente $S = VI^*$, procedimiento realizado al elevar al cuadrado ambos lados de la ecuación. Se obtiene que la corriente se puede expresar como:

$$|S|^2 = |V|^2 |I|^2 \quad |I|^2 = \frac{P^2 + Q^2}{V^2}$$

Así, se deduce que las pérdidas del sistema se pueden expresar en función del voltaje en el recibo por

Pérdidas	
Activa	$P_L = R \frac{(P^2 + Q^2)}{V_R^2}$
Reactiva	$Q_L = X \frac{(P^2 + Q^2)}{V_R^2}$

Para solucionar un sistema conformado por un alimentador principal y varios ramales, suponemos que cada nodo del sistema es el nodo principal de la red radial y se siguen los siguientes pasos para hallar la solución de cada ramal:

- 1) Cargar los datos del sistema, incluyendo los parámetros.
- 2) Asumir una magnitud de voltaje en cada nodo para la estimación de la carga inicial y calcular las cargas dependientes de la magnitud del voltaje.
- 3) Calcular un equivalente de todas las cargas alimentadas a través del nodo, incluyendo las pérdidas. La iteración se hace desde los nodos finales hasta el nodo de alimentación.
- 4) Comenzar el cálculo de la magnitud del voltaje de cada nodo, usando la ecuación del voltaje en el recibo. La iteración se hace desde el nodo de alimentación hasta los nodos finales.
- 5) Con los nuevos voltajes, recalculan las pérdidas. Si la variación total de las pérdidas con respecto al anterior cálculo de ellas es más grande que el error especificado, se debe volver al paso tres; de otra manera se detiene el proceso y se calculan los demás datos requeridos, por ejemplo, las corrientes, la regulación de voltaje, etc.

3.6.3 Solución del flujo de carga para un sistema de distribución balanceado por medio de la magnitud y el ángulo del voltaje

La solución de las ecuaciones de flujo de carga para un sistema de distribución balanceado a través del valor de la magnitud y el ángulo del voltaje en cada nodo, se realiza con un

¹ La descripción de un sistema puede ser realizada por una función f , también denominada función de variables de estado. Esta se define como el conjunto mínimo de variables con las que se puede describir completamente el estado de un sistema.

método desarrollado por Shirmohanamadi¹, conocido como el algoritmo de inyecciones de corriente.

A diferencia de todas técnicas de flujo de carga clásicas que usan los métodos de solución nodal de la red, este algoritmo se orienta hacia la rama. En la figura siguiente se muestra un típico sistema de distribución radial con k nodos, y ramas $b=k-1$ y un voltaje simple en la raíz del sistema.

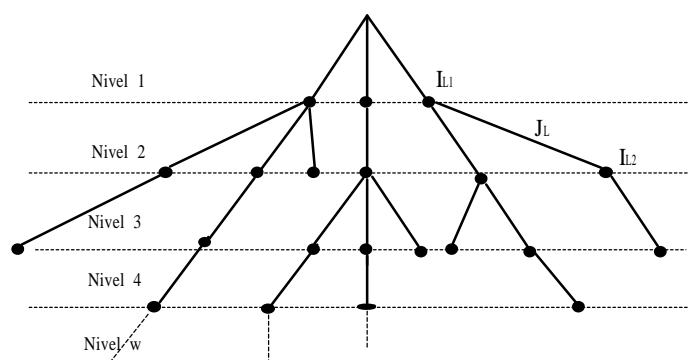


Figura 25. Sistema de Distribución Típico Dividido por Niveles.

En esta estructura de árbol, el nodo de la rama L tiene un nodo cercano en el nodo raíz notado por $L1$ y con el nodo en el otro extremo notado por $L2$. El número de las ramas es asignado al dividir el sistema por niveles, contando de izquierda a derecha el número de ramas y comenzando el conteo en el siguiente nivel hasta que todas las ramas del nivel hayan sido numeradas. Al tomar el tramo de línea L del sistema de distribución, se deducen las principales características del algoritmo como se muestra a continuación.

¹ D. Shirmohanamadi, H. W. Hong, G. X. Lou, A. Semlyen, "A Compensation Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks", IEEE Transactions on Power System, May 1998, Vol. 3, No 2

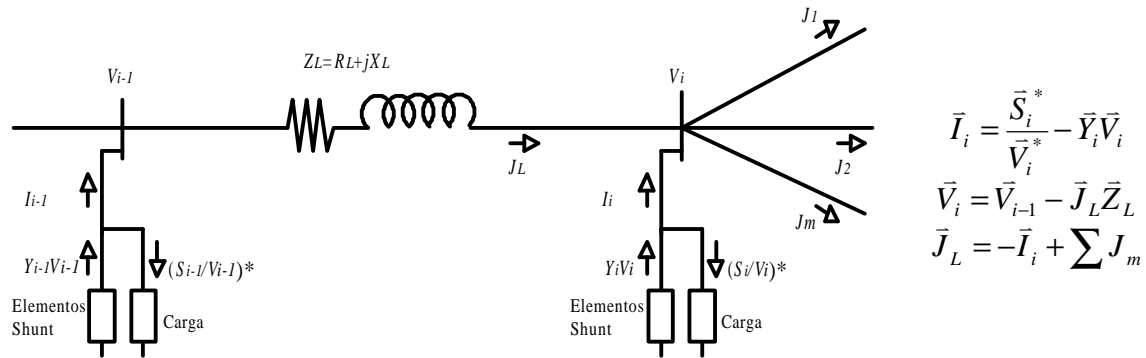


Figura 26. Sistema de Distribución Radial.

Con las anteriores características del sistema y conociendo la magnitud y ángulo del voltaje en el nodo de alimentación, se deduce la solución del sistema de distribución por medio de un algoritmo compuesto por tres pasos, en la n -ésima iteración:

1. Cálculo de la corriente nodal. En la n iteración la inyección de la corriente nodal I_i^n , en el nodo i de la red se calcula así:

$$I_i^n = \left(\frac{S_i}{V_i^{n-1}} \right)^* - Y_i V_i^{n-1} \quad i = 1, 2, \dots, k$$

donde, V_i^{n-1} es el voltaje en el nodo i , calculado durante la $n-1$ -ésima iteración. S_i es la inyección de potencia especificada en el nodo i y Y_i es la suma de todos los elementos shunt conectados en el nodo i .

2. **Barrido hacia atrás:** Se inicia desde la última rama en el último nivel y avanza hacia la primera rama conectada al nodo de compensación. La corriente en la rama L (J_L) calculada como

$$J_L^n = -I_i^n + \sum_{m \in L2} J_m \quad L = k, k-1, \dots, 1$$

donde, I_i es la inyección de corriente en el nodo i , J_L es la corriente en la rama L y J_m es la corriente de las ramas conectadas al nodo i . Esta es la directa aplicación de la ley de corrientes de Kirchhoff.

3. **Barrido hacia adelante:** Los voltajes nodales son actualizados con un barrido hacia adelante desde las ramas en el primer nivel hacia el último. Para cada rama L , el voltaje en el nodo $L2$, es calculado usando la actualización del voltaje en el nodo $L1$ y la corriente de la rama calculada del paso anterior.

$$V_{L2}^n = V_{L1}^n - Z_L J_L^n \quad L = 1, 2, \dots, k$$

donde, Z_L es la impedancia en serie de la rama L .

Los pasos 1, 2 y 3 se repiten hasta que la potencia en la n iteración, que es

$$S_i^n = V_i^n (I_i^n)^* - Y_i |V_i^n|^2$$

Cumpliendo con los criterios de convergencia (\mathbf{x}) que son dados así:

$$\Delta P_i^n = \text{Re}[S_i^n - S_i^{n-1}] \leq \mathbf{x} \quad \Delta Q_i^n = \text{Im}[S_i^n - S_i^{n-1}] \leq \mathbf{x} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

La solución del algoritmo no puede ser directamente aplicada a la red que se observa en la figura 25; sin embargo, al dividir la red en tramos radiales, es decir convertir cada dos nodos de la red en cuatro, estos subsistemas se toman como varios de configuración radial y conforman el sistema real para aplicar el método de solución expuesto anteriormente. Las corrientes de rama interrumpidas por la creación de todos los puntos de corte, pueden ser remplazadas por inyecciones de corriente en estos dos nodos finales sin afectar las condiciones de operación de la red. Así resulta, una red radial que puede solucionarse por el algoritmo descrito, donde las corrientes en el punto de corte J_L^n son inyectadas con polaridad opuesta en la n iteración:

$$I_j^n = -J_i^n \quad I_{j'}^n = J_i^n$$

De esta manera, la forma de obtener la solución de flujo de carga de un sistema débilmente enmallado o un sistema de distribución, se hace convirtiendo el sistema a uno de distribución radial y resolviendo el algoritmo.

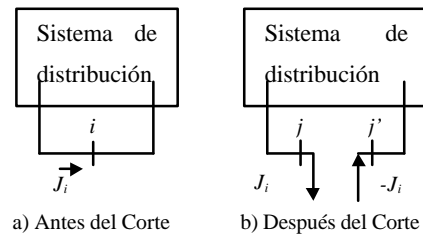


Figura 27. Corte de los Nodos de Ramas

Donde, i es el nodo inicial, j y j' son los nodos después de realizar el punto de corte y J_i es la inyección de corriente. Para este nuevo sistema, el cálculo de las pérdidas se hace como en el anterior párrafo; la regulación de voltaje y la eficiencia se hallan de igual forma que en el modelo de línea corta.

3.6.4 Solución del flujo de carga de un sistema desbalanceado¹

El propósito de este numeral consiste en describir la solución del flujo de carga, para un sistema trifásico desbalanceado por medio de la magnitud y el ángulo del voltaje en cada nodo. Este procedimiento se realiza a través de cálculos de voltaje en las múltiples fases desbalanceadas de un sistema de distribución, conformado por un alimentador principal con secciones de líneas o ramales de configuración trifásica aérea, y ocasionalmente, dichos ramales poseen configuraciones bifásicas o monofásicas. Este algoritmo es una expansión del presentado en el anterior párrafo para la solución del flujo de carga de un sistema trifásico.

¹ C.S. Cheng, D. Shimohammadi, " A Three – Phase Power Flow Method For Real Time Distribution System Analysis", IEEE Transactions on Power System, May 1995, Vol. 17, No 5.

Para aplicar el algoritmo a este tipo de sistema, en primer lugar se debe convertir la red primaria de distribución a un sistema radial, separando todos los nodos; las secciones de línea se organizan por niveles fuera del nodo de alimentación de la subestación, en la forma vista en anterior párrafo. Los voltajes del nodo de alimentación se asumen con un valor inicial. El algoritmo de la solución del sistema radial contiene tres pasos, que son:

1. Cálculo de las corrientes nodales

$$\begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \end{bmatrix}^{(n)} = \begin{bmatrix} \frac{S_{ia}}{V_{ia}^{(n-1)}} \\ \frac{S_{ib}}{V_{ib}^{(n-1)}} \\ \frac{S_{ic}}{V_{ic}^{(n-1)}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_{ia}^* & & \\ & Y_{ib}^* & \\ & & Y_{ic}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix}^{(n-1)}$$

donde, I_{ia}, I_{ib}, I_{ic} son las inyecciones de corriente en el nodo i a potencia constante, S_{ia}, S_{ib}, S_{ic} son las potencias conocidas en el nodo i ; V_{ia}, V_{ib}, V_{ic} son los voltajes en el nodo i ; Y_{ia}, Y_{ib}, Y_{ic} son las admitancias de todos los elementos shunt en el nodo i y n es la n -ésima iteración de las ecuaciones.

2. **Barrido hacia atrás:** Suma de todas las corrientes de la sección de la línea, empezando desde la línea del último nivel dada por:

$$\begin{bmatrix} J_{la} \\ J_{lb} \\ J_{lc} \end{bmatrix}^{(n)} = - \begin{bmatrix} I_{ja} \\ I_{jb} \\ I_{jc} \end{bmatrix}^{(n)} + \sum_{m \in M} \begin{bmatrix} J_{ma} \\ J_{mb} \\ J_{mc} \end{bmatrix}^{(n)}$$

donde, J_{la}, J_{lb}, J_{lc} son las corrientes que fluyen en la línea l , y M es el conjunto de las secciones de línea conectado en el nodo j . Nótese que el signo negativo mantiene consistente las inyecciones de corriente calculadas en el siguiente paso.

3. **Barrido hacia delante:** Actualización de los voltajes en los nodos j , empezando por el primer nivel y desplazándolo hacia el último. El voltaje en el nodo j es:

$$\begin{bmatrix} V_{ja} \\ V_{jb} \\ V_{jc} \end{bmatrix}^{(n)} = \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix}^{(n)} - \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ab} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ac} & z_{bc} & z_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{la} \\ J_{lb} \\ J_{lc} \end{bmatrix}^{(n)}$$

donde, V_{ia} , V_{ib} , V_{ic} es el voltaje en el nodo del envío y \mathbf{Z} , la matriz determinada en el párrafo 3.2 Modelo de línea corta.

Al finalizar los tres pasos anteriores, se comprueba si ocurren variaciones de la potencia en todos los nodos para las tres fases.

$$\begin{aligned}\Delta S_{ia}^{(k)} &= V_{ia}^{(k)} (I_{ia}^{(k)})^* - Y_{ia}^* |V_{ia}|^2 - S_{ia} \\ \Delta S_{ib}^{(k)} &= V_{ib}^{(k)} (I_{ib}^{(k)})^* - Y_{ib}^* |V_{ib}|^2 - S_{ib} \\ \Delta S_{ic}^{(k)} &= V_{ic}^{(k)} (I_{ic}^{(k)})^* - Y_{ic}^* |V_{ic}|^2 - S_{ic}\end{aligned}$$

Si el delta de la parte real o la imaginaria es mayor que un determinado criterio de convergencia, se repiten los pasos 1, 2 y 3 hasta que converja. Al determinar la solución del flujo de carga, se procede a calcular las pérdidas de las fases en todo el sistema como se muestra a continuación

$$[S_{Loss}] = \begin{bmatrix} J_{la} & & \\ & J_{lb} & \\ & & J_{lc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ab} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ac} & z_{bc} & z_{bb} \end{bmatrix}^l \begin{bmatrix} J_{la} \\ J_{lb} \\ J_{lc} \end{bmatrix}$$

donde, la matriz Z es la impedancia de la rama l .

4 APLICACIÓN DE ANÁLISIS DINÁMICOS A MODELOS DE DISTRIBUCIÓN

La aplicación de un sistema dinámico dentro de cualquier modelo se puede iniciar con la reunión de información sobre sus características, tales como: ¿Qué tipo de sistema es?, ¿Cuáles son los modelos que representan el sistema?, ¿Qué variables influyen en su dinámica y cómo varían?, y ¿Qué límites tiene el sistema?. Conociendo éstas y otras peculiaridades del sistema, se emprende la construcción del modelo dinámico y, por ende, su respectivo análisis derivado de los cuestionamientos realizados anteriormente, extrayendo de sus análisis las gráficas y los resultados más relevantes.

La respuesta a éstas y otras preguntas sobre el sistema de distribución, con un modelo que obtiene un sentido dinámico discreto, son trabajadas en los siguientes capítulos, comenzando por mostrar las características principales que adquiere el sistema y determinando los límites de convergencia de los modelos, aquí también se da las pautas para el modelamiento dinámico tal como los límites del modelamiento, la variables analizar y prosiguiendo con los análisis de las variables.

Los modelos de distribución en el presente documento son los deducidos por Céspedes¹, Shirmohanamadi² y Cheng¹, utilizados dentro de un marco dinámico que refleja una perspectiva de todos los estados de un sistema de distribución y de los cuales se omite la distribución de carga, es decir, se asume una red de distribución radial que supe la energía eléctrica a una carga. Este tipo de modelamiento se caracteriza por ser:

¹ R. Céspedes G., "New Method for the Analysis of Distribution Networks", IEEE Transactions on Power Delivery, January 1990, Vol5, No 1.

² D. Shirmohanamadi, H. W. Hong, G. X. Lou, A. Semlyen, "A Compensation Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks", IEEE Transactions on Power System, May 1998, Vol. 3, No 2

Tabla 9. Caracterización de los Modelos Dinámicos Discretos del Sistema de Distribución.

Tipo de Sistema	Justificación
<i>Simple:</i>	Los modelos dinámicos elaborados están compuestos por un máximo de cuatro ecuaciones conocidas. Además, solo se modela dinámicamente un sistema de distribución radial, ya que los algoritmos utilizados para la solución del sistema se basan en este.
<i>Cerrado</i>	El modelo del sistema de distribución radial esta únicamente sujeto a los parámetros del mismo, valores que son asumidos internamente de acuerdo con el modelo o el parámetro investigado.
<i>Determinístico</i>	Se utilizan ecuaciones determinísticas que representan el sistema para un determinado rango de confiabilidad, que son publicadas y aprobadas por documentos y discusiones realizadas por la organización de la IEEE , certificando la confianza de los modelos ² .
<i>Dinámico</i>	Las ecuaciones son modeladas dinámicamente al realizar variaciones de la potencia aparente, el calibre del conductor, el espaciamiento entre conductores, el factor de potencia y la compensación reactiva.
<i>Discreto</i>	La dinámica del sistema de distribución se realiza al suponer cambios en los parámetros con intervalos discretos.
<i>No Lineal</i>	Los modelos de Céspedes, de Shirmohanamadi y Cheng, no cumplen con el principio de superposición y homogeneidad, por lo tanto, no es lineal en determinados intervalos y determinísticos para los restantes.
<i>No Autónomo</i>	Es no autónomo porque el sistema es gobernado por cambios realizados internamente por el modelador, simplificando y brindando los resultados de una manera elemental para su entendimiento.
<i>Variable</i>	Los parámetros como la potencia reactiva, el calibre del conductor, el espaciamiento entre conductores, el factor de potencia y la compensación reactiva, se varían en distintos escenarios, que pueden considerarse como otras situaciones del sistema.

La realización del modelo dinámico aplicado a los sistemas de distribución, se justifica al suponer una potencia aparente con una variación discreta debido al crecimiento de la carga,

¹ C.S. Cheng, D. Shimohammadi, " A Three – Phase Power Flow Method For Real Time Distribution System Analysis", IEEE Transactions on Power System, May 1995, Vol. 17, No 5.

² Ver bibliografía

la reconfiguración de redes, las restricciones de la red¹, maniobras del operador de red², etc. Estos cambios provocan que el sistema de distribución presente un incremento de la corriente transmitida y, consecuentemente, la disminución del voltaje en el recibo, siendo la motivación principal del estudio.

La representación de los posibles estados de un sistema de distribución radial, basada en investigaciones anteriores, se realiza al observar el comportamiento del voltaje, suponiendo una variación lineal de la carga o de sus parámetros brindando una indicación de los modelos de distribución y de su operación.

El comportamiento del voltaje al modificar los parámetros como la longitud, el conductor, la configuración de conductores, la carga (ZIP), el factor de potencia y la compensación por reactivos, se hace al calcular el voltaje y los indicadores que revelan la situación del sistema (regulación del voltaje, eficiencia y pérdidas). Además, como los escenarios planteados son de tiempo discreto y el incremento de sus parámetros se hace linealmente, la solución se realiza para cada instante suponiendo que el sistema se encuentra en estado estable.

Es importante tener una idea clara de las relaciones que existen entre los parámetros, definiendo los datos de entrada y de salida del modelo de distribución. La siguiente gráfica indica las relaciones principales entre los parámetros.

¹ "limitaciones que presenta la operación del sistema, que tiene su origen en la capacidad de la infraestructura eléctrica asociada (activos de uso, activos de conexión o interconexiones), o la aplicación de criterios de seguridad y confiabilidad en el suministro de electricidad" – CREG 062/2000

² "Persona encargada de la planeación de la expansión y de las inversiones, operación y mantenimiento de todo o parte de un sistema de transmisión interconectado o un sistema de distribución" - CREG 079/1998

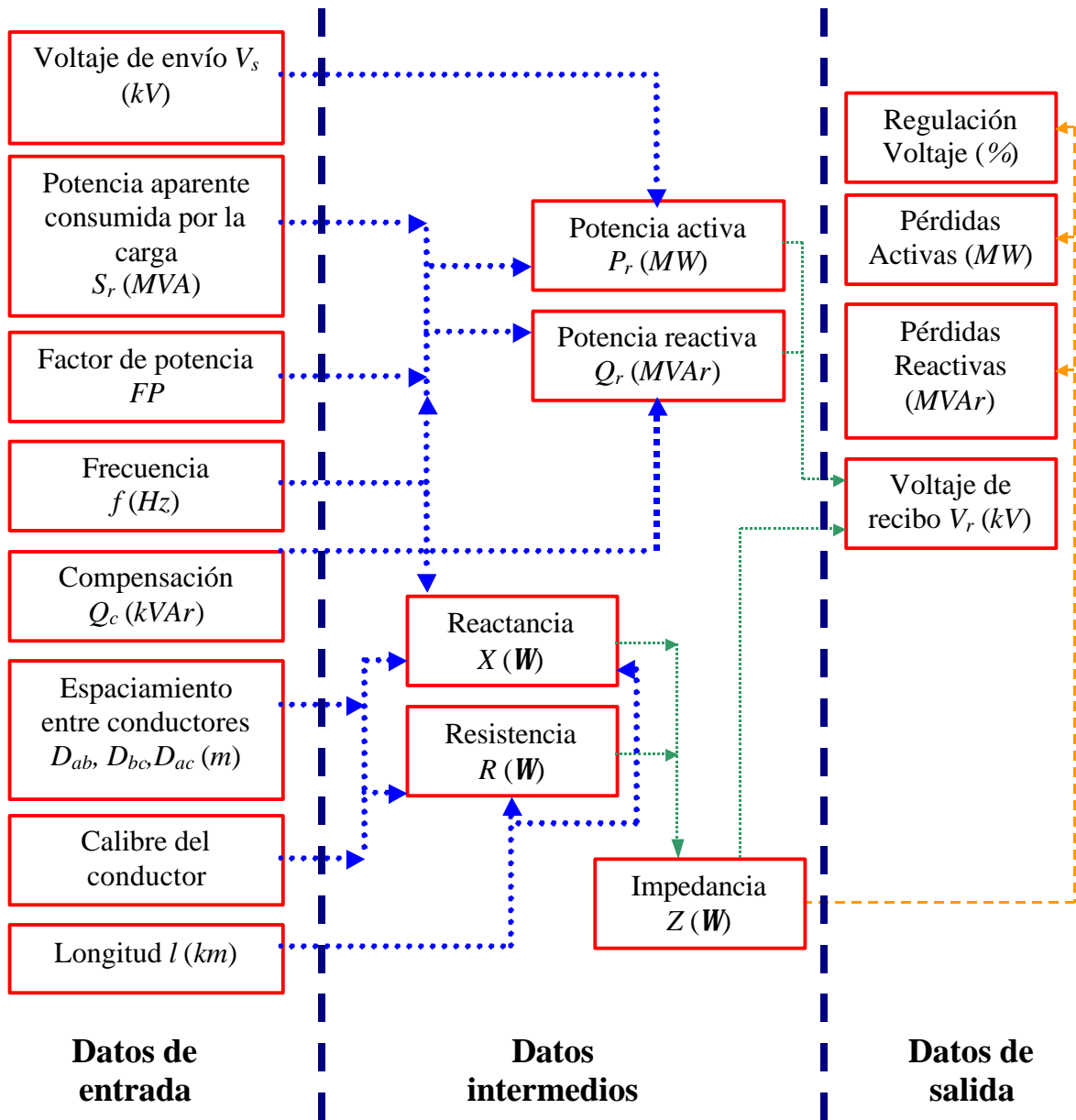


Figura 28. Variables del Sistema de Distribución

Las variables de entrada que influyen en el sistema (situadas a mano izquierda), que actúan como datos de entrada para los cálculos posteriores del voltaje y son: la potencia aparente consumida por la carga, el factor de potencia, el calibre del conductor, la distancia entre conductores, la longitud de la línea y la compensación reactiva. Aunque la frecuencia oscila durante el tiempo, aquí se toma con un valor de 60 Hz , y el voltaje de envío se asume con una magnitud de 11.4 kV^1 con un ángulo de 0° , que se mantiene constante por el control

¹ Nivel de tensión elegido para los modelamientos ya que es el manejado por empresa distribuidora de energía eléctrica de nuestra zona.

ofrecido por los cambiadores de tomas automáticos del transformador que regulan este valor de voltaje.

Los datos intermedios muestran las relaciones entre las variables de entrada y las de salida y son: la potencia activa y reactiva de la carga, la resistencia y la reactancia de la línea. Finalmente se obtiene el valor de salida cuál es el voltaje de recibo y demás parámetros indicativos.

Establecidas las variables de entrada al sistema, se fijan sus límites respectivos, basados en las normas y configuraciones más habituales de los sistemas de distribución. La siguiente tabla revela los límites de los parámetros utilizados al aplicar los modelos dinámicos discretos.

Tabla 10. Límites de las Variables del Modelo

Variable	Límite
Potencia Aparente Consumida por la Carga	Desde una potencia inicial S_o hasta una potencia final o cuando el voltaje del sistema diverja.
Factor de Potencia	$0.75 \leq FPF \leq 1$
Calibre del Conductor	Los calibres encontrados entre 1/0 AWG y 300 Kcmil (Raven, Quail, Pigeon, Penguin, Partridge, Owl, Ostrich, Piper)
Espaciamiento entre Conductores	$d_{seg} \leq D_{ab} \leq d_{nor} - d_{seg}$ $d_{nor} - d_{seg} \leq D_{bc} \leq d_{seg}$ $2d_{seg} \leq D_{ac} \leq d_{nor}$
Compensación por Reactivos	$0 \leq Q_c \leq 3600$ kVAr trifásicos
Longitud de la Línea	$2 \leq l \leq 10$ km

d_{seg} = distancia de seguridad que debe haber entre conductores que tienen un voltaje de 11.4 kV. (20 cm), d_{nor} = distancia máxima de norma (2.3 m)¹.

¹ Codensa S.A. ESP, "Criterios para Normas de Diseño de Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica" y "Normas de Construcción de Redes Aereas de Distribución Urbana" año 1997.

Los análisis dinámicos iniciados en este capítulo, estudian las variaciones de los parámetros en dos partes: el análisis dinámico del modelo de distribución por la magnitud del voltaje, y el análisis dinámico del modelo de distribución por la magnitud y el ángulo del voltaje.

El capítulo cinco contiene el análisis dinámico implementado en el modelo de distribución deducido por Céspedes, estudio que examina el comportamiento de la magnitud del voltaje de recibo con respecto a la variación del factor de potencia, la longitud de la línea, el calibre del conductor y la compensación reactiva.

El capítulo sexto analiza y comprueba, utilizando el modelo de Shirmohanamadi y Cheng, el correcto funcionamiento de los métodos de solución de Céspedes y bipuertos híbrido inverso. Este último, se basa en un modelo de línea media que representa el sistema de distribución por un circuito en π y que permite realizar una confrontación entre los datos de los tres modelos. Posteriormente, se modela el transformador de distribución, variando la carga para los diferentes tipos de transformadores en las tablas 6, 7 y 8. Además, se analiza el comportamiento del voltaje al variar la distancia entre conductores.

Los métodos de solución son puestos en funcionamiento al verificar sus resultados con los algoritmos proporcionados en el programa en Matlab que es anexo al libro Power System Analysis de Saadat Hadi. Por último, se presentan las conclusiones deducidas de las aplicaciones de los sistemas dinámicos a sistemas de distribución.

Los resultados del modelamiento de los parámetros son mostrados por una gráfica¹ que es incorporada después de cada modelamiento y la cual resume los resultados de las variaciones con respecto al voltaje, resaltando, el límite mínimo exigido por la norma NTC 1340 (10% del voltaje nominal para sistemas que se encuentren entre 1 kV y 30 kV , nivel II) y por los acontecimientos sobresalientes del modelamiento.

¹ Las gráficas son construidas por algoritmos elaborados en Matlab, en la sección de anexos se encuentran los principales algoritmos.

5 ANÁLISIS DINÁMICO DEL MODELO DE DISTRIBUCIÓN POR LA MAGNITUD DEL VOLTAJE

La representación de un sistema de distribución por medio de la magnitud del voltaje es totalmente válida, pues la omisión del ángulo¹ no afecta las características representativas del sistema como son: la magnitud del voltaje, la regulación de voltaje, la eficiencia, las pérdidas activas y reactivas. Por tanto su representación se hace posible por una ecuación real de cuarto grado.

$$V_R^4 + V_R^2 \left[2 * (P_{real} R_l + Q_{real} X_l) - V_S^2 \right] + (P_{real}^2 + Q_{real}^2) (R_l^2 + X_l^2) = 0$$

De las cuatro raíces de la ecuación sólo una representa el sistema de distribución, que puede ser determinada por una deducción matemática o por la aplicación de los métodos numéricos de Punto Fijo o de Newton Raphson.

La potencia aparente que consume la carga ($S_{real} = P_{real} + jQ_{real}$) se conoce por el modelo de carga, cuando se tiene el valor de la potencia aparente inicial ($S_0 = P_0 + jQ_0$), el factor de potencia, el voltaje nominal y el voltaje de recibo, para determinar la potencia activa y reactiva real del sistema.

$$P_{real} = P_0 \left[K_1 \left(\frac{V_R}{V_S} \right)^2 + K_2 \left(\frac{V_R}{V_S} \right) + K_3 \right] (1 + k_f (f - f_o))$$

$$Q_{real} = Q_0 \left[K_4 \left(\frac{V_R}{V_S} \right)^2 + K_5 \left(\frac{V_R}{V_S} \right) + K_6 \right] (1 + k_f (f - f_o))$$

¹ Véase el numeral 6.1 Análisis dinámico con carga.

Los valores de las constantes son suministrados con relación al tipo de carga¹. El análisis dinámico del modelo de carga realizado en éste numeral, toma los valores para los modelos de potencia, corriente e impedancia constante, donde se remplazan las constantes K_1 , K_2 , K_3 , K_4 , K_5 , K_6 y k_f por valores de 1 ó 0 para construir tres ecuaciones empleadas en la solución del voltaje de cada modelo, sin tener en cuenta la variación de la frecuencia.

El primer caso toma el modelo de potencia constante ($K_1=K_2=K_4=K_5=0$) que es la misma potencia inicial. La ecuación de variables de estado es:

$$V_R^4 + V_R^2 [2 * (P_0 R_l + Q_0 X_l) - V_S^2] + (P_0^2 + Q_0^2)(R_l^2 + X_l^2) = 0$$

El segundo caso se realiza al tomar el modelo de corriente constante ($K_1=K_3=K_4=K_6=0$), reemplazando en la ecuación de variables de estado la potencia que es función del voltaje. Se obtiene la ecuación:

$$V_R^4 + V_R^3 \left(\frac{2(P_0 R + Q_0 X)}{V_S} \right) + V_R^2 \left(\frac{(P_0^2 + Q_0^2)(R_0^2 + X_0^2)}{V_S^2} - V_S^2 \right) = 0$$

Factorizando V_R de la ecuación se rescribe así:

$$V_R^2 \left(V_R^2 + V_R \left(\frac{2(P_0 R + Q_0 X)}{V_S} \right) + \left(\frac{(P_0^2 + Q_0^2)(R_0^2 + X_0^2)}{V_S^2} - V_S^2 \right) \right) = 0$$

$$V_R^2 + V_R \left(\frac{2(P_0 R + Q_0 X)}{V_S} \right) + \left(\frac{(P_0^2 + Q_0^2)(R_0^2 + X_0^2)}{V_S^2} - V_S^2 \right) = 0$$

En el último caso, cuando la carga se modela como impedancia constante ($K_2=K_3=K_5=K_6=0$), se obtiene una ecuación de variables de estado descrita por:

¹ D. T. RIZY, J. S. Lawler, J. B. Palten and N. H. Fortson, "Distribution Automation Applications software for the Athens

$$V_R^4 \left(1 + \frac{2(P_0 R + Q_0 X)}{V_S^2} + \frac{(P_0^2 + Q_0^2)(R_0^2 + X_0^2)}{V_S^4} \right) - V_R^2 V_S^2 = 0$$

Factorizando V_R la ecuación se describe como:

$$V_R^2 \left(1 + \frac{2(P_0 R + Q_0 X)}{V_S^2} + \frac{(P_0^2 + Q_0^2)(R_0^2 + X_0^2)}{V_S^4} \right) - V_S^2 = 0$$

Las ecuaciones concluidas del modelo de Céspedes en conjunto con el modelo de carga, reflejan un sistema típico de distribución con cargas residenciales, comerciales e industriales.

Previamente a los estudios siguientes, se determinó que las tres ecuaciones no presentan comportamientos caóticos para los métodos de solución de punto fijo y de Newton Raphson, al tomar los valores de los parámetros mencionados en la tabla 10.

En los dos numerales siguientes se analizan matemáticamente estas ecuaciones, determinando su límite de operación por medio de la condición que las restringe y observando el comportamiento dinámico de los modelos con un diagrama de bifurcación del voltaje de recibo versus la potencia aparente.

5.1 ANÁLISIS DINÁMICO CON CARGA LINEAL

La ecuación de las variables de estado del modelo de carga de potencia constante, se analiza al determinar el rango de operación de la ecuación, mostrando la gráfica de los posibles estados del sistema.

La solución de la ecuación tiene varias opciones. Una de ellas, es la determinación de su resultado por medio de sustituciones, que establecen el límite de operación del modelo. Al sustituir $V_r = V_R^2$, $b = [2(P_o R_l + Q_o X_l) - V_s^2]$ y $c = (P_o^2 + Q_o^2)(R_l^2 + X_l^2)$, se obtiene una ecuación de la forma $V_r^2 + bV_r + c = 0$, que al ser aplicada la solución cuadrática, encontrará las raíces al reemplazar $V_R = \sqrt{V_r}$ y obtener:

$$V_R = \pm \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}}$$

La raíz que representa el estado del sistema distribución es única¹ y está dada por

$$V_R = \sqrt{\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}}$$

La variable V_R es la parte real del voltaje de envío que tiene solución cuando el valor de la igualdad es real. La ecuación representa el sistema al cumplir las siguientes condiciones.

- i. $0 \leq b^2 - 4c$
- ii. $0 \leq -b + \sqrt{b^2 - 4c}$

La condición i, está implícita en la condición ii; así, la ecuación de flujo de carga converge sí:

¹ Parágrafo 3.6.1 Unicidad de la solución de flujo de carga para sistemas de potencia con distribución radial.

$$c \leq \frac{b^2}{4} \quad \text{ó} \quad 0 \leq V_s^4 - 4((P_o R_l + Q_o X_l)V_s^2 + (P_o X_l - Q_o R_l)^2)$$

Al garantizar que la condición i es mayor que cero, la condición ii se cumple mientras $b \neq 0$ ó $2(P_o R_l + Q_o X_l) \neq V_s^2$. Esta situación siempre ocurrirá posteriormente a la primera condición, ya que $4((P_o R_l + Q_o X_l)V_s^2 + (P_o X_l - Q_o R_l)^2) \neq V_s^4$ se consume con anterioridad a la condición ii, porque $4((P_o R_l + Q_o X_l) + (P_o X_l - Q_o R_l)^2) / V_s^2 > 2(P_o R_l + Q_o X_l)$.

Al observar el comportamiento del voltaje del envío en varios estados dinámicamente y suponiendo: a) un sistema de distribución ideal, b) un tramo y una carga residencial, c) una *potencia constante*, suplida por medio de un conductor *quail 2/0*, con una resistencia a 60 Hz de $R=0.43869 \text{ W/km}$, d) un radio medio geométrico de $GMR=0.155448 \text{ cm}$, e) una longitud de 5 km, y un espaciamiento entre los conductores a, b y c de $D_{ab}=1 \text{ m}$, $D_{bc}=1 \text{ m}$, $D_{ac}=2 \text{ m}$; se calcula la resistencia total ($R=2.1934 \text{ W}$) y la reactancia total ($X=2.525 \text{ W}$), variando la potencia linealmente desde 0 MVA hasta que el voltaje del sistema diverja.

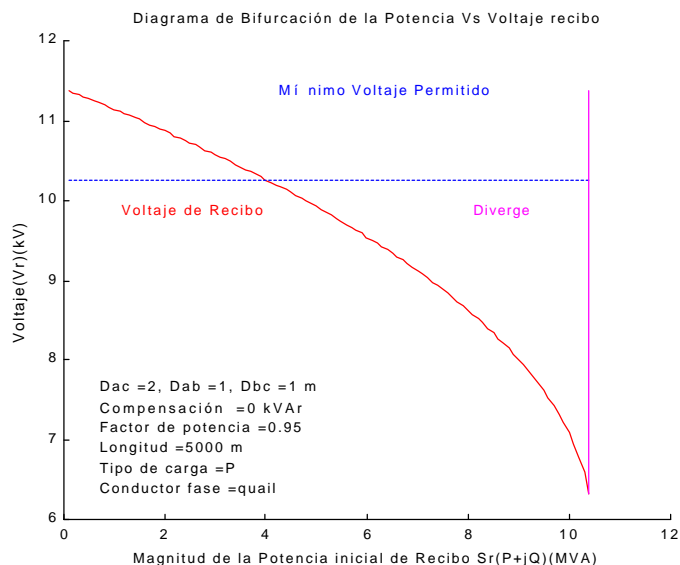


Figura 29. Diagramas de Bifurcación Potencia Constante con el Modelo de Céspedes

A través de la gráfica se observa que el voltaje de recibo decrece exponencialmente, y en el momento que la condición i no se cumple, el sistema diverge formando una bifurcación

tangente. En la parte superior, se encuentra el límite mínimo del voltaje permitido por la norma, que da un estimativo de la potencia a transmitir sobre este voltaje y establece cual será el punto mínimo de referencia del voltaje de recibo que deberá presentar el sistema de distribución.

La ecuación utilizada para el modelamiento del sistema de distribución, es examinada en cuanto a su comportamiento dinámico al variar sus parámetros, empleando los métodos numéricos de punto fijo y Newton Raphson para determinar si tiene alguna conducta anormal o caótica.

Experimentando el primer método que soluciona la ecuación mediante un despeje, resulta un diagrama de bifurcación con una órbita de punto fijo y con una bifurcación tangente, gráfica que es la misma al determinar el voltaje de recibo para cada uno de los parámetros modelados dinámicamente y los cuales aparecen en la tabla 10, sin presentar ninguna conducta caótica.

El método de Newton Raphson presenta la misma órbita de punto fijo, pero al demostrarse la bifurcación tangente, el sistema tiene un comportamiento caótico producido por el método de solución, ya que en ese momento la función no atraviesa el eje horizontal y, por lo tanto, no tiene raíces que puedan determinarse a través del método.

5.2 ANÁLISIS DINÁMICO CON CARGA NO LINEAL

La aplicación de un sistema dinámico en un sistema de distribución de carga no lineal, se realiza modelando la carga con impedancia y corriente constante, $(K_3=K_2=K_6=K_5=K_f=0)$, $(K_3=K_1=K_6=K_1=K_f=0)$, respectivamente. Previamente al estudio del comportamiento de estos modelos, se observó dinámicamente que los resultados de las ecuaciones analizadas con los mismos algoritmos de la sección anterior para el método de punto fijo, no dio un despeje apropiado que determine el estado del sistema de distribución y para el método de Newton Raphson presenta una órbita de punto fijo para todos los valores.

Este numeral comienza simulando el sistema con carga de corriente constante, para luego modelar el de impedancia constante, en donde los resultados obtenidos son graficados en un diagrama de bifurcación del voltaje de recibo versus la potencia. Como para los tres modelos la potencia real tiene diferentes valores, pero coinciden en un valor, que es la potencia inicial de la carga, valor utilizado para realizar las gráficas de la potencia versus el voltaje de recibo. Recordando que la ecuación de variables de estado para el modelo de corriente constante es dada por:

$$V_R^2 + V_R \left(\frac{2(P_0 R + Q_0 X)}{V_S} \right) + \left(\frac{(P_0^2 + Q_0^2)(R_0^2 + X_0^2)}{V_S^2} - V_S^2 \right) = 0$$

Al remplazar en la ecuación cuadrática los parámetros $b = [2(P_0 R_l + Q_0 X_l)/V_S^2]$ y $c = (P_0^2 + Q_0^2)(R_l^2 + X_l^2)/V_S^2 - V_S^2$, se obtiene una función de la forma $V_R^2 + bV_R + c = 0$, teniendo por solución

$$V_R = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

La raíz que representa la solución de un sistema de distribución es

$$V_R = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

Debido a que el voltaje de recibo es dado únicamente con la magnitud, que es real, las soluciones o raíces del sistema también son reales, por lo tanto, estas están sujetas a la condición de

$$b^2 - 4c \geq 0 \quad \text{ó} \quad -4(P_0 X_l - Q_0 R_l)^2 + 4V_S^2 \geq 0$$

La condición presenta que $-4(P_o X_l - Q_o R_l)$ es un valor muy pequeño al ser comparado con $4V_s^2$, resultado indicativo que en el momento la condición se acerque a 0 el modelo ya no está representando el sistema de distribución. Entonces al tomar el ejemplo del anterior numeral y realizando la misma variación de la potencia aparente de la carga, se encuentra que el voltaje decrece de una forma lineal, pero al aproximarse a 0 kV su comportamiento cambia de dirección volviéndose asintótico a este valor, acontecimiento que conduce a utilizar la condición i del modelo de potencia constante para determinar el límite del sistema

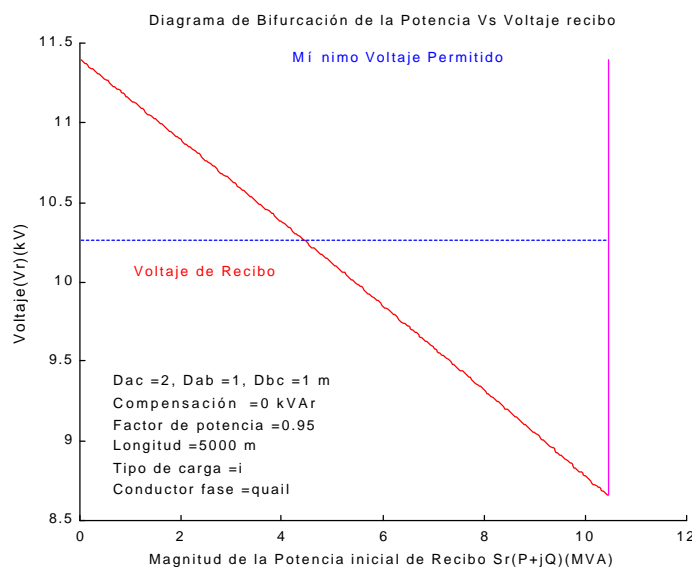


Figura 30. Diagramas de Bifurcación Corriente Constante con el Modelo de Céspedes

El último modelo de carga es el de impedancia constante, representado por la siguiente ecuación.

$$V_R^2 \left(1 + \frac{2(P_o R_l + Q_o X_l)}{V_s^2} + \frac{(P_o^2 + Q_o^2)(R_l^2 + X_l^2)}{V_s^4} \right) - V_s^2 = 0$$

Al remplazar $a = [1 + 2(P_o R_l + Q_o X_l)/V_s^2 + (P_o^2 + Q_o^2)(R_l^2 + X_l^2)/V_s^4]$ y $c = V_s^2$ se obtiene que $aV_R^2 + c = 0$ y determinando las raíces de la ecuación se fija que la solución que representa este sistema de distribución con carga de impedancia constante es

$$V_R = \frac{\sqrt{-4ac}}{2a}$$

Debido a que en el planteamiento del problema el sistema tiene una carga que consume energía eléctrica, los valores de la condición son reales positivos y nunca serán negativos, situación similar al modelo anterior, observación que se escribe

$$0 \leq 4 \left(1 + \frac{2(P_0 R_l + Q_0 X_l)}{V_s^2} + \frac{(P_0^2 + Q_0^2)(R_l^2 + X_l^2)}{V_s^4} \right) V_s^2$$

Por lo tanto, este modelo también toma, para análisis posteriores, la condición determinada del modelo de potencia constante. El diagrama de bifurcación de la ecuación derivada de este modelo se realiza tomando el ejemplo anterior.

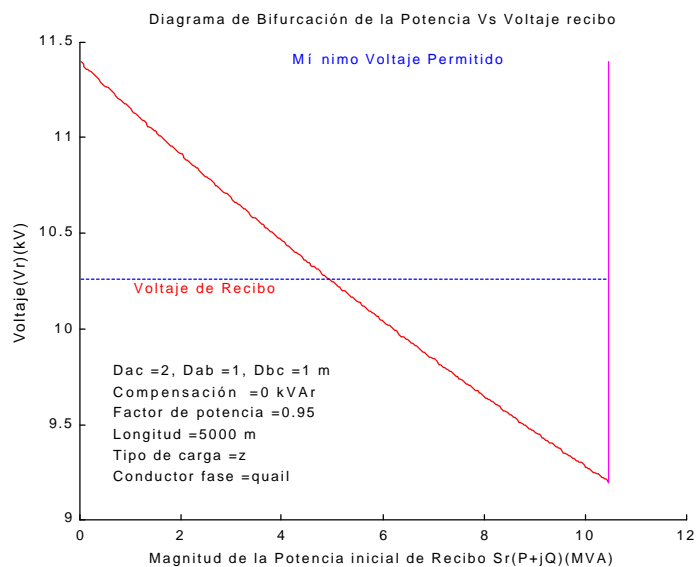


Figura 31. Diagramas de Bifurcación Impedancia Constante con el Modelo de Céspedes ¹.

La respuesta del voltaje para los tres tipos distintos de carga (ZIP) en presencia de una variación lineal, presenta una diferencia del voltaje entre los modelos. El aumento de la potencia de cada modelo presenta una caída de tensión diferente, mayor para el modelo de potencia constante seguido por el de corriente e impedancia constante.

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

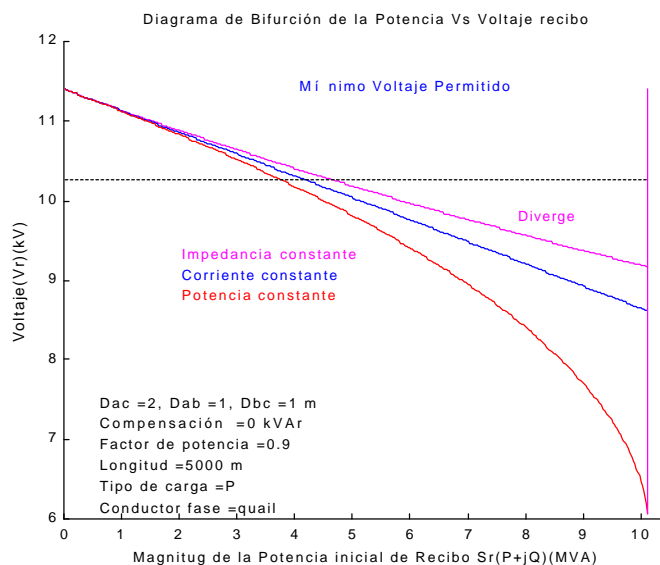


Figura 32. Diagramas de Bifurcación Potencia, Corriente e Impedancia Constante con el Modelo de Céspedes

Los modelos dinámicos discretos elaborados muestran la causa y el efecto entre el voltaje y la potencia aparente inicial, de las tres disposiciones, observando la diferencia de tener y por consiguiente modelar el sistema de distribución con determinada carga, llevando a resaltar sus ventajas y desventajas. Por ejemplo, es poco conveniente tener un sistema con carga residencial, potencia constante, porque cualquier variación de la carga, ya sea por reconfiguración o expansión de la red, provoca un decrecimiento del perfil del voltaje, mayor que en los otros modelos, y será mayor el impacto si el circuito tiene una carga mayor para el cual fue construido.

Los siguientes capítulos desarrollan los modelos dinámicos en presencia de las variaciones de sus parámetros, tomando como referencia los datos (algoritmos), las condiciones y las restricciones realizadas en estos dos numerales, para los cuales se renombrará potencia inicial por potencia de recibo.

5.3 ANÁLISIS DINÁMICO DEL FACTOR DE POTENCIA

El análisis dinámico del factor de potencia de un sistema de distribución inicialmente se realiza contemplando cómo es el comportamiento del voltaje para los diferentes factores de potencia en presencia de la variación de la potencia aparente, estudiando las relaciones principales entre ellos.

Inicialmente, se plantea una línea con un conductor *quail*, una configuración entre conductores de $D_{ab} = 1$, $D_{bc} = 1$, $D_{ac} = 2$ m, una longitud de $L = 5$ km, una compensación de $Q_c = 0$ y un modelo de carga de *potencia constante*, con estos parámetros se asignan los factores de potencia de 1, 0.95, 0.9, 0.85, 0.8 y 0.75, estados de los que se derivan diferentes diagramas de bifurcación, así:

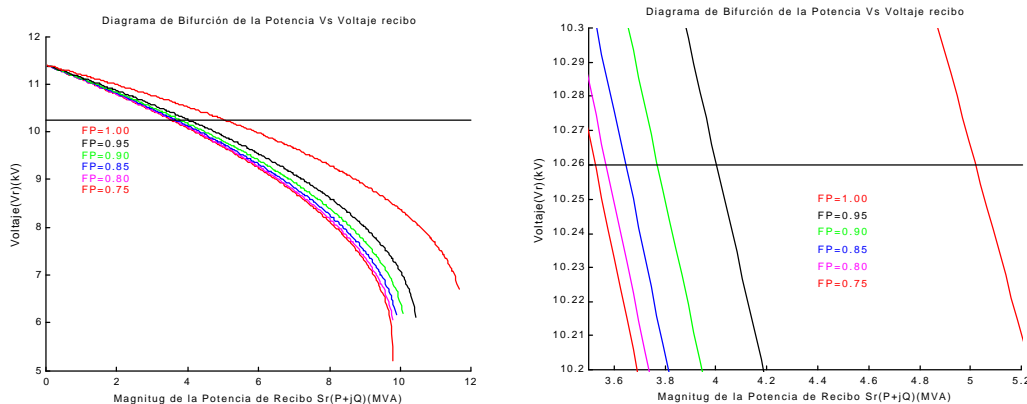


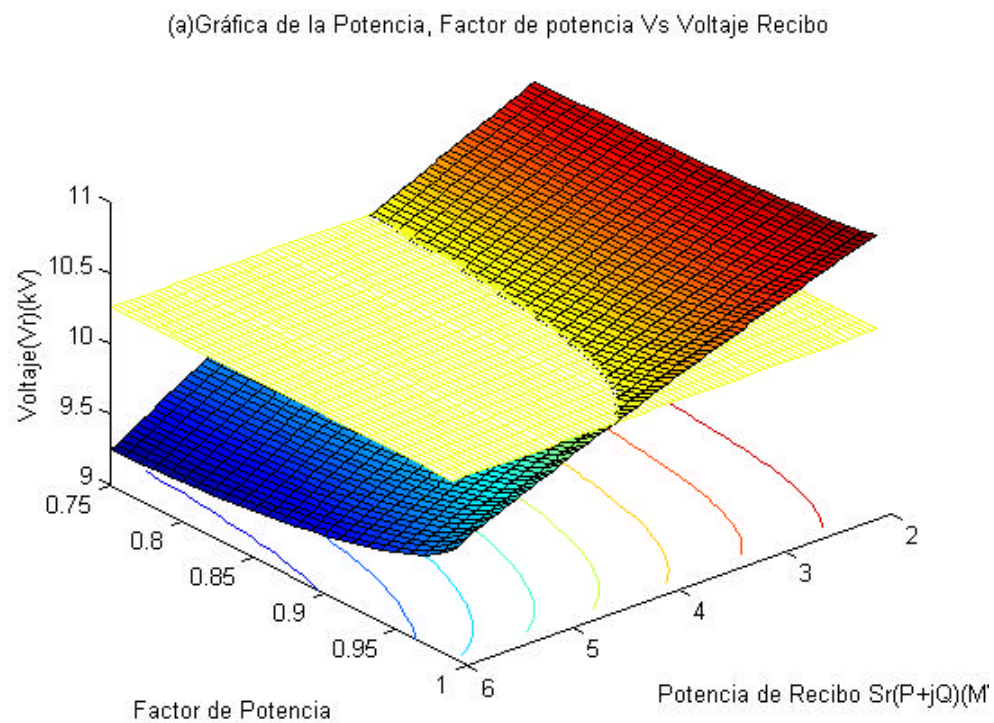
Figura 33. Diagrama de Bifurcación de la Potencia vs. Voltaje en el Recibo con Diferentes Factores de Potencia

La figura 33(a) y (b) muestran el comportamiento del voltaje del sistema al variar la carga, destacando que los factores de potencia cercanos a uno obtienen el mayor voltaje y la mayor transferencia de potencia sobre el voltaje mínimo permitido por la norma, entonces, al lograr pactar con el consumidor un factor de potencia aproximadamente igual a uno se obtiene el mejor estado del sistema.

La consecuencia de la variación del factor de potencia puede interpretarse de dos formas: en la primera se observa que los voltajes calculados son decrecientes para una carga

especifica que presenta disminución del factor de potencia, la segunda implica que al querer mantener el mismo voltaje en el recibo, disminuyendo el factor de potencia, se debe quitar carga.

Al graficar en tres dimensiones la variación de la potencia, con diferentes factores de potencia versus el voltaje de recibo y haciendo un corte sobre la gráfica con el voltaje permitido por la NTC 1340 (voltaje nominal menos el 10 %), se observa claramente una relación hipérbolica entre la potencia y el factor de potencia en los puntos de intercepción de los puntos donde se cortan los dos planos, figura 34(b).



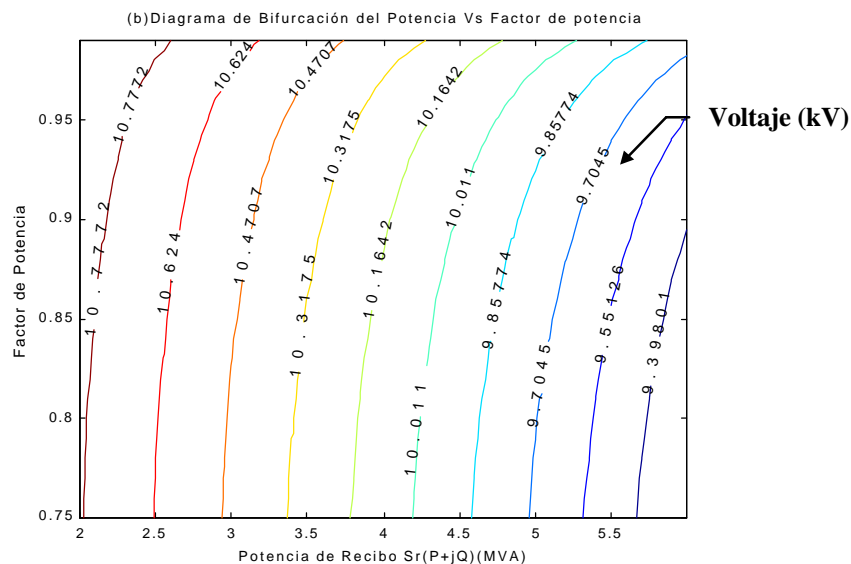


Figura 34. Gráficas del Voltaje, la Potencia y el Factor de Potencia con el Modelo de Céspedes¹.

La gráfica en tres dimensiones deja entrever que si se quiere mantener un voltaje constante o dentro de un límite, en el instante que el factor de potencia disminuye, se debe quitar carga, sino, conlleva a que voltaje cambie a un valor menor del anterior que puede infringir la norma pero como se sabe quitar carga no ocurrirá, por lo tanto, disminuye el voltaje.

Esta variación de voltaje afecta a todos los consumidores que se encuentren conectados a la red, provocando que se transmita menos potencia o se disminuya el voltaje, en algunos casos el voltaje estará por debajo del permitido, acarreado que se perjudique a las empresas que prestan el servicio de transporte de energía eléctrica² y consumidores de la zona.

Dada las consecuencias, los comercializadores de energía pueden imponer sanciones económicas a los consumidores que disminuyan su factor de potencia a uno menor que el pactado³. Para determinar un estimativo de las consecuencias económicas debidas a esta

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

² CREG 070 de 1998. Comercializadores: persona cuya actividad "principal es la comercialización de la energía eléctrica".

³ Norma CREG 108 1997 "Por la cual se señalan criterios generales sobre protección de los derechos de los usuarios de los servicios públicos domiciliarios de energía eléctrica y gas combustible por red física, en relación con la facturación, comercialización y demás asuntos relativos a la relación entre la empresa y el usuario, y se dictan otras disposiciones".

variación, costos que el consumidor debería pagar, se analizaron diferentes casos ideales de los sistemas de distribución.

El comportamiento del factor de potencia versus la potencia se estima que es una función hiperbólica que depende de la longitud, el calibre del conductor, el modelo de carga, etc. A continuación se muestran la relación entre el factor de potencia y la potencia aparente, con dos ejemplos. En el primero se deja inicialmente constante la longitud (5 km), el modelo de carga (*corriente constante*), la configuración de los conductores ($D_{ab} = 1$, $D_{bc} = 1$, $D_{ac} = 2$ m), el calibre del conductor (*quail*) y el voltaje (10.26 kV), variando el factor de potencia de 0.75 hasta 1, figura 35(a), en el segundo ejemplo se cambian la carga, la longitud y el conductor del modelo por *impedancia constante*, 8 km y conductor *ostrich*, respectivamente, y se hace el mismo procedimiento, obteniendo la figura 35(b)¹.

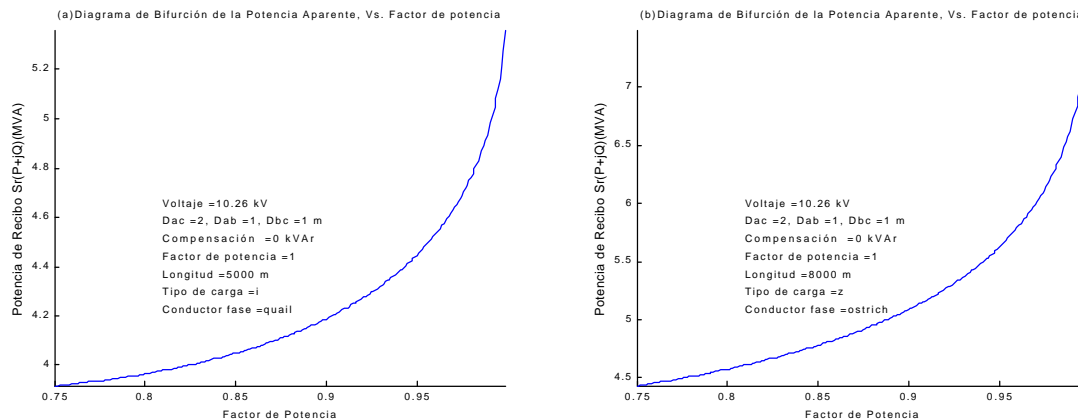


Figura 35. Relación del Factor de Potencia vs. la Potencia Aparente.

Las potencias calculadas para los distintos factores de potencia manteniendo constante el voltaje y los demás parámetros del sistema, sin importar que tipo de carga, de conductor, de longitud o de voltaje posea el sistema, presentan una curva particular, semejanza que se comprueba al realizar una regresión no lineal, por el método de Levenberg Marquardt, de estos ejemplos y otros casos, el cual combina el método descendente de pasos y un método basado en las series de Taylor, aplicado por el programa CurveExpert 1.3, del cual se obtuvo que las curvas de los dos ejemplos son familias de curvas hiperbólicas de la forma:

$$S_r = \frac{a + bFP_r}{1 + cFP_r + dFP_r^2}$$

donde, a , b , c y d son constantes dependientes de los parámetros del sistema. La anterior ecuación presenta un coeficiente de relación de aproximadamente $r=0.999$ y un error estándar de $S=0.02$ entre los datos calculados por el modelo y la ecuación encontrada por la regresión.

El otro entorno es cuando se mantiene constante la carga (potencia aparente) y se varía el factor de potencia, evento más común en la realidad, para determinar el voltaje correspondiente debido a la variación. Si se toman los dos ejemplos anteriores dejando constante la potencia aparente en 5 MVA y calculando el voltaje en el recibo correspondiente, se encuentran los dos siguientes diagramas de bifurcación.

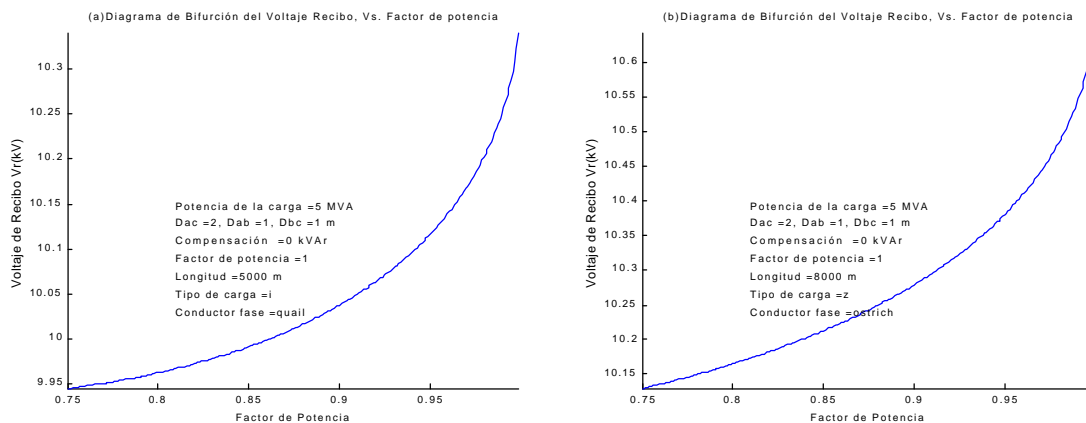


Figura 36. Relación del Factor de Potencia vs. el Voltaje del Recibo

Como se puede observar en los diagramas, las curvas del factor de potencia en función del el voltaje de recibo son similares en cuanto a su forma para los dos ejemplos y demás casos de este tipo, pero difieren numéricamente del sistema que se analiza.

¹ Las gráficas son construidas al extraer la potencia aparente de la carga que corresponde a cada factor de potencia entre 0.75 y 1, con un voltaje igual al voltaje nominal por el 90%.

Realizando una regresión no lineal, con el programa citado anteriormente, se encontró que la función de estas dos variables es del tipo

$$V_r = \frac{a + bFP_r}{1 + cFP_r + dFP_r^2}$$

Curva similar a la encontrada entre potencia aparente y factor de potencia, teniendo de igual manera un coeficiente de correlación de $r=0.999$ y un error estándar de $S=0.02$ con respecto a los datos calculados.

Por lo tanto, si se tiene un consumidor que varía su factor de potencia a uno menor provocará que se afecte el voltaje del recibo, circunstancias que no le beneficia a la empresa comercializadora, quien podría cobrar la potencia que dejó de transmitir o el aumento de las pérdidas del sistema al consumidor, también, se puede exigir que conecte un banco de condensadores¹, para alcanzar el voltaje requerido ya sea por la norma o por lo pactado con los consumidores.

Ejemplo de la Variación del Factor de Potencia²

Los consumidores de cierta zona tienen una carga industrial de 5 MVA con un factor de potencia de 0.9 , la cual es transmitida por un conductor $2/0 \text{ quail}$ a una distancia de 5 km y con una separación de conductores de $D_{ab} = 1, D_{bc} = 1, D_{ac} = 2 \text{ m}$.

Tres meses después uno de ellos cambia dos de sus máquinas por otras que disminuyen el factor de potencia a 0.85 , situación que conduce a que se presente una disminución en el voltaje de 40 V .

Esta reducción afecta la calidad del voltaje en el recibo que debe ser atendida por la comercializadora, de tal manera, que puede cobrar al consumidor que ocasionó la disminución del factor de potencia, el aumento de las pérdidas que en este caso son de 3.89

¹ Parágrafo 5.5 Estudio del efecto de la Compensación por Reactivos

² Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

kW , al multiplicar el por precio de venta de la energía y por el tiempo de duración del cambio se obtiene el costo a pagar.

El ejemplo anterior es solo una aplicación de la variación del factor de potencia. Las medidas correctivas o preventivas de esta situación deben de ser analizadas independientemente del tipo de consumidor y/o la comercializadora.

5.4 ESTUDIO DEL CALIBRE DEL CONDUCTOR Y SU LONGITUD

El presente estudio analiza el tipo de conductor y la longitud de la línea para diferentes escenarios o estados del sistema de distribución, planteados al diseñar la red o ocasionados en el momento de reconfigurarla, información de interés para personas que comercializan con conductores, operan la red o empresas que tienen normalizado el calibre del conductor.

El modelo dinámico estudiado presume que la configuración del sistema, a este nivel de tensión, tiene por lo general conductores raven, quail, pigeon, penguin, partridge, owl, ostrich, piper y longitudes de línea entre $2 \text{ } \mathcal{E} \text{ l } \mathcal{E} \text{ } 11 \text{ km}$. Análisis realizado para el conjunto de estos dos parámetros se debe a su afecto directo en el valor de la resistencia y reactancia de la línea.

El primer sistema planteado deja constante el modelo de carga (*corriente constante*), la distancia entre conductores ($D_{ab} = 1, D_{bc} = 1, D_{ac} = 2 \text{ m}$), el factor de potencia (0.95), la compensación reactiva ($Q_c = 0$) y el calibre del conductor (*quail*), variando la longitud de la línea y la potencia aparente de la carga, determinando el voltaje de recibo del sistema.

Obteniendo la solución del voltaje, son graficadas en tres dimensiones la longitud, la potencia y el voltaje, con un plano horizontal situado en el valor del voltaje permitido por la norma, dividiendo los estados que la infringen y los que no. Ésto se observa en la figura 37(a).

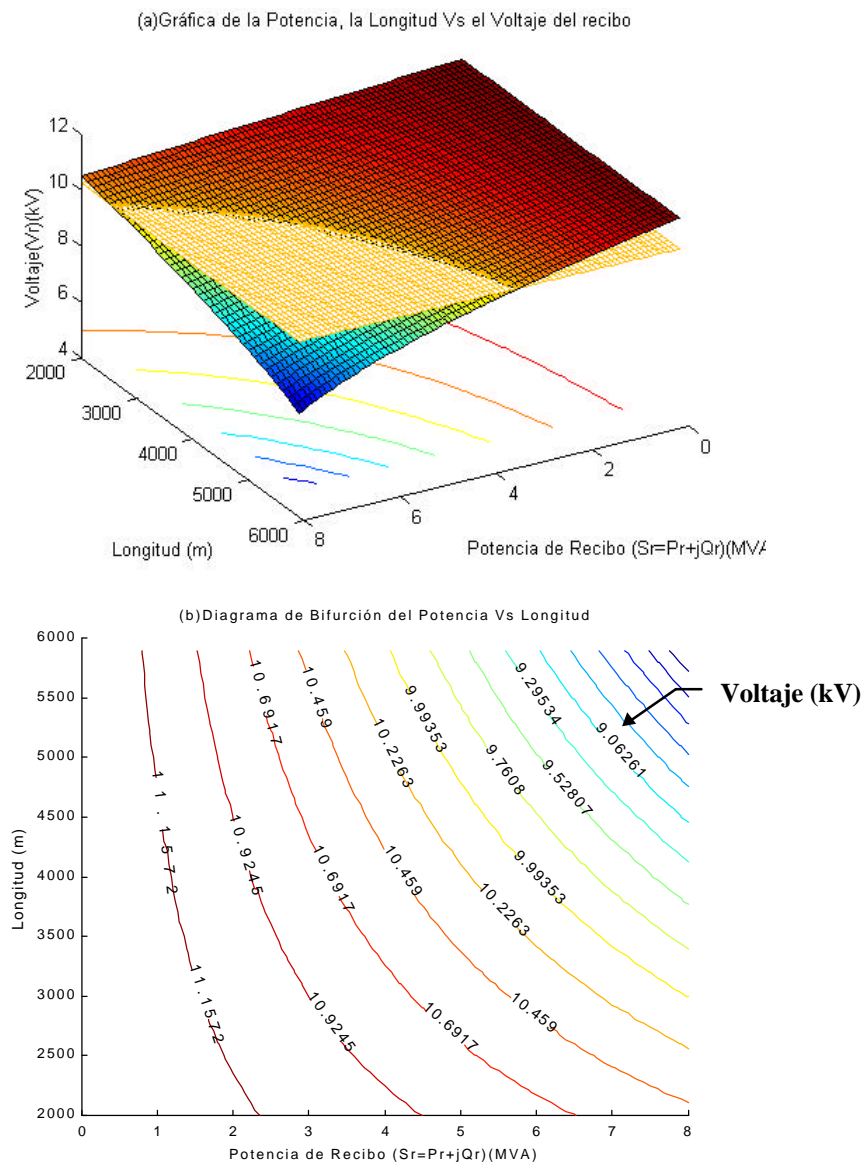


Figura 37. Gráficas del Voltaje, la Potencia y la Longitud con el Modelo de Céspedes¹.

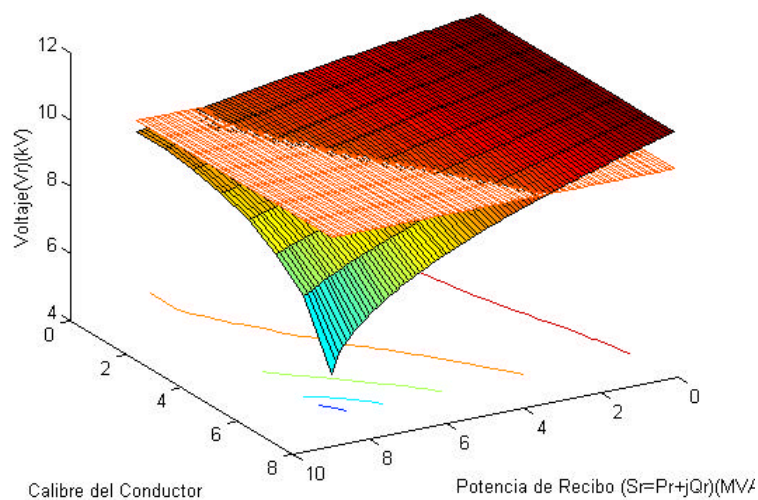
En la figura 37(b) se muestra el diagrama de bifurcación de la potencia aparente versus la longitud de la línea para determinados voltajes. La relación de los parámetros es hiperbólica de la forma $S_r = a + b/L$, donde, a y b son constantes dependientes del sistema y L es la longitud de la línea.

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

El segundo parámetro que se analiza en este numeral es el conductor (*raven, quail, pigeon, penguin, partridge, owl, ostrich, piper*) suponiendo constante la separación entre conductores ($D_{ab} = 1, D_{bc} = 1, D_{ac} = 2 \text{ m}$), el modelo de carga (*corriente constante*), el factor de potencia ($FP = 0.95$), la longitud de la línea (5 km) y la compensación reactiva ($Q_c = 0$), donde para cada conductor se realiza la variación en la potencia aparente y se determinan sus voltajes.

Resolviendo el anterior planteamiento, se grafica en tres dimensiones el calibre del conductor, la potencia y el voltaje, figura 38(a). La construcción de esta figura requirió sustituir los nombres de los conductores por números, así: *raven*=8, *quail*=7, *pigeon*=6, *penguin*=5, *partridge*=4, *owl*=3, *piper*=2, *ostrich*=1,. En la figura 38(b) se observa el diagrama de bifurcación de los conductores versus la potencia aparente de la carga para distintos voltajes de recibo.

(a) Gráfica de la potencia, el Conductor Vs el Voltaje recibo



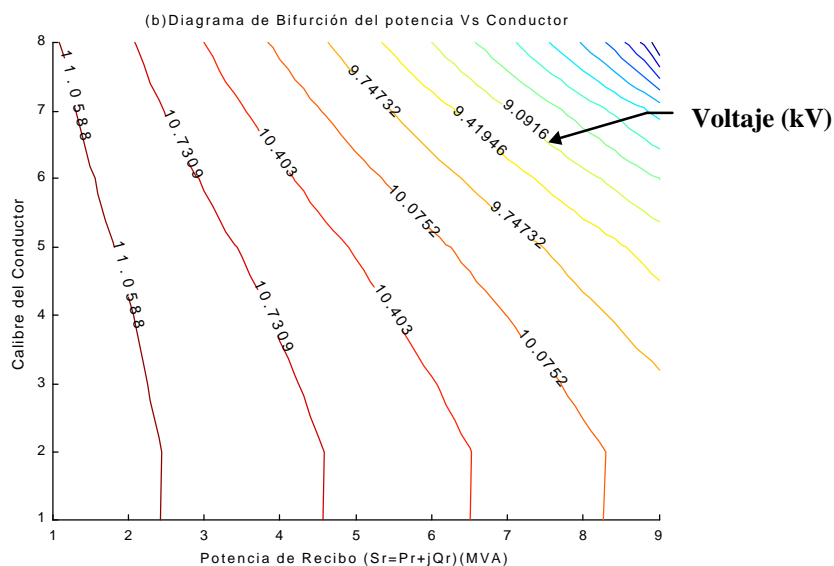


Figura 38. Gráficas del Voltaje, la Potencia y el Conductor con el Modelo de Céspedes ¹.

La función que caracteriza el diagrama de bifurcación del calibre del conductor versus la potencia para los diferentes estados del voltaje es lineal, pero a medida que disminuye el voltaje de recibo, la pendiente de la línea disminuye y el punto de corte con el eje horizontal aumenta.

La potencia máxima a transmitir de los conductores *piper* y *ostrich* es aproximadamente la misma debido a que tienen el mismo calibre (300 kcmil) y parecido cableado, por ende, el primer conductor tiene un radio medio geométrico de $RMG=1.778$ con 30/7 y el segundo conductor tiene $RMG=1.727$ con 26/7.

Si se analizan los conductores *owl* y *partridge*, números 3 y 4 respectivamente, se encuentra que a pesar de tener el mismo calibre (266.8 kcmil), la potencia transmitida es distinta, debido a su diferencia en el cableado (6/7 y 26/7), por consiguiente, diferente radio medio geométrico (1.6307 y 1.6078). Por ejemplo, para el voltaje de 10.5 kV, el delta de potencia entre estos dos conductores es de 0.5 MVA y es mayor para 10 kV, con 1 MVA, debido a que la pendiente de los diagramas de bifurcación para los voltajes de 10.5 y 10 kV es diferente, y a medida que el voltaje disminuye, la pendiente es menor.

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

El último escenario es la relación que existe entre la longitud de la línea y el calibre del conductor al dejar constante la separación entre conductores ($D_{ab} = 1, D_{bc} = 1, D_{ac} = 2 \text{ m}$), el modelo de carga (*potencia constante*), el factor de potencia ($FP=0.95$), la compensación reactiva ($Q_c=0$) y la potencia de la carga (5 MVA).

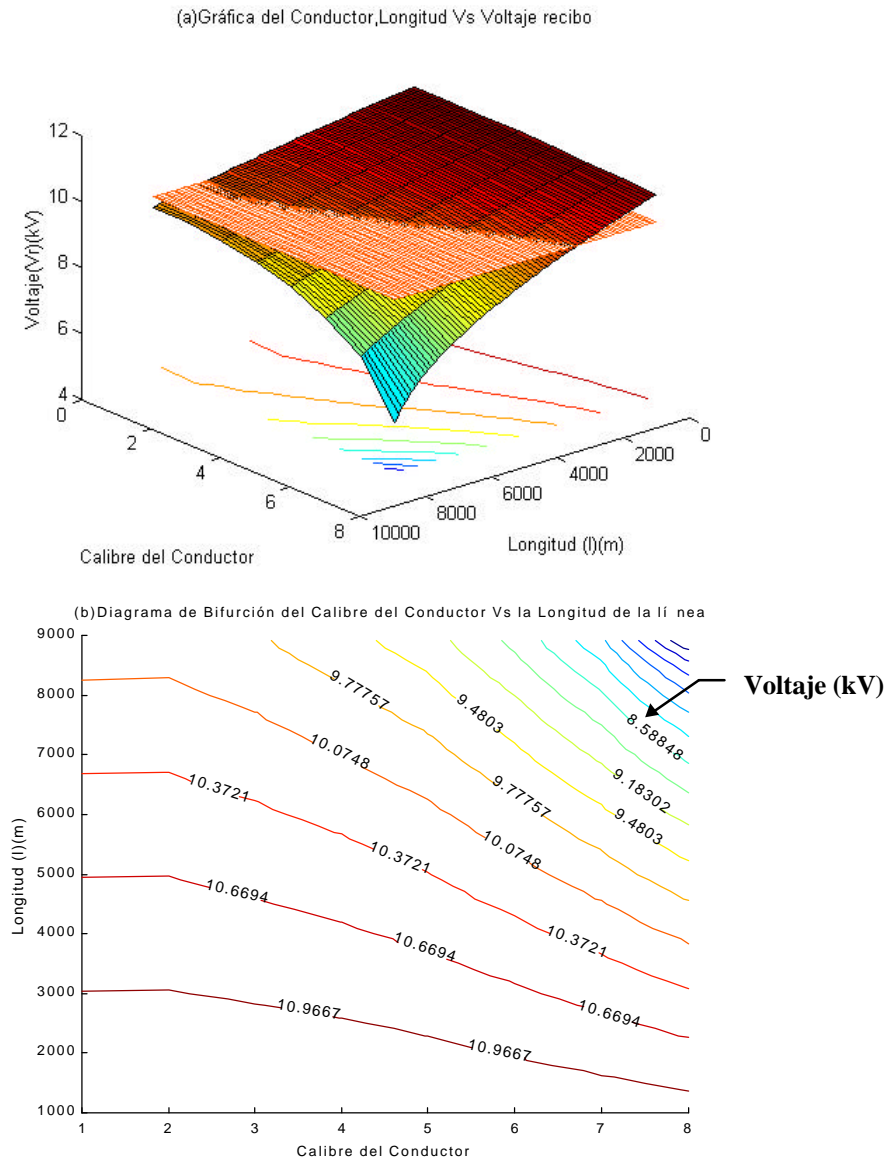


Figura 39. Gráficas del Voltaje, la Longitud y el Conductor de la Línea con el Modelo de Céspedes ¹.

En la figura 39(a) se muestra en tres dimensiones la longitud, el conductor versus el voltaje de recibo. La figura 39(b) es el diagrama de bifurcación de la longitud versus el conductor

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

de la línea. Entonces se puede determinar que voltaje tendrá el sistema al conocer sus parámetros para las distintas longitudes y conductores.

Continuando con el análisis anterior, que deja constante la potencia, se modifica el problema al dejar constante el voltaje (10.26 kV) y determinando qué valor de potencia aparente tiene por solución el sistema.

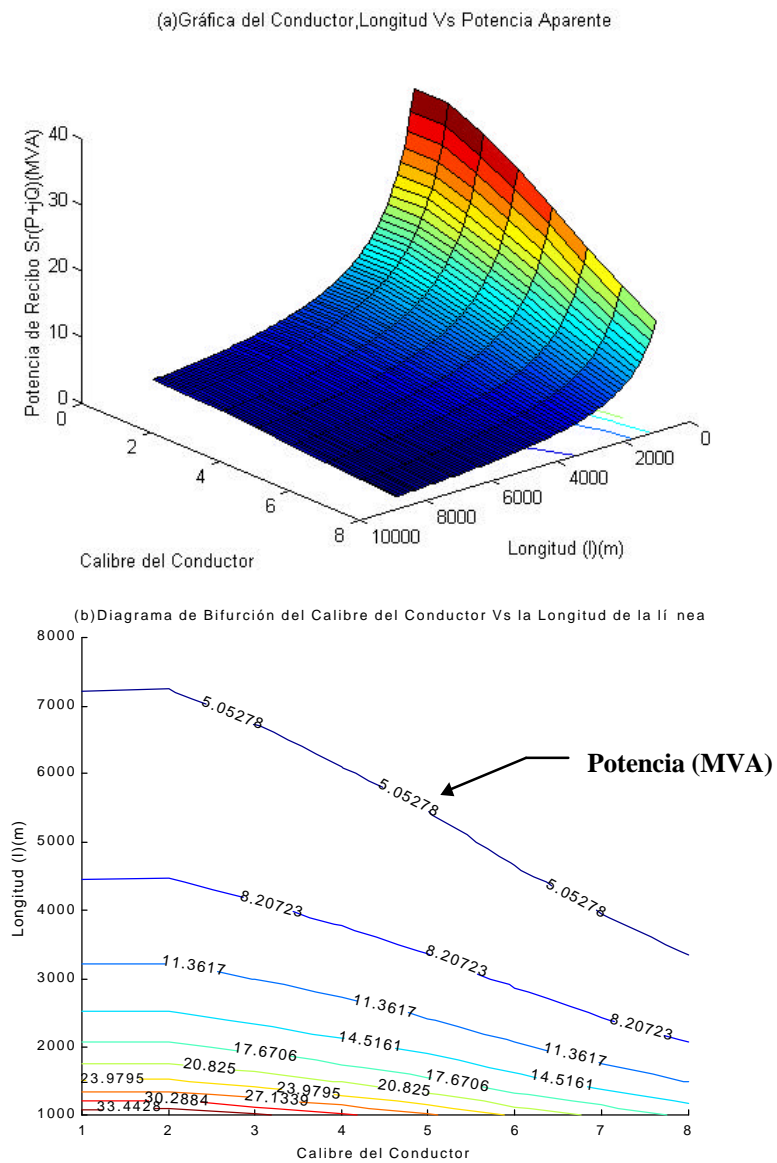


Figura 40. Gráficas de la Potencia, la longitud y el Conductor de la Línea con el Modelo de Céspedes¹.

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

En la gráfica 40(b) se observan las posibles configuraciones de las longitudes y de los conductores de un sistema de distribución especificando la potencia máxima que puede llevar la línea sin infringir la norma de voltaje, acontecimiento que se observa en la siguiente tabla.

Tabla 11. Datos de la Potencia Máxima a Transmitir con una Tensión de 10.26 kV para diferentes longitudes y Conductores de Línea.

<i>L (km)</i>	<i>Potencia Aparente de la carga (MVA)</i>							
	<i>Ostrich</i>	<i>Piper</i>	<i>Owl</i>	<i>Partridge</i>	<i>Penguin</i>	<i>Pigeon</i>	<i>Quail</i>	<i>Raven</i>
2.00	18.22	18.30	17.00	15.44	13.77	11.76	10.01	8.45
2.20	16.57	16.64	15.45	14.04	12.52	10.69	9.10	7.68
2.40	15.18	15.25	14.17	12.87	11.48	9.80	8.34	7.04
2.60	14.02	14.08	13.08	11.88	10.59	9.04	7.70	6.50
2.80	13.02	13.07	12.14	11.03	9.84	8.40	7.15	6.03
3.00	12.15	12.20	11.33	10.29	9.18	7.84	6.67	5.63
3.20	11.39	11.44	10.63	9.65	8.61	7.35	6.25	5.28
3.40	10.72	10.76	10.00	9.08	8.10	6.92	5.89	4.97
3.60	10.12	10.17	9.44	8.58	7.65	6.53	5.56	4.69
3.80	9.59	9.63	8.95	8.13	7.25	6.19	5.27	4.45
4.00	9.11	9.15	8.50	7.72	6.89	5.88	5.00	4.22
4.20	8.68	8.71	8.10	7.35	6.56	5.60	4.77	4.02
4.40	8.28	8.32	7.73	7.02	6.26	5.34	4.55	3.84
4.60	7.92	7.96	7.39	6.71	5.99	5.11	4.35	3.67
4.80	7.59	7.62	7.08	6.43	5.74	4.90	4.17	3.52
5.00	7.29	7.32	6.80	6.18	5.51	4.70	4.00	3.38
5.20	7.01	7.04	6.54	5.94	5.30	4.52	3.85	3.25
5.40	6.75	6.78	6.30	5.72	5.10	4.35	3.71	3.13
5.60	6.51	6.54	6.07	5.52	4.92	4.20	3.57	3.02
5.80	6.28	6.31	5.86	5.33	4.75	4.05	3.45	2.91
6.00	6.07	6.10	5.67	5.15	4.59	3.92	3.34	2.82
6.20	5.88	5.90	5.48	4.98	4.44	3.79	3.23	2.73
6.40	5.69	5.72	5.31	4.83	4.30	3.67	3.13	2.64
6.60	5.52	5.55	5.15	4.68	4.17	3.56	3.03	2.56
6.80	5.36	5.38	5.00	4.54	4.05	3.46	2.94	2.49
7.00	5.21	5.23	4.86	4.41	3.94	3.36	2.86	2.41
7.20	5.06	5.08	4.72	4.29	3.83	3.27	2.78	2.35
7.40	4.93	4.95	4.59	4.17	3.72	3.18	2.70	2.28
7.60	4.80	4.82	4.47	4.06	3.62	3.09	2.63	2.22
7.80	4.67	4.69	4.36	3.96	3.53	3.02	2.57	2.17
8.00	4.56	4.58	4.25	3.86	3.44	2.94	2.50	2.11

Al analizar los datos se encuentra que la potencia máxima de la carga que se puede transmitir al voltaje permitido por la norma, depende de la longitud y el calibre del

conductor, mantiene constante el porcentaje de la potencia transmitida entre dos conductores con los mismos parámetros. La tabla 12 muestra los porcentajes encontrados entre conductores consecutivos de acuerdo con su diámetro, valor determinado al obtener el valor absoluto de dos potencias y dividirlo por una de las potencias transmitidas.

Tabla 12. Porcentaje de Potencia entre dos Conductores

Conductor # 1 y 2	Porcentaje ((#1 - #2) / #1)
<i>Piper - Ostrich</i>	0.43%
<i>Piper - Owl</i>	7.10%
<i>Owl - Partridge</i>	9.17%
<i>Partridge - Penguin</i>	10.81%
<i>Penguin Pigeon</i>	14.63%
<i>Pigeon - Quail</i>	14.90%
<i>Quail - Raven</i>	15.57%

El mayor beneficio obtenido entre utilizar o cambiar un conductor por otro es el determinado por los conductores *Quail* y *Raven*, con un 15.57 % de potencia adicional transmitida.

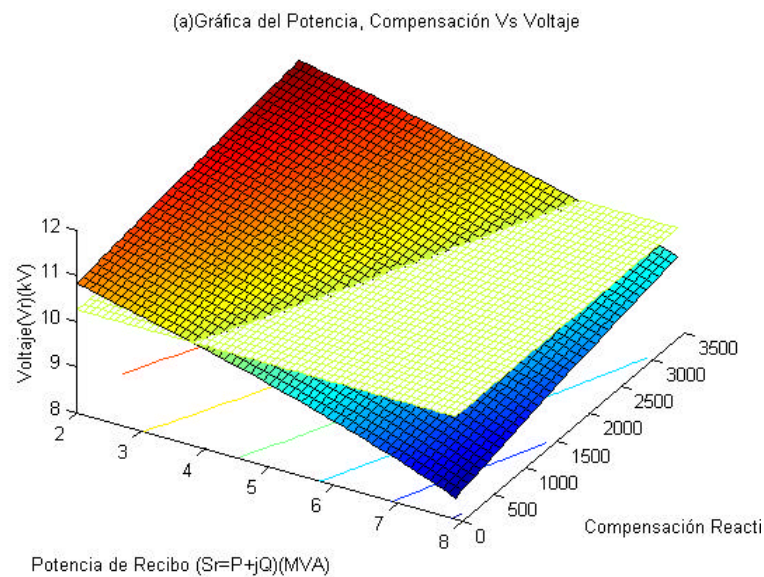
5.5 ESTUDIO DEL EFECTO DE LA COMPENSACIÓN POR REACTIVOS

El análisis dinámico de la compensación reactiva, por medio de capacitores, se hace suponiendo varios escenarios de estudio, investigando los comportamientos del voltaje frente a variaciones de la potencia aparente, la longitud de la línea y el factor de potencia con respecto a los diferentes *kVAR* de los capacitores. La información obtenida de los modelos inicialmente plasma dos tipos de gráficas, una tridimensional y un diagrama de bifurcación de la variable analizada en función de la compensación.

La realización de los diferentes estudios se hace suponiendo un sistema de distribución que tiene un tipo de carga de *potencia constante*, un conductor *quail*, una distancia entre conductores de $D_{ab} = 1$, $D_{bc} = 1$, $D_{ac} = 2$ m, una longitud de línea de 5 km, un factor de

potencia de 0.9 y una carga de 5 MVA , parámetros que mantienen su valor, excepto, cuando son analizados. La compensación reactiva toma valores desde 0 hasta 3600 kVAr , que es 1200 kVAr por fase, ya que solo se analiza la conexión en Y, la cual es empleada en circuitos de media tensión.

El primer análisis que se estudia es la consecuencia de la variación de la potencia aparente y la compensación reactiva, sabiendo que el sistema es balanceado. Cada variación de los parámetros conlleva a calcular el voltaje del sistema, construyendo la gráfica de la potencia, la compensación versus el voltaje, y el diagrama de bifurcación de la potencia versus la compensación.



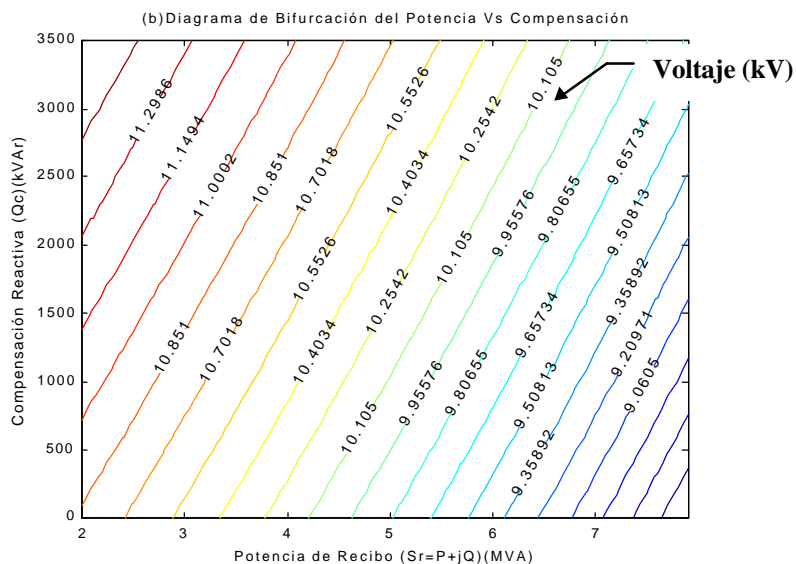


Figura 41. Gráficas del Voltaje, la Potencia y la Compensación Reactiva con el Modelo de Céspedes ¹.

La aplicación de un capacitor en derivación a un alimentador de distribución produce una elevación uniforme en el voltaje por unidad de longitud de la línea, fuera de su punto de aplicación. Por lo tanto, se debe ubicar tan afuera como resulte práctico del sistema de distribución y cerca de las cargas que requieren los $kVAr$.

Es necesario verificar la instalación propuesta de un capacitor en conexión permanente para asegurarse de que el voltaje de algunos de los consumidores no se elevará demasiado durante los períodos de carga ligera.

Ejemplo de la Compensación Reactiva para Aumentar el Voltaje ²

El conjunto residencial las Margaritas se ha quejado ante la empresa comercializadora de energía que el voltaje del sistema en algunas horas es demasiado bajo y le piden que se les solucione este inconveniente.

La empresa comercializadora encontró que el conjunto está conectado al final del circuito C por un conductor *quail*, con una separación entre conductores de $D_{ab} = 1$, $D_{bc} = 1$, $D_{ac} = 2$ m,

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

² Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

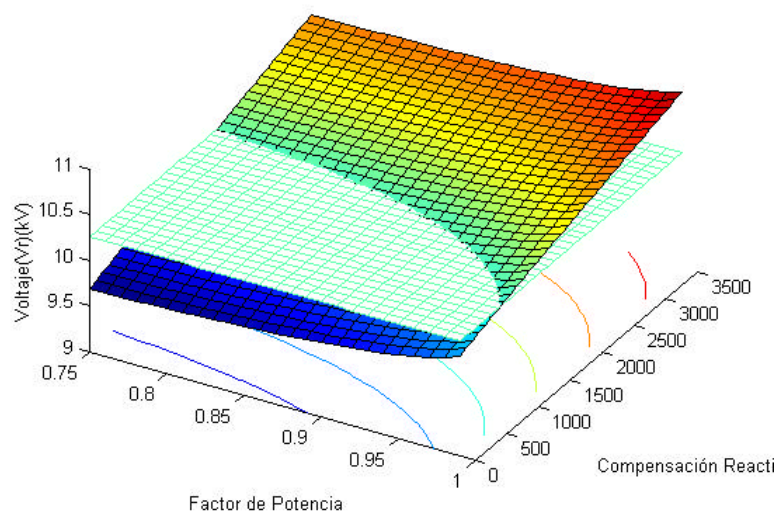
una longitud de 7 km y sin compensación reactiva, para suplir la energía de una carga máxima de 3.5 MVA y una mínima de 2.5 MVA

Al modelar el sistema se encontró que el voltaje en las horas pico es de 9.85 kV y 10.35 kV en estado de carga ligera. ¿Cuántos kVAr se deberán conectar para aumentar el voltaje aceptable por la norma que es 10.26 kV en las horas pico? y ¿cuánto es el voltaje máximo en horas de carga ligera?.

Los estudios indicaron que se debe conectar un banco trifásico de 1100 kVAr , contribuyendo a una disminución de las pérdidas de 30.2 kW , beneficiando a la comercializadora y aumentando el voltaje aun máximo de 10.26 kV para la carga de 3.5 MVA , obteniendo que el voltaje máximo en horas de carga ligera es de 10.74 kV .

El segundo análisis estudiado es la variación del factor de potencia y la compensación reactiva, realizando el cálculo del voltaje en cada estado, donde el sistema tiene una carga de potencia constante de 5 MVA , un conductor *quail*, una distancia entre conductores de $D_{ab} = 1, D_{bc} = 1, D_{ac} = 2 \text{ m}$ y una longitud de línea de 5 km . Con los resultados del voltaje al varia el factor de potencia o la compensación, se construye una gráfica tridimensional del voltaje, el factor de potencia y la compensación, figura 42(a), y un diagrama de bifurcación del factor de potencia versus la compensación reactiva, figura 42(b).

(a) Gráfica del Factor de Potencia, Compensación Vs Voltaje



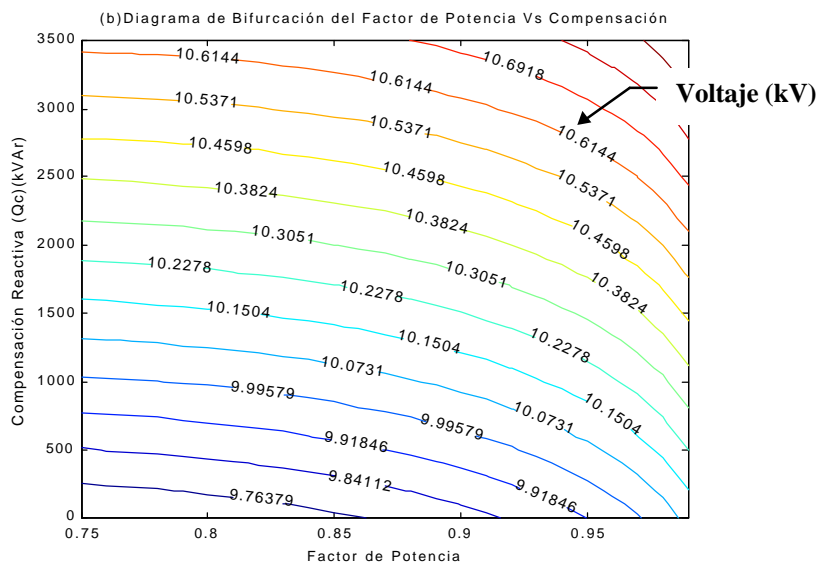


Figura 42. Gráficas del Voltaje, el Factor de Potencia y la Compensación Reactiva con el Modelo de Céspedes¹.

La compensación reactiva en función del factor de potencia, dejando constante la potencia aparente de la carga, conduce a curvas que son derivadas de una familia. Esto se comprueba al realizar una regresión no lineal por el método de Levenberg Marquardt, por el cual se establece que la curva que se ajusta a los datos con un coeficiente de correlación $r=0.999$ es una función hiperbólica notada por

$$Q_c = \frac{a + bFP_r}{1 + cFP_r + dFP_r^2}$$

donde, a , b , c , y d son constantes determinadas por la potencia, el voltaje, el conductor, el espaciamiento entre conductores y la longitud. Fijadas las constantes se construye la curva respectiva de la compensación y el factor de potencia.

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

Ejemplo de la Compensación Reactiva Al Variar el Factor de Potencia¹

La industria C tiene un sistema de distribución el cual está compuesto por un conductor *pigeon*, una distancia entre conductores de $D_{ab} = 1$, $D_{bc} = 1$, $D_{ac} = 2$ m, una longitud de línea de 4 km y una carga de 4 MVA.

La empresa desea modificar el proceso A1 que elabora el producto alfa, reforma que implica cambiar tres de sus máquinas por otras de igual potencia, que alterarán el factor de potencia de un 0.9 a 0.80. Esto produce que el voltaje disminuya de 10.7 kV a 10.65 kV. ¿Cuántos kVAr deberán instalarse para elevar el voltaje a 10.7 kV nuevamente y a 11.0 kV?

La elevación del voltaje a 10.7 kV requiere la instalación de 370 kVAr trifásicos, provocando que el sistema no pierda una potencia activa de 2 kW si el banco no se instala.

Para elevar el voltaje a 11.0 kV se requiere la instalación de 1900 kVAr trifásicos, cuando el sistema tiene un factor de potencia de 0.9 y 2335 kVAr cuando el sistema tiene un factor de potencia de 0.8.

Algunos textos que tratan sobre temas de sistemas de distribución, específicamente compensación reactiva, poseen tablas que resumen la compensación reactiva necesaria que un sistema requiere para aumentar el factor de potencia de la carga, de forma similar al caso planteado en el ejemplo anterior. El manejo de las tablas se hace al conocer el factor de potencia inicial y el factor de potencia deseado, encontrando en una matriz un valor que es multiplicado por la potencia activa de la carga, obteniendo los kVAr necesarios.

La utilización de las tablas presenta un inconveniente, ya que se puede subdimensionar o sobredimensionar el banco de capacitores hasta en un 20 % debido a que el valor de la compensación para aumentar el factor de potencia depende fundamentalmente del voltaje que tiene la carga y de los parámetros del sistema.

El entendimiento del porqué la compensación no puede ser la misma para todos los sistemas se observa en el numeral 5.3, en donde se varía el factor de potencia para dos sistemas calculando su voltaje, figuras 35 (a) y (b), encontrando del modelamiento que las

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

curvas difieren una de la otra, por tanto, si algún sistema que tiene un factor de potencia y que se quiere aumentar a uno mayor, se necesitan diferentes *kVar* que dependan de la configuración del sistema.

Este efecto se ve claramente al construir un algoritmo que calcule para un factor de potencia inicial el voltaje de recibo, luego se varía el factor de potencia al que se desee, para así determinar la compensación reactiva necesaria del sistema para mantener el mismo voltaje que se había calculado, conociendo previamente el modelo de carga, la potencia aparente, el calibre del conductor, la longitud, la configuración de conductores.

Tomando los dos ejemplos de el numeral 5.3 se encontraron los siguientes diagramas de bifurcación de los factores de potencia inicial y deseado de algunas compensaciones reactivas.

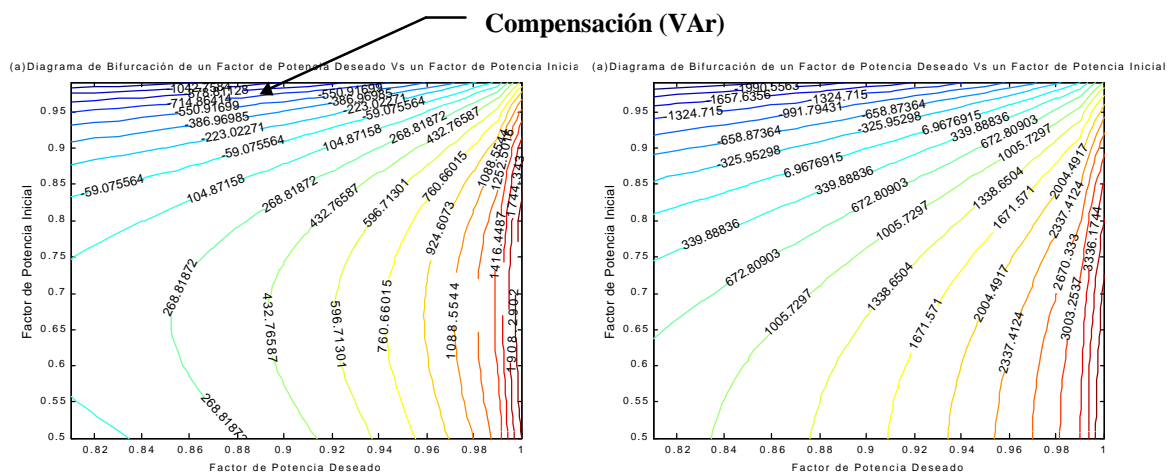


Figura 43. Diagrama de Bifurcación de los Factores de Potencia Inicial y Deseado para una Compensación Reactiva con el Modelo de Céspedes [1].

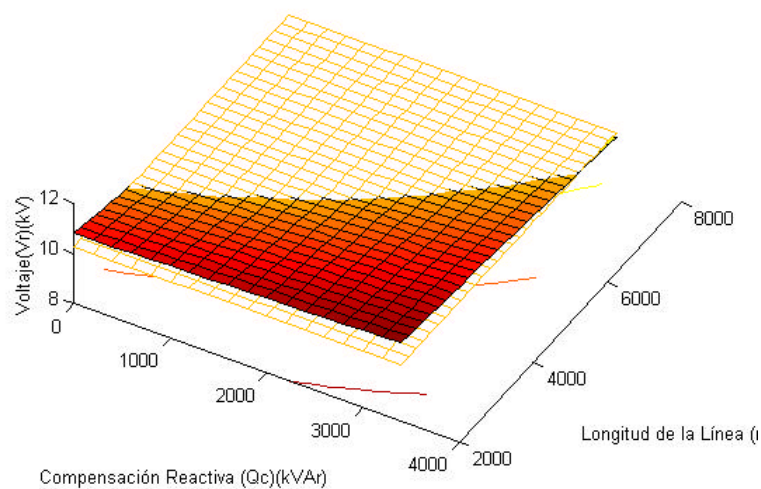
En los ejemplos se observa que las curvas de los sistemas de los factores de potencia para las diferentes compensaciones no son similares, disparidad que concluye lo anteriormente expuesto.

El perfeccionamiento de equipos de conmutación de bajo costo para los capacitores ha hecho posible la corrección del factor de potencia hasta un valor elevado, durante las

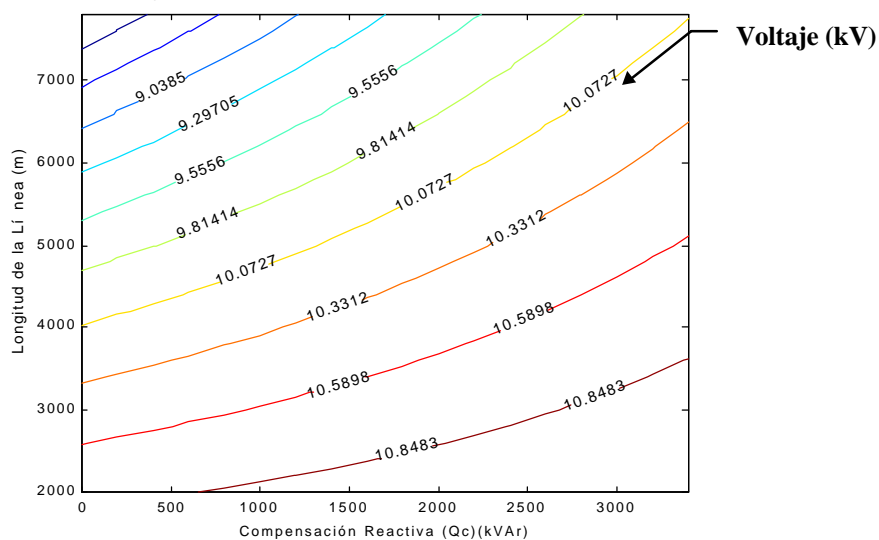
condiciones de carga pico, sin que se tenga una corrección excesiva durante los periodos de carga ligera. Esto hace posible que se usen capacitores con conmutación para control suplementario del voltaje. Actuadores comunes para la conmutación de los capacitores son controles de cronómetro, de la temperatura, del voltaje, de la corriente y de los kVAr.

El tercer y ultimo análisis se realiza variando la longitud y la compensación reactiva del caso inicialmente propuesto, el cual tiene una potencia de 5 MVA, para graficar en tres dimensiones la longitud, la compensación reactiva versus el voltaje del recibo, figura 44(a)

(a) Gráfica de la Longitud, Compensación Vs Voltaje



(b) Diagrama de Bifurcación del Factor de Potencia Vs Compensación

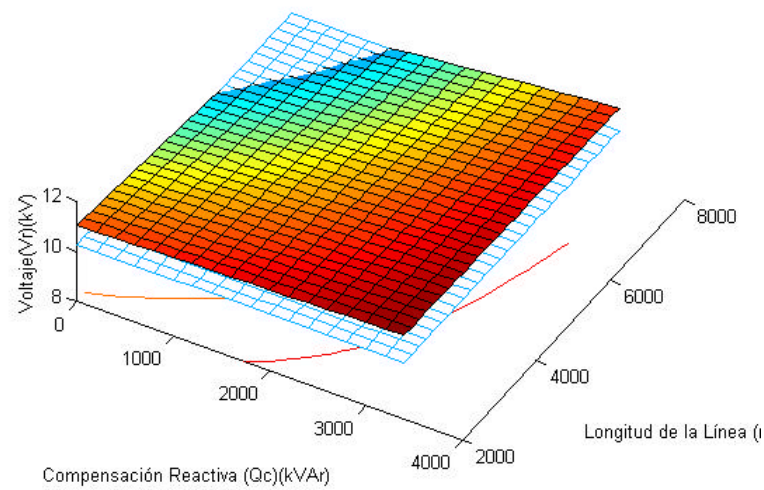


¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

Figura 44. Gráficas del Voltaje, la Longitud de la Línea y la Compensación Reactiva con una Potencia Aparente de 5 MVA con el Modelo de Céspedes.

En la figura 44(b) se muestran los diagramas de bifurcación de la longitud versus la compensación reactiva para distintos voltajes. La curva entre las dos variables tiene diferentes comportamientos que dependen del voltaje de recibo y, a medida que la potencia de la carga disminuye, presenta un comportamiento cuadrático. La anterior tendencia se observa más claramente con la siguiente figura de un sistema con una carga de 3 MVA.

(a) Gráfica de la Longitud, Compensación Vs Voltaje



(b) Diagrama de Bifurcación del Factor de Potencia Vs Compensación

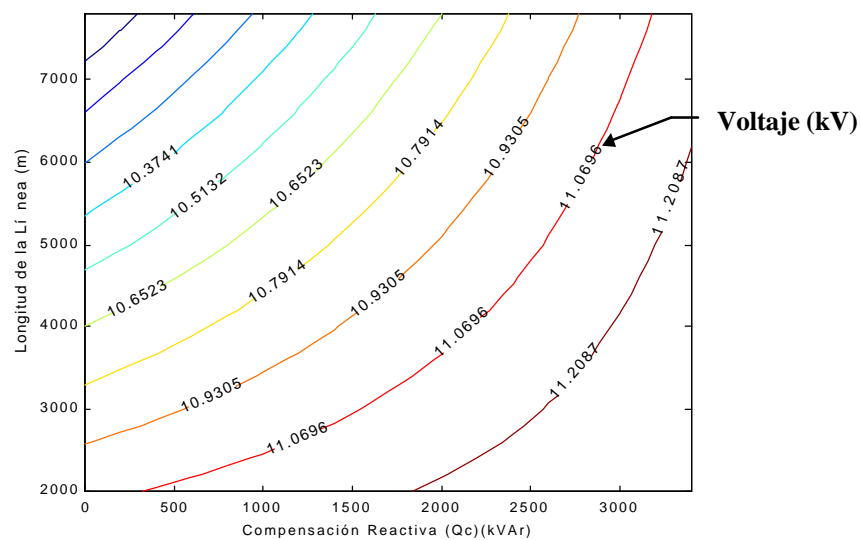


Figura 45. Gráficas del Voltaje, la Longitud de la Línea y la Compensación Reactiva con una Potencia Aparente de 3 MVA con el Modelo de Céspedes¹.

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

6 ANÁLISIS DINÁMICO DEL MODELO DE DISTRIBUCIÓN POR LA MAGNITUD Y EL ÁNGULO DEL VOLTAJE

La iniciativa de resolver los diferentes estados que puede tener un sistema de distribución de la manera más eficaz, ha conducido al desarrollo de algoritmos que utilizan diferentes planteamientos y procedimientos que pueden agilizar los cálculos que determinan dichos estados.

En el anterior capítulo se estudio el modelo de Céspedes, que resuelve el sistema por medio de una ecuación polinómica de cuarto, en el presente capítulo se desarrolla la aplicación del modelo de Cheng y Shirmohanamadi, llamado inyecciones de corriente, el cual calcula la magnitud y el ángulo del voltaje al determinar las corrientes de la carga y de la línea. Construidos los modelos se realiza una comparación entre sus datos, tomando el mismo sistema de distribución que es compuesto por una línea y una carga.

El desarrollo del modelo de inyecciones de corriente es empleado para establecer la confiabilidad de los datos adquiridos anteriormente y utilizado para el modelamiento dinámico de un sistema de distribución balanceado con transformador, y desbalanceado en presencia de la variación de la distancia entre conductores.

El análisis dinámico del modelo expuesto por Cheng y Shirmohanamadi comienza al construir el algoritmo de flujo de carga del sistema, que calcula la corriente de la carga con los datos iniciales, así

$$I_i = \frac{\bar{S}_j^*}{V_{R_i}^*} - YV_{R_i}$$

donde, S_j es la potencia aparente de la carga inicial j -ésima iteración y es igual a $P_j + jQ_j$, Y es la reactancia del banco de capacitores y V_{R_i} es el voltaje inicial de la i -ésima iteración. Calculada la corriente, se introduce su valor a la ecuación del voltaje de la respectiva iteración.

$$V_{R_{i+1}} = V_{S_i} - I_i Z_L$$

donde, Z_L es la impedancia de la línea. Estas dos ecuaciones se iteran hasta que cumpla la condición de $|V_{i+1} - V_i| \leq 0.00001$, y conocido el voltaje del nodo a la potencia inicial se actualiza el valor de la potencia activa y reactiva de la carga por la ecuación de la carga.

$$P_{j+1} = P_0 \left[K_1 \left(\frac{V_{R_{i+1}}}{V_S} \right)^2 + K_2 \left(\frac{V_{R_{i+1}}}{V_S} \right) + K_3 \right] (1 + k_f (f - f_o))$$

$$Q_{j+1} = Q_0 \left[K_4 \left(\frac{V_{R_{i+1}}}{V_S} \right)^2 + K_5 \left(\frac{V_{R_{i+1}}}{V_S} \right) + K_6 \right] (1 + k_f (f - f_o))$$

donde, K son las constantes que asume la ecuación dependiendo del modelo, Q_0 y P_0 son las potencias activa y reactiva iniciales de la carga, V_S es el voltaje de envío y $V_{R_{i+1}}$ es el voltaje de recibo. Calculada las nuevas potencias activa y reactiva, se vuelve a calcular la corriente y el voltaje con los valores encontrados de las potencias. Las iteraciones de la corriente, el voltaje y la potencia se realiza hasta que se cumpla con la condición de $|P_{j+1} - P_j| \leq 0.00001$ y $|Q_{j+1} - Q_j| \leq 0.00001$.

6.1 ANÁLISIS DINÁMICO CON CARGA

El análisis dinámico de la carga para el modelo de inyecciones de corriente comienza al comparar los datos obtenidos en el párrafo “Análisis Dinámico del Modelo de Distribución por la Magnitud del Voltaje” con los obtenidos mediante el algoritmo de inyecciones de corriente elaborado en este capítulo, suponiendo un sistema con un conductor *quail*, una configuración entre conductores de $D_{ab} = 1$, $D_{bc} = 1$, $D_{ac} = 2$ m, una longitud de $L = 6$ km, una compensación de $Q_c = 0$ y un factor de potencia de 0.9 para los tres tipos de carga, observando el error entre los datos y las diferencias entre los dos modelos.

Cuando el sistema tiene conectado una carga residencial, *potencia constante*, el diagrama de bifurcación entre la potencia y el voltaje para los dos modelos es aparentemente el mismo, figura 46.

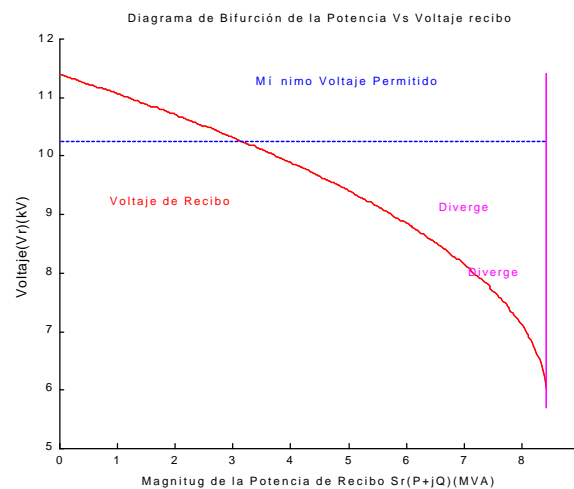


Figura 46. Diagramas de Bifurcación de los Modelos de Céspedes y Shirmohanamadi con Potencia Constante.

La examinación de los datos de los métodos, que constan cada uno de 350 voltajes calculados, encuentra que la sumatoria de los errores relativos entre los voltajes es igual a 0.0035 kV, error producido por el redondeo en el cuarto decimal de las 350 muestras. Otra característica que presenta el modelamiento con este tipo de carga es que divergen a la misma potencia, que en este caso es 8.24 MVA, ya que el punto de divergencia es dado de acuerdo a los parámetros del sistema.

Tomado el mismo sistema, pero cambiando el modelo de carga por *corriente constante*, se encuentra el siguiente diagrama de bifurcación.

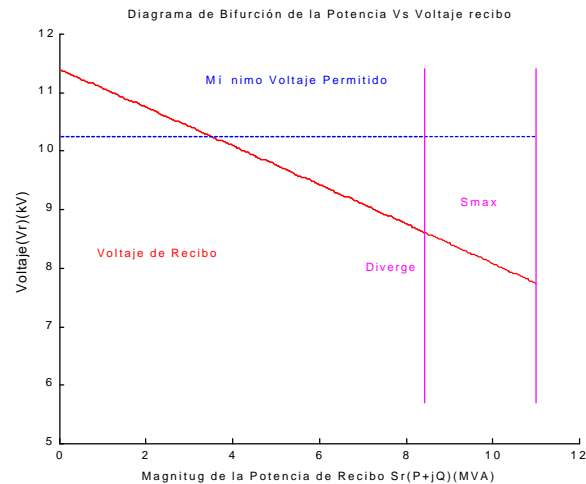


Figura 47. Diagramas de Bifurcación de los Modelos de Céspedes y Shirmohanamadi con Corriente Constante.

Los diagramas de bifurcación elaborados por los dos métodos presenta el mismo comportamiento, incluyendo de igual manera el error de redondeo en el cuarto decimal de algunos datos, la diferencia entre los dos métodos es que el de inyecciones de corriente diverge a la misma potencia que el de la potencia constante y la ecuación de variables de estado deducida para este tipo carga con el modelo de Céspedes no diverge.

Al observar el último modelo de carga, *impedancia constante*, y determinando su diagrama de bifurcación de la potencia versus el voltaje se encuentra la figura 48.

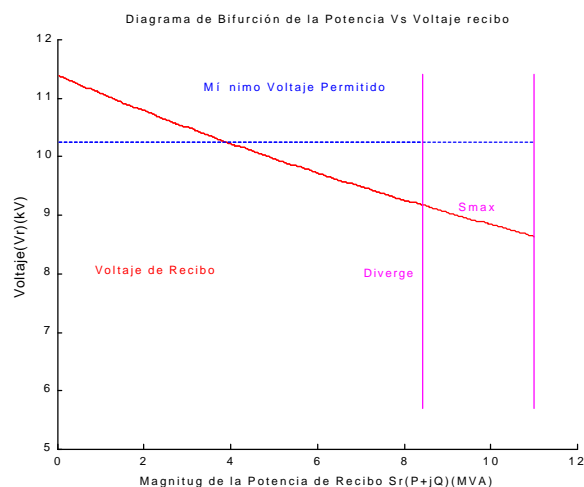


Figura 48. Diagramas de Bifurcación de los Modelos de Céspedes y Shirmohanamadi con Impedancia Constante.

Al igual que los modelos de corriente e impedancia constante, los datos determinados son prácticamente los mismos, incluyendo el error de redondeo ya mencionado, pero la diferencia entre los métodos radica en que el de inyecciones de corriente diverge a la misma potencia que los de potencia y corriente constante, pero la ecuación de variables de estado deducida con el modelo de Céspedes para impedancia constante no diverge. Los modelos, a pesar que uno trabaja con la magnitud y el otro con la magnitud y el ángulo, obtienen el mismo resultado.

6.2 COMBINACIÓN DE CARGA

Como se ha visto, la carga de potencia constante produce una caída de tensión más severa que la de corriente e impedancia constante, situación que sugiere la combinación de la carga de potencia constante con los otros dos tipos de carga, para obtener una mejora del voltaje de recibo en el sistema.

La operación realizada al combinar la carga del sistema puede ser cuantificable en términos de voltaje, al determinar la diferencia entre los voltajes de los dos tipos de carga, para una carga compuesta por una parte de potencia constante y otra por corriente o impedancia

constante, analizando los beneficios obtenidos en el valor del voltaje con respecto al de la norma.

Efecto que se observa al suponer que la carga total del sistema del anterior párrafo está compuesta por un 70 % de potencia constante y un 30 % con impedancia constante. El diagrama de bifurcación del modelo compuesto y el de potencia constante utilizando el método de solución de Shirmohanamadi es el siguiente

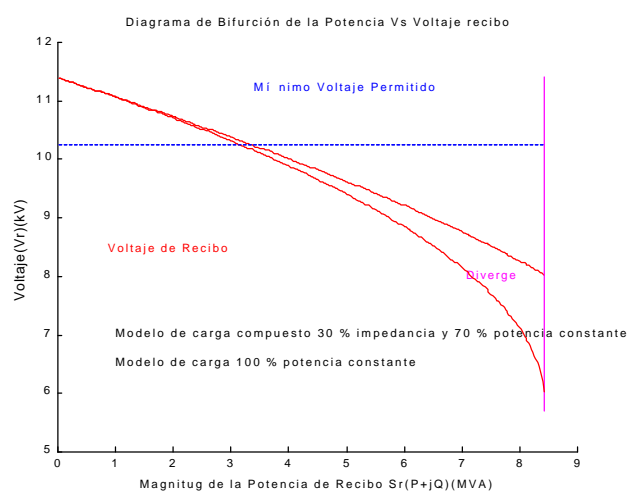


Figura 49. Diagramas de Bifurcación de los Modelos Compuesto y Potencia Constante, Utilizando el Modelo de Shirmohanamadi.

Encontrando que la diferencia del voltaje entre los modelos es de 78 V midiéndolo a una potencia de 3.312 MVA, instante cuando el voltaje del modelo compuesto es de 10.26 kV. Por otro lado, al suponer que la carga compuesta está conformada por 50 % de impedancia constante y 50 % por potencia constante, se construye la figura 50.

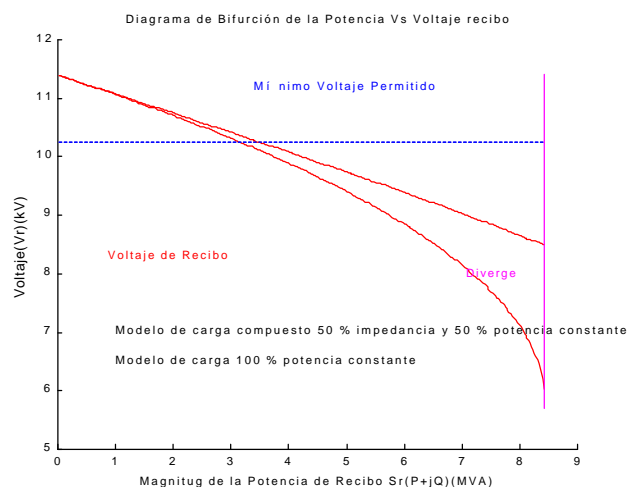


Figura 50. Diagramas de Bifurcación de los Modelos Compuesto y Potencia Constante, Utilizando el Modelo de Shirmohanamadi.

La diferencia entre los voltajes de la carga compuesta y potencia constante, a un voltaje de 10.26 kV del modelo compuesto, es de 139.1 V , diferencia superior al del caso anterior. La mejora del voltaje al combinar la carga es una solución que se puede utilizar en sistemas que tienen bajo voltaje, beneficio que contribuiría a la calidad del servicio.

La confiabilidad y calidad de los valores K_1 , K_2 , K_3 , K_4 , K_5 y K_6 , determinados para cada tipo de carga son de gran utilidad para la operación en tiempo real e importante para la representación adecuada del sistema de distribución.

6.3 COMPARACIÓN DEL SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN MODELADO POR LÍNEA CORTA Y MEDIA

El modelamiento de los sistemas de distribución se ha realizado mediante el modelo de línea corta, el cual omite la capacitancia que posee la línea, este efecto es irrelevante en el resultado de los modelos trabajados en este documento, como se verá en este párrafo.

La inclusión de la capacitancia se realiza con el modelo de línea media, circuito π , y se utiliza para redes donde su valor es significativo en los valores resultantes de un sistema de

distribución. La pregunta es ¿hasta qué límite se debe utilizar uno u otro modelo? Para dar una indicación adecuada de cuál es el valor tanto de voltaje como de longitud para la representación del sistema, mediante el adecuado modelo y así contestar la anterior pregunta, se construyó un algoritmo a base de un circuito π para comparar los resultados obtenidos con los del modelo de inyecciones de corriente, y determinar el límite de operación del modelo de línea corta y media.

El algoritmo del modelo de línea media toma el circuito que aparece en la figura 51 y es construido al emplear las ecuaciones de las redes de dos puertos.

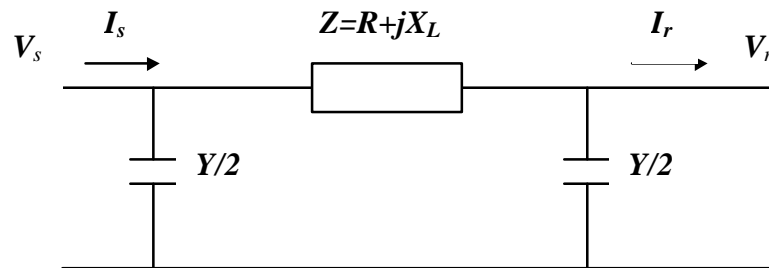


Figura 51. Modelo de Línea Media Circuito π

Las ecuaciones de redes de dos puertos o bipuertos para un sistema de transmisión son las siguientes

$$\begin{aligned} V_s &= AV_r - BI_r \\ I_s &= CV_r - DI_r \end{aligned}$$

donde,

$$\begin{aligned} A &= \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) & B &= Z \\ C &= Y \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) & D &= \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) \end{aligned}$$

Conociendo la resistencia y la reactancia inductiva de la línea, se encuentra el valor de la impedancia y sabiendo la capacitancia se determina el valor de la admitancia, para así determinar cada constante. El modelo de bipuertos de transmisión no es el adecuado para la

solución del sistema de distribución radial planteado, pues solo se conoce la corriente de la carga y el voltaje de salida. La solución a este inconveniente se realiza al transformar las ecuaciones anteriores a un modelo de bipuertos híbrido inverso de la forma.

$$\begin{aligned} I_s &= g_{21}V_s + g_{22}I_r \\ V_r &= g_{11}V_s + g_{12}I_r \end{aligned}$$

en donde las constantes se determinan así:

$$\begin{aligned} g_{11} &= \frac{C}{A} & g_{12} &= \frac{-(AD-BC)}{A} \\ g_{21} &= \frac{1}{A} & g_{22} &= \frac{B}{A} \end{aligned}$$

El modelo de bipuertos híbrido inverso se utiliza para determinar la solución del circuito π al seguir los siguientes pasos:

- Se calcula corriente de la carga, para la primera iteración se utiliza una potencia inicial y un voltaje inicial, en las demás iteraciones se utilizan los valores actualizados de potencia de la carga y voltaje de recibo.

$$I_r = \left(\frac{P_{real} + jQ_{real}}{V_r} \right)$$

- Se calcula el voltaje de recibo y la corriente de salida.

$$\begin{aligned} I_s^i &= g_{21}V_s^i + g_{22}I_r^i \\ V_r^i &= g_{11}V_s^i + g_{12}I_r^i \end{aligned}$$

donde, i es el número de la iteración, esta operación se realiza hasta que se cumpla con la condición de $|V_r^{i+1} - V_r^i| / \leq 0.00001$.

- Calculado el voltaje de recibo se actualiza el valor de la potencia activa y reactiva de la carga al conocer los valores de las constantes del modelo de carga.

$$P_{real}^j = P_0 \left[K_1 \left(\frac{V_r}{V_s} \right)^2 + K_2 \left(\frac{V_r}{V_s} \right) + K_3 \right] (1 + k_f (f - f_o))$$

$$Q_{real}^j = Q_0 \left[K_4 \left(\frac{V_r}{V_s} \right)^2 + K_5 \left(\frac{V_r}{V_s} \right) + K_6 \right] (1 + k_f (f - f_o))$$

Estos tres pasos se realizan hasta que se cumpla con la condición de $|P_{real}^{j+1} - P_{real}^j| / \mathbf{\$}0.00001$ y $|Q_{real}^{j+1} - Q_{real}^j| / \mathbf{\$}0.00001$. Este algoritmo es similar a los trabajados anteriormente y solo varía en la ecuación utilizada para la solución del voltaje, por lo tanto, al realizar el barrido hacia atrás de la corriente y hacia delante del voltaje, tal como se explica en el parágrafo 3.6.3. se puede emplear este conjunto de ecuaciones para determinar el flujo de carga de un sistema de distribución real.

Obtenido el modelo de línea media se inicia la comparación con el modelo de línea corta utilizando el algoritmo de inyecciones de corriente, al construir el diagrama de bifurcación de los dos modelos en una gráfica, figura 52.

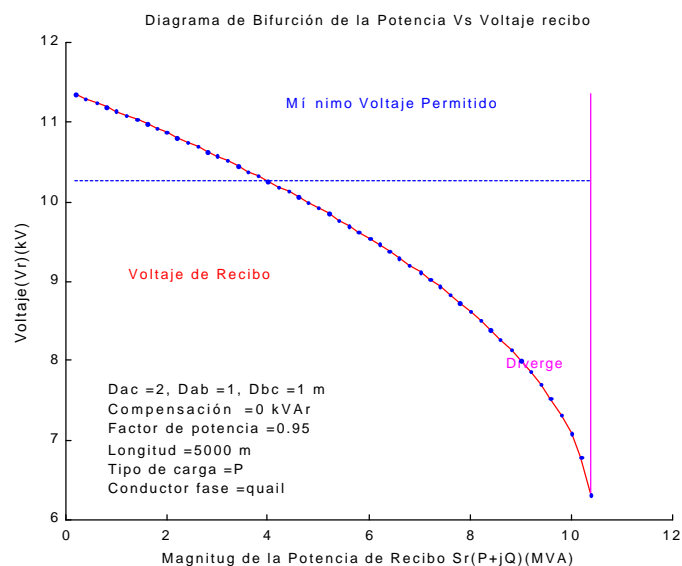


Figura 52. Diagramas de Bifurcación de los Modelos de Línea Corta y Media con los Métodos de Solución Shirmohanamadi y bipuerto Híbrido Inverso, respectivamente¹.

Con la anterior sobreposición de los métodos se puede observar que los dos modelos arrojan valores de voltaje superpuestos, teniendo una diferencia promedio de 0.0003% entre las magnitudes del voltaje para los 52 cálculos realizados, valor insignificante en los resultados del sistema. Por lo tanto, la solución de un sistema de distribución se puede realizar por el modelo de línea corta, como se había venido haciendo.

El límite del voltaje y la longitud hasta dónde es conveniente modelar el sistema de distribución por medio del modelo de línea corta, se estima que debería tener una diferencia promedio entre los dos voltajes no superior a 0.15 kV , dado que en este punto el resultado de los voltajes ya empezaría a tener una notable diferencia. En la siguiente tabla se resume las principales diferencias entre los modelos cuando se varía el voltaje de salida y la longitud de la línea, que son los parámetros que afectan directamente la capacitancia de la línea.

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

Tabla 13. Diferencias del Voltaje y la Potencia Reactiva de Envío para Distintos Voltaje y Distintas Longitudes.

Vs	Longitud km	Calibre del conductor	# de datos	Características de la línea			Diferencia promedio del voltaje kV	Diferencia promedio del voltaje %	Diferencia promedio de la potencia reactiva MVar	
				R	Xl	Xc ¹				
11.4 kV	Modelo de Potencia constante	Quail	5	104	2.193	2.525	0.0000194	0.0003	0.0025	-0.0024
			10	52	4.387	5.050	0.0000388	0.0012	0.0103	-0.0048
			20	52	8.774	10.100	0.0000776	0.0047	0.0414	-0.0095
			30	34	13.161	15.150	0.0001164	0.0103	0.0902	-0.0142
			40	65	17.548	20.200	0.0001552	0.0188	0.1649	-0.0190
			50	104	21.934	25.250	0.000194	0.0291	0.2556	-0.0238
			60	87	26.321	30.300	0.0002328	0.0429	0.3767	-0.0287
			70	74	30.708	35.349	0.0002716	0.0568	0.4980	-0.0332
			80	65	35.095	40.399	0.0003104	0.0750	0.6577	-0.0381
			80	Raven	56	44.142	41.208	0.0003039	0.0746	0.6543
34.5 kV	Modelo de Potencia constante	Piper	80	110	15.460	31.032	0.0003385	0.0649	0.5692	-0.0440
			10	478	4.387	5.050	0.0000388	0.0035	0.0102	-0.0435
			20	239	8.774	10.100	0.0000776	0.0142	0.0413	-0.0872
			30	159	13.161	15.150	0.0001164	0.0318	0.0922	-0.1305
			40	119	17.548	20.200	0.0001552	0.0563	0.1632	-0.1738
			50	95	21.934	25.250	0.000194	0.0877	0.2541	-0.2171
			60	79	26.321	30.300	0.0002328	0.1259	0.3651	-0.2604
			70	91	30.708	35.349	0.0002716	0.1753	0.5081	-0.3060
			80	85	35.095	40.399	0.0003104	0.2257	0.6542	-0.3483
			80	134	15.460	31.032	0.0003385	0.1927	0.5585	-0.3990
57.5 kV ²	Modelo de Potencia constante	Piper	10	500	1.933	3.879	0.0000423	0.0046	0.0080	-0.1363
			20	500	3.865	7.758	0.0000846	0.0187	0.0326	-0.2697
			30	373	5.797	11.637	0.0001269	0.0454	0.0790	-0.4168
			40	186	7.730	15.516	0.0001693	0.0800	0.1391	-0.5532
			50	149	9.662	19.395	0.0002116	0.1260	0.2191	-0.6940
			60	124	11.595	23.274	0.0002539	0.1805	0.3140	-0.8310
			70	106	13.527	27.153	0.0002962	0.2441	0.4245	-0.9666
			80	98	15.460	31.032	0.0003385	0.3231	0.5619	-1.1115

En la tabla se observa que los sistemas que tiene un voltaje de 11.4 kV no presentan diferencia significativa en resultados del voltaje, pero para los sistemas de 34.5 kV con una longitud de 60 km y los sistemas de 57.5 kV con 60 km, son los instantes donde se debería comenzar a utilizar el modelo de línea media.

El límite determinado sin tomar en cuenta el nivel de tensión para el modelamiento de línea media debe aplicarse para sistemas con una longitud mayor a 60 km, dado por el supuesto de que se desea una exactitud en los datos inferior al 0.3 %.

¹ Dato calculado para el modelo de línea media

² Los Niveles de tensión de 11.4, 34.5, 57.5 kV se analizan por ser los manejados en la empresa distribuidora de energía eléctrica de nuestra zona.

6.4 ESTUDIO DEL MODELO DEL TRANSFORMADOR DE DISTRIBUCIÓN PARA UN SISTEMA BALANCEADO

El estudio del transformador de distribución para un sistema balanceado comienza construyendo inicialmente el algoritmo de su modelo y, posteriormente, observar el comportamiento del voltaje, la regulación y la eficiencia del transformador, para escenarios donde la carga que alimenta el transformador se encuentra entre un 0.25 y 1.25 de su potencia nominal. El análisis supone un transformador de distribución que tiene en bornes de alta tensión un voltaje¹ y en baja una carga conocida, buscando determinar el voltaje en bornes de baja tensión.

El modelo toma la ecuación deducida del transformador en el numeral 3.4, modificándola para fijar el valor del voltaje en el secundario, obteniéndose la siguiente ecuación.

$$\vec{V}_s = \frac{\vec{V}_p}{t} - R_{eqs} \vec{I}_s - jX_{eqs} \vec{I}_s$$

donde, V_p es el voltaje en el lado primario del transformador y es conocido, R_{eqs} y X_{eqs} son la resistencia y reactancia equivalentes de los bobinados referidos a baja tensión, datos dados por el fabricante, e \hat{I}_s es la corriente de la carga igual a

$$I_s = \left(\frac{P_r + jQ_r}{V_s} \right)$$

La potencia activa y reactiva se determina aplicando el modelo de carga. Con la corriente se deduce el voltaje, ecuaciones que se iteran hasta que el voltaje en baja tensión (V_s) este por debajo de una tolerancia determinada, $|V_{s_{i+1}} - V_{s_i}| \leq 0.00001$. Encontrado el valor del voltaje se actualiza la potencia activa y reactiva de la carga, con las ecuaciones del modelo de

¹ Determinado al utilizar los modelos de distribución.

carga. Los cálculos de voltaje y potencia se realizan hasta que se cumpla con la condición de $|P_{r_{j+1}} - P_{r_j}| \leq 0.00001$ y $|Q_{r_{j+1}} - Q_{r_j}| \leq 0.00001$.

Este modelo es acoplado al sistema de distribución realizando los siguientes pasos:

- Se calcula el voltaje de recibo de la línea con valores del calibre del conductor, la separación entre conductores, la longitud de la línea, el voltaje de envío y con la carga inicial.
- Con el voltaje encontrado se determina el voltaje en el secundario del transformador, explicado en el anterior párrafo.
- Determinado el voltaje en el secundario se actualiza el valor de la carga dependiendo del modelo de carga, la potencia inicial, el factor de potencia y los valores de las constantes.
- A la potencia activa y reactiva de la carga se le suman la potencia disipada en el transformador, determinando una potencia equivalente, utilizada para calcular el nuevo voltaje de recibo en los bornes de alta tensión del transformador.
- Los cuatro pasos anteriores se iteran hasta que el valor de la potencia activa y reactiva de la carga estén por debajo de la tolerancia deseada.

Conociendo el valor del voltaje para el sistema planteado se deduce la regulación y la eficiencia del transformador. Esta última cantidad cualitativa del estado del transformador se establece al dividir la potencia activa de salida sobre la potencia activa de entrada del transformador, que es igual a la suma de las pérdidas debidas a la resistencia del devanado, más las pérdidas ocasionadas por la histéresis y las corrientes parásitas del núcleo, más la potencia activa de salida del transformador.

$$h = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} = \frac{P_{sal}}{P_{cu} + P_H + P_{sal}}$$

Las pérdidas por histéresis y corrientes parásitas son debidas al material y la construcción del núcleo del transformador, por lo tanto, estas pérdidas son constantes. Entonces las

cantidades que varían son las pérdidas activas del transformador y su potencia de salida a la carga.

Las características de los transformadores son dadas de acuerdo a su fabricante, quien es el que define su diseño y su construcción. Para el modelamiento dinámico y el análisis de los transformadores que se realizan en el documento, se trabaja con los datos proporcionados por el fabricante Cutler – Hammer, citadas en el numeral 3.4, además, los ejercicios de comparación pueden ser dirigidos a equipos de otros fabricantes y dado el caso entre diferentes fabricantes.

El comportamiento del voltaje al variar la carga desde 25% hasta 125 % de la potencia aparente del transformador, utilizando cualquiera de los modelos de carga, presenta una forma lineal, pero la curva característica de la eficiencia versus la potencia activa es semejante a una función cuadrática, presentándose en un valor de potencia un máximo de eficiencia.

Las relaciones de estas variables se observan en la figura 53(a) y (b), al tomar tres transformadores construidos para una potencia nominal de 112.5 kVA y relación de transformación de 12 kV / 208 / 120 V, difiriendo de su temperatura de diseño en los valores de 150, 115 y 80 °C, que están conectados a una carga de potencia constante.

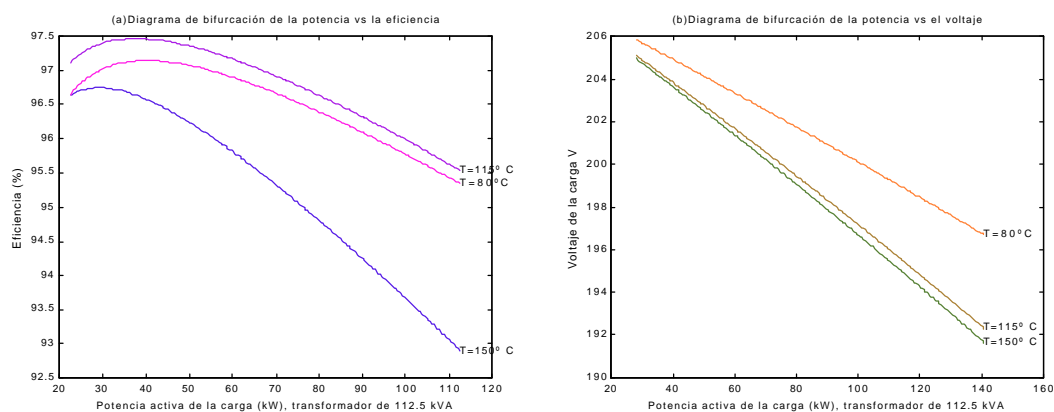


Figura 53. Diagramas de Bifurcación de la Eficiencia, el Voltaje versus la Potencia de un Transformador de 112.5 kVA¹.

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

La curva de la eficiencia versus la potencia activa para los tres transformadores tiene un comportamiento similar, en donde, al partir de una potencia inicial e ir aumentándola, la eficiencia aumenta hasta un máximo, que es distinto para los tres tipos de transformadores.

Tabla 14. Eficiencia Máxima y Propiedades para los Distintos Transformadores de 112.5 kVA.

Temperatura de diseño	Eficiencia máxima	Datos a eficiencia máxima			
		Potencia activa	Potencia aparente	Voltaje	Regulación de voltaje
150 °C	96.75	30.5	38.13	203.84	2.04
115 °C	97.47	38.5	48.13	202.96	2.48
80 °C	97.15	41.7	52.13	203.97	1.98

Luego la eficiencia empieza a decrecer a medida que la potencia aumenta, pero la tasa de cambio de la eficiencia es menor para los transformadores de 115 °C y 80 °C con respecto al de 150 °C. Como estas curvas no son iguales debido al diseño del equipo, se deduce que el transformador de 150 °C tiene mayores pérdidas y el de 115 °C posee la mejor eficiencia de los tres.

Por ejemplo, al conectar a cada transformador una carga de 110 kVA con un factor de potencia de 0.8, el transformador de 150 °C pierde 2 y 1.7 kW más que los de 80 y 115 °C, respectivamente, de igual forma si se resta las pérdidas incurridas por el transformador de 115 °C menos las ocasionadas por el de 80 °C, se determina que las pérdidas del primero son 220 W menos que el segundo.

En la figura 53 (b) se observa que el transformador diseñado para trabajar a una temperatura de 150 °C presenta mayor caída de tensión debido a que su resistencia equivalente es mayor que los demás, por lo tanto, el valor del voltaje tiene una diferencia promedio de 0.41 V con respecto a la del transformador de 115 °C y de 2.5 V con respecto al de 80 °C. Por otro lado, el voltaje en el secundario del transformador de 80 °C es mayor, con un promedio de 2.5 V comparado con el de 115 °C.

Entonces, los transformadores de potencia nominal de 112.5 kVA contruidos para trabajar a una temperatura de 115 y $80 \text{ }^\circ\text{C}$ ofrecen menos pérdidas y mayor voltaje en el secundario que él de $150 \text{ }^\circ\text{C}$.

La decisión de instalar cualquiera de los tres transformadores está sujeta a las necesidades de consumo de energía eléctrica que tenga el usuario, y a la ubicación de instalación que pueda tener el transformador.

Al tomar otro escenario de tres transformadores de una potencia nominal de 45 kVA con la misma relación de transformación y las mismas temperaturas, se realiza el modelamiento de los diferentes estados del transformador al tener una carga de *potencia constante* que varía entre el 25% y el 125% , para así construir los diagramas de bifurcación de las variables de eficiencia, voltaje versus potencia de estos transformadores.

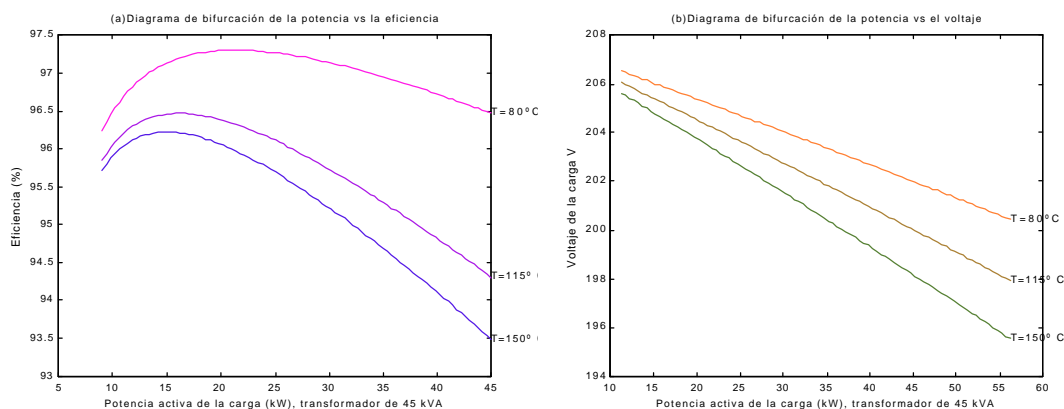


Figura 54. Diagramas de Bifurcación de la eficiencia, el Voltaje versus la Potencia de un Transformador de 45 kVA .

En la figura 54(a) y (b) se observa que el transformador que tiene menos pérdidas y mejor regulación de voltaje es él de $80 \text{ }^\circ\text{C}$, obteniendo un máximo de eficiencia a una carga mayor, como se puede ver en la siguiente tabla.

Tabla 15. Eficiencia Máxima y Propiedades para los Distintos Transformadores de 45 kVA.

Temperatura de diseño	Eficiencia máxima	Datos a eficiencia máxima			
		Potencia activa	Potencia aparente	Voltaje	Regulación de voltaje
150 °C	96.22	15.4	19.25	203.91	2
115 °C	96.47	16.2	20.25	204.49	1.72
80 °C	97.3	22.6	28.25	204.28	1.82

Además, el transformador de 150 °C a pesar de tener condiciones superiores de trabajo que los demás, no brinda las mejores condiciones eléctricas.

Entonces, este modelamiento dinámico de los transformadores se hace tomando los datos de placa de acuerdo al fabricante, construidos a la misma potencia nominal, analizando las diferencias entre la regulación de voltaje, la eficiencia y las pérdidas de cada transformador, procedimiento que se debe hacer para cada conjunto de transformadores, pues como se vio en los dos escenarios para los transformadores de 112.5 kVA y 45 kVA, las tres temperaturas que ofrecen mejores condiciones eléctricas son disímiles uno del otro, pero en estos casos los transformadores con mayores pérdidas y regulación de tensión están a la misma temperatura de trabajo.

Por tanto, se debe elegir inicialmente la temperatura de trabajo de los transformadores, seguidamente se selecciona el transformador a instalar ya sea por tener menos pérdidas y/o menor regulación de voltaje, obviamente cumpliendo con las restricciones económicas que tenga el proyecto.

La eficiencia de los transformadores construidos a una misma temperatura, en la mayoría de los casos, aumenta para los de mayor potencia, ésta comprobación se observa al realizar los diagramas de bifurcación para los transformadores que son construidos a la misma temperatura que se encuentran entre las potencias de 15 hasta 500 kVA, construyendo la grafica con valores en por unidad sobre la base de sus potencias nominales.

En las figuras 55(a) y (b) son graficadas la eficiencia, el voltaje versus la potencia activa de los transformadores a una temperatura de 150 °C, con una carga que varia del 25% hasta

125% de la potencia aparente con el modelo de *potencia constante* y a un factor de potencia de 0.8.

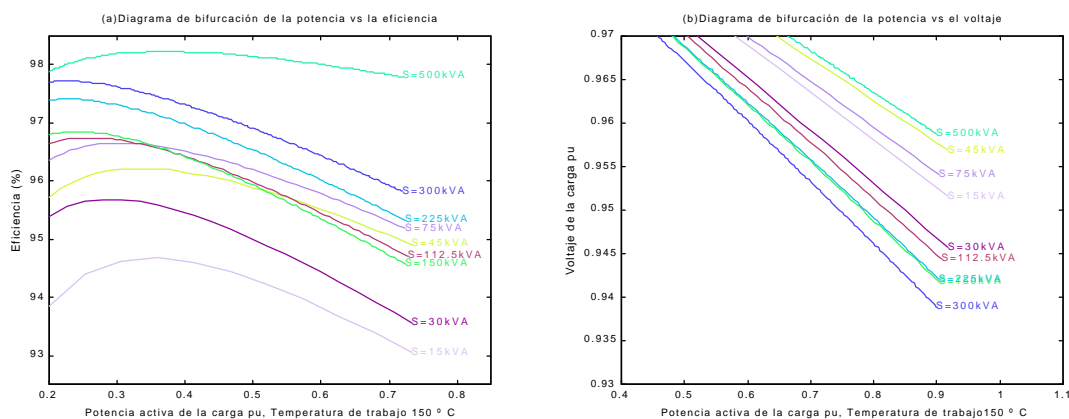


Figura 55. Diagramas de Bifurcación de la Eficiencia, el Voltaje versus la Potencia en por Unidad de los Transformadores construidos a 150 °C¹.

El transformador de 500 kVA posee la mejor eficiencia y la menor caída de tensión, ratificando que para este fabricante el transformador de mayor capacidad presenta mejores condiciones de operación que los otros transformadores, en cambio el transformador de 15 kVA tiene la menor eficiencia y su caída de tensión está por encima de los otros.

Hay que resaltar el comportamiento de la eficiencia ante la situación de los transformadores de 75 y 112.5 kVA, ya que el primero tiene menos pérdidas y mayor voltaje que el segundo, sugiriendo la instalación de dos transformadores de 75 kVA en lugar de instalar un transformador de 112.5 kVA. Por ejemplo, al tener una carga de 90 kVA con un factor de potencia de 0.8, se halla que el voltaje para los transformadores de 75 kVA es 4 V superior que el utilizado por el transformador de 112.5 kVA, además, las pérdidas del transformador de 75 kVA son inferiores en 825 W que el otro, circunstancias que ratifican la instalación sugerida.

La relevancia de instalar dos transformadores de menor capacidad no ocurre en todos los casos, por ejemplo, al tomar los transformadores de 150 y 300 kVA fabricados a una temperatura de 150 °C y suponiendo que hay una carga de 241 kVA a un factor de potencia

de 0.8 en el lado de baja tensión, se puede derivar dos escenarios de análisis para suplir la energía a la carga. El primero con el transformador de 300 kVA y el segundo con dos transformadores de 150 kVA, que pueden estar conectados en paralelo o preferiblemente dividir la carga entre los dos. Encontrando que el primer caso posee 2381 W menos pérdidas que el segundo, manteniendo un voltaje prácticamente similar, con una diferencia menor de 1 V en los dos casos.

El modelamiento hecho se realizó para los transformadores a una temperatura de 150 °C, analizando los que tiene mayor importancia, pero los análisis se pueden enfocar a los otros transformadores de distintas temperaturas, para encontrar situaciones parecidas a las expuestas anteriormente.

La elección entre uno o dos transformadores se hace al analizar sus factibles configuraciones, determinando el estado más conveniente tanto eléctricamente como económicamente. Además, se debe conocer las características eléctricas ofrecidas por los demás fabricantes para tomar la decisión adecuada.

6.5 ESTUDIO DE LA DISTANCIA ENTRE CONDUCTORES DE UN SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN

El motivo del análisis dinámico de la distancia entre conductores se debe al grado de sensibilidad que tiene el voltaje de cada fase, cuando se modifica la configuración de los conductores. El estudio se realiza tomando el caso de la distribución en media tensión, realizada por medio de tres conductores conectados en delta.

Para efectos del modelamiento del caso, se asume que el voltaje de envío es conocido, balanceado y de secuencia positiva, además, la configuración de los conductores para éste

¹  Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

tipo de distribución se encuentra normalizada por la comercializadora que opera en ésta área, datos tenidos en cuenta para el modelamiento.

Los sistemas de distribución de media tensión se conectan en delta a los bornes secundarios del transformador de potencia, y de igual forma a los bornes del primario de los transformadores de distribución. La tensión de salida de la subestación es conocida debido al cambio de toma del transformador de potencia, entonces se supone que el valor del voltaje línea a línea es balanceado y tiene los valores de $V_{ab} = 11.4 \angle 30^\circ$, $V_{bc} = 11.4 \angle -90^\circ$ y $V_{ca} = 11.4 \angle 210^\circ$ kV. Los conductores a , b y c que transportan la energía eléctrica presentan una configuración y son conectados a la carga o transformador de distribución como se muestra en las siguientes figuras.

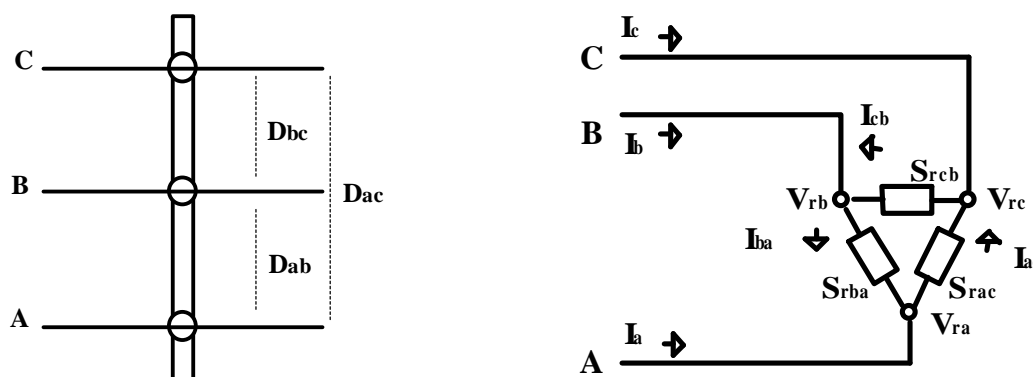


Figura 56. Distribución de los Conductores y Conexión a la Carga en Media Tensión.

Las distancias D_{ac} , D_{ab} y D_{bc} son establecidas de acuerdo al voltaje de línea a línea que en este caso es de 11.4 kV, y de acuerdo a la norma, las configuraciones a este nivel de tensión son las siguientes.

Tabla 16. Distancias entre los Conductores¹.

Configuración	D_{ac} (m)	D_{ab} (m)	D_{bc} (m)
Circuito primario	1.86	1.32	0.54
Construcción tipo bandera	1.10	0.56	0.54
Construcción vertical	2.00	1.00	1.00
Final de circuito	2.30	1.15	1.15

¹ Codensa S.A. ESP, "Criterios para Normas de Diseño de Sistemas de Distribución de Energía Eléctrica" y "Normas de Construcción de Redes Aereas de Distribución Urbana" año 1997.

Circuito semibandera	2.36	1.30	1.06
----------------------	------	------	------

Conociendo las distancias entre los conductores, el calibre del conductor, la compensación, la longitud de la línea, la potencia, el factor de potencia y el modelo de la carga, se modifica el algoritmo de inyecciones de corriente para que calcule los voltajes de recibo de las fases para un sistema de distribución radial.

Obtenido los valores de los parámetros se busca determinar el voltaje de recibo. Para encontrar el valor del voltaje se calcula las corrientes que fluyen por la línea de la siguiente manera.

$$I_a^{(n+1)} = I_{ac}^{(n)} - I_{ba}^{(n)} \quad I_b^{(n+1)} = I_{ba}^{(n)} - I_{cb}^{(n)} \quad I_c^{(n+1)} = I_{cb}^{(n)} - I_{ac}^{(n)}$$

donde,

$$I_{ac}^{(n)} = \left(\left(\frac{S_{rac}}{V_{ra} - V_{rc}} \right)^* \right)^{(n)} = \left(\frac{P_{rac} - jQ_{rac}}{V_{rac}^*} \right)^{(n)}$$

$$I_{ba}^{(n)} = \left(\left(\frac{S_{rba}}{V_{rb} - V_{ra}} \right)^* \right)^{(n)} = \left(\frac{P_{rba} - jQ_{rba}}{V_{rba}^*} \right)^{(n)}$$

$$I_{cb}^{(n)} = \left(\left(\frac{S_{rcb}}{V_{rc} - V_{rb}} \right)^* \right)^{(n)} = \left(\frac{P_{rcb} - jQ_{rcb}}{V_{rcb}^*} \right)^{(n)}$$

El superíndice n es la n ésima iteración de las ecuaciones, además, si la carga tiene conectado un banco capacitivo, la corriente que transporta cada línea es igual a la corriente calculada anteriormente, menos la corriente del banco. Con este valor se calcula el voltaje línea a línea de cada fase.

$$\begin{bmatrix} V_{rab} \\ V_{rbc} \\ V_{rca} \end{bmatrix}^{(n)} = \begin{bmatrix} V_{sab} \\ V_{sbc} \\ V_{sca} \end{bmatrix}^{(n)} - \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ab} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ac} & z_{bc} & z_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}^{(n+1)}$$

La impedancia de la línea para este sistema se halla como se explicó en el numeral 3.3. Las ecuaciones de las corrientes y del voltaje se iteran hasta que el voltaje converja, para así actualizar el valor de la potencia real de la carga, repitiendo estos pasos hasta que la potencia no tenga un cambio mayor a una tolerancia establecida.

El análisis dinámico comienza al tomar un sistema de distribución que tiene una carga de $S_{rab} = 2$ $S_{rbc} = 2$ y $S_{rca} = 2$ MVA, cada una con un factor de potencia de 0.9, modeladas por *potencia constante*, un calibre de conductor *quail* y una longitud de 5 km. Con estos datos se toma la distancia D_{ac} de una configuración vertical (2 m), trabajada en los anteriores modelos, y variando las distancias D_{bc} y D_{ab} . Esto se hace partiendo de una distancia $D_{ab} = 0.2$ m, mínima distancia entre fases para este nivel de tensión, e ir aumentándola hasta $D_{ab} = 1.8$ m, donde, $D_{bc} = D_{ac} - D_{ab}$, y para las variaciones se calcula el voltaje de cada fase.

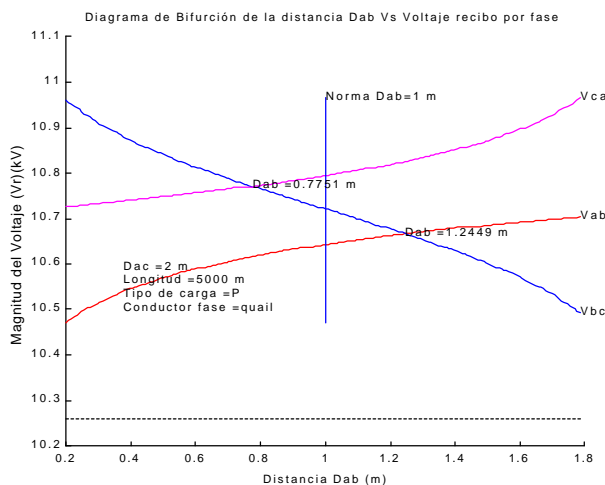


Figura 57. Diagrama de Bifurcación de la Distancia D_{ab} versus el Voltaje para un Sistema Conectado en Delta¹

Los diagramas de bifurcación de los voltajes muestran como al modificar las distancias entre las fases varían los voltajes, efecto ocasionado por la variación de las reactancias entre ellas. Por lo tanto, cuando el conductor B se encuentra a una distancia de 20 cm del conductor A , la matriz de las impedancias hallada conlleva a una mayor caída de tensión de V_{ab} . Al aumentar la distancia D_{ab} el voltaje del conductor B comienza a disminuir

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

cruzándose con las curvas de los voltajes V_{ab} y V_{ca} , fijando un mínimo y un máximo donde en conjunto de las diferencias de los voltajes $|V_{ab} - V_{bc}|$, $|V_{ab} - V_{ca}|$ y $|V_{ca} - V_{bc}|$ tienen los menores valores.

Al realizar varias simulaciones como en el ejercicio anterior, se encontró que la distancia donde se produce el corte entre las curvas de los voltajes, notados en la gráfica, son independientes de los parámetros (la potencia, el factor de potencia de la carga, el calibre del conductor, la longitud de la línea y del voltaje de envío), entonces, para cualquier sistema de distribución con el ancho de $D_{ac}=2\text{ m}$ la distancia D_{ab} debe encontrarse entre 0.77 y 1.25 m , consiguiendo así el menor desbalance de fases.

La diferencia entre los voltajes línea a línea sí varía de cuerdo a la carga, por ejemplo, al dejar constante la distancia entre conductores y los demás parámetros a excepción de la potencia de una carga balanceada, se concluye que a más carga es mayor la diferencia entre los voltajes de las fases, figura 58.

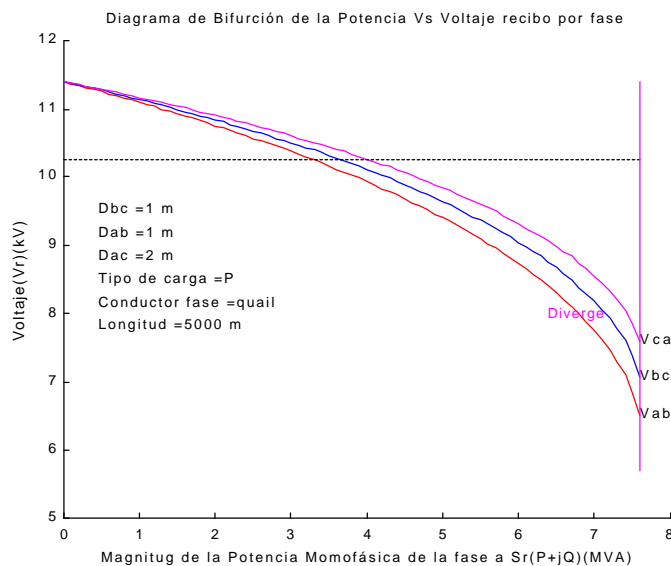


Figura 58. Diagrama de Bifurcación de la Potencia versus el Voltaje para un Sistema Conectado en Delta ¹

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

El diagrama de bifurcación corrobora la necesidad de mantener el voltaje sobre la norma, pues la diferencia entre el voltaje de cada fase se hace mayor cuando la corriente de la carga está en aumento.

En la tabla 17 se resume las distancias mínima y máxima donde se cruzan las curvas de los voltajes, procedimiento realizado para las distintas de las configuraciones extraídas de la norma.

Tabla 17. Distancias Mínimas y Máximas Sugeridas entre los Conductores .

<i>Configuración</i>	<i>D_{ac} (m)</i>	<i>1º punto de corte D_{ab} (m)</i>	<i>2º punto de corte D_{ab} (m)</i>
Circuito primario	1.86	0.72	1.16
Construcción tipo bandera	1.10	0.43	0.69
Construcción vertical	2.00	0.77	1.25
Final de circuito	2.30	0.89	1.43
Circuito semibandera	2.36	0.91	1.47

La configuración del circuito primario tiene una distancia D_{ab} que sobre pasa el segundo punto de corte, hecho que acarrea un aumento de la diferencia de los voltajes V_{bc} y V_{ca} . Las distancias de las demás configuraciones se encuentran entre los dos puntos de intercepción.

El último acontecimiento relevante del estudio de las distancias entre los conductores es el derivado de la alteración de la distancia D_{ac} , pues como se sabe la reactancia de la línea disminuye a medida que su separación aumenta. Fenómeno que se puede observar al tomar los datos de los parámetros del sistema propuesto y variando la distancia D_{ac} , manteniendo la condición de $D_{ab}=D_{bc}$. De este modelamiento se extrajo la siguiente figura.

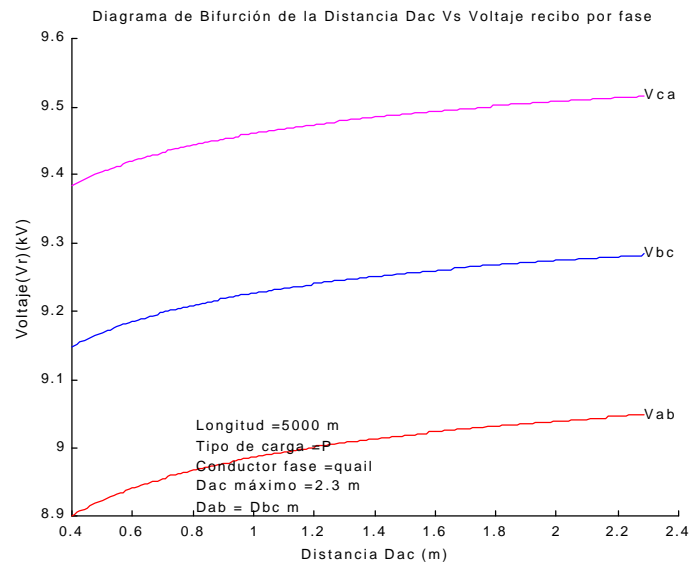


Figura 59. Diagrama de Bifurcación de la Distancia D_{ac} versus el Voltaje para una Carga de $S_{rac}=S_{rcb}=S_{rba}= 5 \text{ MVA}$ ¹

Esta variación muestra que el voltaje entre cada fase aumenta al modificarse el ancho D_{ac} entre los conductores, la característica que tiene este aumento es que entre mayor es la potencia de la carga, mayor es el aumento del voltaje de cada fase.

Entonces, la torre o soportes de los conductores para un sistema de media tensión se debería diseñar con las distancias D_{ac} que hay en el mercado, colocando el conductor del centro a una distancia $D_{ab} = D_{ac}/2 \text{ m}$.

¹ Algoritmo en Matlab, sección de anexos.

CONCLUSIONES

Las conclusiones generales determinadas al realizar los modelamientos dinámicos en los sistemas de distribución son los siguientes:

1. El planteamiento de una nueva metodología de análisis que permita analizar los sistemas dinámicamente para determinar las relaciones entre las variables.
2. Sugerir a las normas de construcción las distancias entre fases para buscar un menor desbalance entre las fases.
3. Brindar a las comercializadoras una manera de cobrar la disminución del factor de potencia.
4. Suministra gráficas que relacionan los parámetros del sistema y con las cuales se pueden realizar una inspección rápida de la situación del sistema.
5. Eliminar algunos postulados la operación y el diseño los sistemas de distribución.
6. Proporcionar los algoritmos para realizar un programa de distribución basado en Matlab.

Las conclusiones específicas del documento son dadas a continuación:

- ☺ Se cumplió el objetivo de “Realizar un estudio del comportamiento general de los sistemas de distribución, utilizando técnicas de análisis dinámicos al variar los parámetros de diseño más relevantes (Potencia activa, potencia reactiva, resistencia del conductor, reactancia del conductor, factor de potencia y distancias), orientadas a determinar el rango de operación del modelo matemático.” Determinando las ecuaciones de las variables de estado y observando sus órbitas por medio de mapeos y de diagramas de bifurcación.
- ☺ Se encontró que para los tres tipos de modelos, Céspedes, Shirmohanamadi y bipuertos inverso híbrido, el límite matemático de operación coincide y es dado por

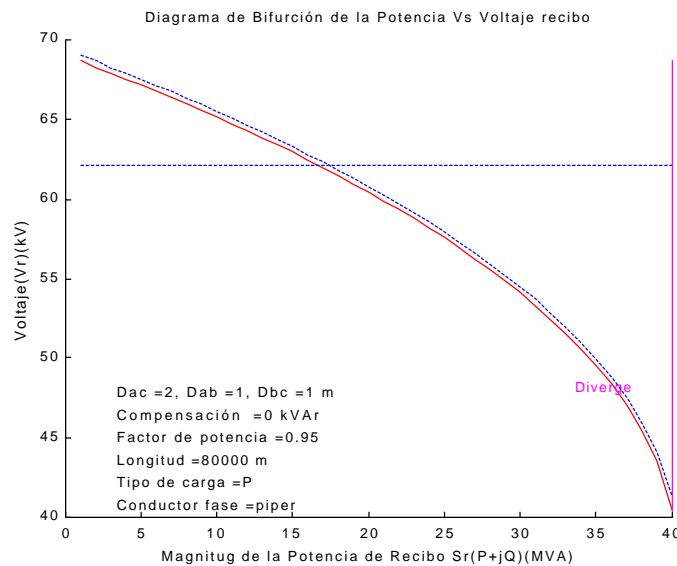
$$0 = V_s^4 - 4((P_o R_l + Q_o X_l)V_s^2 + (P_o X_l - Q_o R_l)^2)$$

Punto que eléctricamente es llamado colapso de voltaje.

- ☺ La solución del sistema de distribución por medio de una ecuación polinómica que solo utiliza el valor de la magnitud del voltaje, para representar el sistema es totalmente válida, ya que el error encontrado con respecto al modelo de Shirmohanamadi, que utiliza magnitud y ángulo del voltaje, se debe al conjunto de números de punto flotante manejado por el computador.
- ☺ Los modelamientos de un sistema de distribución por medio de un modelo de línea corta, algoritmos de Céspedes y Shirmohanamadi, realizados en este documento, presentan un error inferior de *0,0012 %*, al ser comparados los datos con los del modelo de línea media, que toma un circuito π y resuelve la red por un modelo de bipuertos híbrido inverso.

El error presentado entre los dos modelos que representan el sistema de distribución, es insignificante, debido a que no afectan a las décimas del voltaje, la diferencia se presenta entre las milésimas del voltaje, valor que no tiene ningún sentido cuantificar a este nivel de tensión.

- ☺ El modelo de línea corta se debería emplear para sistemas menores de *57.5 kV* y no mayores a una longitud de *60 km*, obteniendo un error del *0.3 %* en el voltaje que es una diferencia entre sus unidades de *150 V* al ser comparados con los datos del modelo de línea media. Este error conduce a prescindir de la teoría que el modelo de línea corta se utiliza para sistemas con características menores de *69 kV* y *80 km*, expuesta por algunos libros, pues se podría obtener un error del *0.6 %* que es aproximadamente *350 V*, error apreciable tal como se muestra en la siguiente figura.



- ☺ Se determinó que las ecuaciones de las variables de estado no tienen un comportamiento caótico, al utilizar los métodos numéricos de punto fijo y Newton Raphson.
- ☺ El diagrama de bifurcación del voltaje versus el parámetro analizado presenta una órbita de punto fijo, con una bifurcación tangente en el momento que el voltaje del sistema diverge.
- ☺ Se ratificó por medio de tres métodos que la solución del sistema de distribución es única, tal como se presenta en el documento “On the Existence and Uniqueness of Load Flow Solution for Radial Distribution Power Networks”, transcrito en el párrafo 3.6.
- ☺ El modelo de potencia constante, cargas de respuesta rápida, presenta un decrecimiento mayor en el voltaje al aumentar la carga inicial y comparar los valores de los modelos de corriente e impedancia constante, acontecimiento observado en el diagrama de bifurcación de la potencia aparente inicial versus el voltaje, figura 32.
- ☺ El modelo de carga es trascendental en la representación correcta del voltaje, la definición de los valores de las constantes será uno de los principales estudios para la proyección de la carga y los flujos de carga que se realicen.
- ☺ La elección del adecuado modelo de carga da mayor exactitud en los datos calculados, ventaja empleada para analizar y operar en tiempo real el sistema de distribución,

ayudando a manipular la red, ya sea en cuanto a su reconfiguración o la reducción de sus pérdidas.

- ☺ La variación del factor de potencia de mayor a menor, manteniendo constante la potencia de la carga, induce a que el voltaje de recibo decrezca y a medida que el factor de potencia sigue disminuyendo, el voltaje desciende a valores que tienen un comportamiento igual al de una función hiperbólica de la forma

$$V_r = \frac{a + bFP_r}{1 + cFP_r + dFP_r^2}$$

La función de la potencia aparente versus el factor de potencia, cuando se deja constante el voltaje de la carga es similar al anterior, cambiando la variable del voltaje por la de potencia y los valores de las constantes.

- ☺ Las ecuaciones que relacionan el voltaje de recibo y la potencia aparente, con el factor de potencia pueden ser utilizadas para determinar la variación del voltaje o la potencia. El conocimiento de la variación de la potencia es útil para sancionar al consumidor que disminuya el factor de potencia a uno menor que el pactado, la sanción consiste en cobrar al consumidor la cantidad de energía eléctrica que se dejó de transmitir o el aumento de las pérdidas del sistema medido en el valor del voltaje mínimo permitido por la norma.
- ☺ Los diagramas de bifurcación o tablas extraídos de los estudios del calibre y la longitud del conductor son útiles para realizar una inspección rápida del estado del sistema, en el momento de diseñarlo o simplemente para comercializar los conductores, ya que se muestra las ventajas y desventajas entre cada conductor. Las diferentes gráficas o tablas pueden ser usadas de la siguiente forma:
 - **La Potencia vs. El Conductor:** Conocer el voltaje y la potencia aparente que puede transportar un conductor para una determina longitud.
 - **La Longitud vs. El Conductor, Constante la Potencia:** Determinar qué conductor se debe instalar para suplir la energía a una carga de la cual se conoce la longitud, la potencia aparente y el factor de potencia, eligiendo el voltaje deseado.

- **La Longitud vs. El Conductor, Constante el Voltaje:** Determinar qué conductor necesita la carga para mantener el voltaje sobre un valor dado, consulta que se puede realizar para diferentes longitudes que puede tener la red.
- ☺ El cambio o la utilización de un conductor por otro, provoca un aumento o disminución constante de la potencia que se puede transmitir, convirtiéndose en un porcentaje independiente de los demás parámetros del sistema. La siguiente tabla resume el porcentaje de potencia aumentado dos conductores consecutivos de acuerdo a su calibre.

Conductor # 1 y 2	Porcentaje ((#1 - #2) / #1)
<i>Piper - Ostrich</i>	0.43%
<i>Piper - Owl</i>	7.10%
<i>Owl - Partridge</i>	9.17%
<i>Partridge - Penguin</i>	10.81%
<i>Penguin Pigeon</i>	14.63%
<i>Pigeon - Quail</i>	14.90%
<i>Quail - Raven</i>	15.57%

El porcentaje sirve de ayuda para realizar la elección adecuada del conductor, pudiendo cuantificar económicamente las ventajas o desventajas de cada escenario.

- ☺ Se comprobó que la aplicación de un capacitor en derivación a un alimentador de distribución produce una elevación uniforme en el voltaje, además, los diagramas de bifurcación de la potencia aparente versus la compensación reactiva, se utilizan para hallar la compensación necesaria de un circuito para aumentar el voltaje.
- ☺ La función de la compensación versus el factor de potencia es de la forma

$$Q_c = \frac{a + bFP_r}{1 + cFP_r + dFP_r^2}$$

Ecuación que se utiliza para determinar el aumento o la instalación de la compensación necesaria para mantener los mismos valores de voltaje y potencia de la carga, en el momento que disminuye el factor de potencia.

- ☺ El diagrama de bifurcación del factor de potencia versus la compensación reactiva, brinda la posibilidad de acceder a cuantos kVAr necesita el sistema, en la presencia de la variación del factor de potencia, logrando mantener el mismo voltaje. Entonces,

esta gráfica es útil para conocer la compensación en dos circunstancias del sistema, para aumentar el voltaje o contrarrestar la variación del factor de potencia, manteniendo constante los demás parámetros del sistema.

- ☺ La utilización de las tablas que resumen la compensación necesaria para aumentar el factor de potencia, tablas presentadas en algunos textos, presenta un inconveniente, ya que se puede subdimensionar o sobredimensionar el banco de capacitores hasta en un 20 % debido a que el valor de la compensación para aumentar el factor de potencia depende fundamentalmente del voltaje que tiene la carga y por lo tanto los parámetros del sistema.
- ☺ La elección del transformador se debe realizar estudiando los diferentes equipos encontrados en el mercado, pues, al seleccionar cualquier transformador se obtienen estados en el sistema que pueden o no ser los más favorables para la calidad de energía, por eso, se procede a seguir los siguientes pasos:
 - Determinar la temperatura de trabajo del transformador.
 - Elegir los equipos probables a instalar.
 - Realizar el estudio dinámico de los transformadores probables.
 - Confrontar los resultados de los diferentes equipos hallados en el análisis dinámico.
 - Seleccionar el transformador más conveniente tanto eléctrica como económicamente.
- ☺ Las distancias entre los conductores para las configuraciones normalizadas deben estar sujetas a los siguientes límites, si no se podría estar provocando que el desbalance del voltaje entre las fases sea mucho mayor.

Configuración	D_{ac} (m)	1° punto de corte D_{ab} (m)	2° punto de corte D_{ab} (m)
Circuito primario	1.86	0.72	1.16
Construcción tipo bandera	1.10	0.43	0.69
Construcción vertical	2.00	0.77	1.25
Final de circuito	2.30	0.89	1.43
Circuito semibandera	2.36	0.91	1.47

La configuración del circuito primario tiene una distancia D_{ab} que sobrepasa el segundo punto de corte, hecho que acarrea un aumento de la diferencia de los voltajes

V_{bc} y V_{ca} . Las distancias de las demás configuraciones se encuentran entre los dos puntos de intercepción, en donde el desbalance de los voltajes son los que poseen menores proporciones.

- ☺ El aumento del voltaje al aumentar la distancia D_{ac} para los sistemas de distribución, no produce ningún efecto significativo para los sistemas que están cumpliendo con el nivel de tensión, el efecto solo se aprecia para sistemas que tienen un voltaje del 20 % menor que el nominal, produciendo un aumento no superior al 2 %.
- ☺ Los estudios de análisis dinámico son empleados para descubrir características de los diferentes sistemas, ya que dejan entrever cualidades para el mejoramiento del estado u operación del sistema.
- ☺ La ecuación de Céspedes es un camino eficiente para solucionar el flujo de carga, o dar solución a cualquiera de los parámetros, motivo que facilitó el modelamiento dinámico de los sistemas de distribución.
- ☺ El programa Matlab es una herramienta versátil para la elaboración de cualquier tipo de análisis numérico que se desee realizar. Los algoritmos realizados son fáciles de elaborar y entender.

RECOMENDACIONES

- ☺ Los modelos de distribución están basados en circuitos ideales que tienen alguna clase de error cuantificable y dependiente de los valores de los parámetros en cada estado; por eso, al analizar dinámicamente el sistema y decir que converge hasta cuando se cumplan ciertas condiciones, no es del todo cierto, debido a que los modelos que representan el sistema son no lineales y presentan un error que influye en su veracidad. Con este trabajo se da el primer paso para un trabajo posterior que se encargue de comparar los modelos matemáticos con los sistemas reales, recomendación sugerida por los beneficios que se pueden obtener al arrojar un límite de operación más confiable que los deducidos.
- ☺ Uno de los valores que influye drásticamente en la correcta representación de un sistema de distribución es la carga; por eso es conveniente realizar estudios que determinen las constantes del modelo, debido a que modelar únicamente la carga con potencia constante, en vez del modelo de carga con todas sus características, provoca que se sobredimensione innecesariamente el sistema de distribución.
- ☺ Los resultados obtenidos al analizar la normatividad de la distancia entre conductores, son apreciablemente interesantes y, como se vio en los resultados, casi todas las distancias se encontraban dentro de los límites, pero la profundización del estudio para balancear las fases se obtendrá cuando las comercializadoras enfoquen recursos destinados a mejorar las normas de los sistemas de distribución que operan en la realidad.
- ☺ Los documentos reunidos en conjunto con los algoritmos creados son el paso inicial para construir un programa de distribución basado en Matlab, trabajo posterior que se sugiere sea una rama de investigación dentro de la Facultad de Ingeniería Eléctrica.

BIBLIOGRAFÍA

CARSON W. Taylor, “Power System Voltage Stability” EPRI, Palo Alto, California 1994, McGraw Hill.

CÉSPEDES R. G., “New Method for the Analysis of Distribution Networks”, IEEE Transactions on Power Delivery, January 1990, Vol5, No 1.

CHAPRA Canale. Métodos Numéricos para Ingenieros, McGraw Hill. MÉXICO 1988, 1ª edición.

CHENG C.S., D. SHIMOHAMMADI, “ A Three – Phase Power Flow Method For Real Time Distribution System Analysis”, IEEE Transactions on Power System, May 1995, Vol. 17, No 5.

CHIANG H.D., M. E. BARAN, “On the Existence and Uniqueness of Load Flow Solution for Radial Distribution Power Networks”, IEEE Transactions on Circuits and Systems, March 1990, Vol. 37, No 3.

CONSEJO SUPERIOR de Investigaciones Científicas. Técnica de los Sistemas Dinámicos Discretos. España 1993, 1ª edición.

GARNETT P. Williams. Chaos Theory Tamed, Taylor & Francis, London 1997.

GÓMEZ E., E. ROMERO R., “Reliable Load Flow Technique for Radial Distribution Networks” IEEE Transactions on Power System, August 1999, Vol. 14, No 3.

IEEE Committee Report, “Load Representation for Dynamic Performance Studies”, IEEE Transactions on Power Systems, May 1993, Vol. 8, No. 2.

LOU G. X., A. SEMLYEN, “efficient load flow for large weakly meshed networks”, IEEE Transactions on Power System, November 1990, Vol. 5, No 4.

MACNAIR Edward A. SAVER Charles H. Elements of Practical Performance Modeling. Boston 1997, 5^a edición.

NAKAMURA Shoichiro. Análisis Numérico y Visualización Gráfica con Matlab. Prentice may. Mexico 1997, 2^a edición.

RIZY D. T., J. S. Lawler, J. B. Palten and N. H. Fortson, “Distribution Automation Applications software for the Athens Utilities Board”, IEEE Transactions on Power Delivery, January 1989, Vol. 4, No. 1.

RODRÍGUEZ Gustavo. Introducción a la Teoría de Sistemas, Universidad de San Buenaventura. Colombia 1986, 2^a edición.

SAADAT Hadi. Power System Analysis, McGraw Hill. Singapore 1994, 3^a edición

SHIRMOHANAMADI D., H. W. HONG, G. X. Lou, A. Semlyen, “A Compensation Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks”, IEEE Transactions on Power System, May 1998, Vol. 3, No 2.

SHYH – JIER HUANG, “AN IMMUNE – Based Optimization Method to Capacitor in a Real Distribution System” IEEE Transaction on Power Delivery, vol. 15, No 2, April 2000.

STEVENS. Fractal Programming in C,. M&T Books. Newyeresi, 1996, 3^a edición.

TAMAYO Tamayo Mario. El Proceso de la Investigación Científica, Limusa. México 1997
3ª edición.

ZHANG F., C.S. CHENG, “ A Modified Newton Method for Radial Distribution Systems”,
IEEE Transactions on Power System, February 1997, Vol. 12, No 1.

ZIMMERMAN R., H.D. CHIANG, “Fast Decoupled Power Flow for Unbalanced Radial
Distribution Systems”, IEEE Transactions on Power System, November 1995, Vol. 10, No
4.

ANEXOS

Anexo A. Análisis Dinámico Usando Matlab

La aplicación de modelos dinámicos a sistema de distribución usando Matlab, se realizó construyendo los algoritmos básicos de los modelos de distribución, Céspedes, Shirmohanamadi y bipuerto híbrido inverso, enfocado para solucionar una red de distribución radial con una carga. La solución del algoritmo principal, que es donde se resumen todas las ecuaciones del sistema, se realizó por procesos iterativos, punto fijo y Newton Raphson, para la ecuación de Céspedes y para los otros dos modelos se iteraron sus ecuaciones hasta encontrar la respuesta.

Elaborados los anteriores modelos, solución del flujo de carga, se dividieron en funciones¹ para facilitar la utilización y la implementación de los análisis dinámicos.

Separados los modelos en varias funciones, se realizó el modelamiento dinámico de los tres modelos, variando la potencia linealmente desde un valor inicial hasta que el voltaje del sistema diverja, procedimiento desarrollado con un comando **While <condición>**, así la potencia se aumenta linealmente y cuando no se cumple la condición, el sistema se sale del ciclo y realiza la impresión de la gráfica y de los datos.

La construcción de funciones es importante para el entendimiento y manejo de cualquier tipo de algoritmo, especialmente en el desarrollo, es por eso que se facilita una ayuda en Matlab de las funciones empleadas para el análisis dinámico de los sistemas de distribución. A continuación se muestran todas las funciones y la finalidad que tienen.

¹ La función es un procedimiento en Matlab que a la entrada de unas variables, él arroja unos resultados

Funciones que calculan el flujo de carga por diferentes métodos y determinadas circunstancias

- fc_ABCD1 - Calcula el flujo de carga utilizando el modelo de bipuerto híbrido inverso
- fc_C_Nw_R - Calcula el flujo de carga utilizando el modelo de Céspedes con las tres ecuaciones deducidas de la carga, potencia, corriente e impedancia constante
- fc_C_Nw_R_Sreal - Calcula el flujo de carga utilizando el modelo de Céspedes con el modelo de carga y el modelo de la línea independiente
- fc_SC_Nw - Calcula el flujo de carga utilizando el modelo de inyecciones de corriente
- transf_Vs - Calcula el flujo de carga para el transformador

Funciones que calculan el voltaje para la variación dinámica de la potencia

- fc_din_C_Nw - Calcula el flujo de carga para un sistema dinámico discreto variando la potencia por el método de Céspedes
- fc_din_SC_Nw - Calcula el flujo de carga para un sistema dinámico discreto variando la potencia por el método de inyecciones de corriente
- fc_din_ABCD1 - Calcula el flujo de carga para un sistema dinámico discreto variando la potencia por el método de híbrido inverso
- fc_din_ABCD_prueba - Función que calcula el flujo de carga para un sistema dinámico discreto variando la potencia por el método de híbrido inverso para luego comparar los datos con el modelo de Shirmohanamadi
- fc_din_SC_ABCD_prueba - Compara los datos del voltaje por método de Shirmohanamadi con el de bipuerto híbrido inverso
- fc_din_C_Nw_Sreal - Calcula el flujo de carga para un sistema dinámico discreto variando la potencia por el método de Céspedes independiente del modelo de carga
- fc_din_C_Nw_zip - Calcula el flujo de carga para un sistema dinámico discreto variando la potencia por el método de Céspedes y para los tres tipos de carga potencia, corriente e impedancia constante utilizando el método de Céspedes y graficando la potencia inicial con respecto al voltaje de recibo
- transf_din_3T - Calcula la eficiencia y el voltaje en el secundario para tres transformadores de diferente temperatura de diseño
- transf_din_TP_pu - Calcula la eficiencia y el voltaje en el secundario para todos los transformadores construidos a una misma temperatura de diseño
- transf_din_Vs - Calcula la eficiencia y el voltaje en el secundario para un sistema discreto al variar la potencia aparente de la carga

Análisis para los sistemas trifásicos

- fc_din_SC_3F_D_HV - Calcula el voltaje de las tres fases para un sistema conectado en delta dinámicamente variando la potencia por el método de inyecciones de corriente
- fc_din_SC_3F_D_HV_DiCo - Calcula el voltaje de las tres fases para un sistema conectado en delta dinámicamente variando la distancia D_{ab} por el método de inyecciones de corriente
- fc_din_SC_3F_D_HV_DiCol - Calcula el voltaje de las tres fases para un sistema conectado en delta dinámicamente variando la distancia D_{ac} por el método de inyecciones de corriente

Análisis dinámico antela variación de dos parámetros

- fc_din_C_Nw_cond_L_3D - Calcula el flujo de carga para un sistema dinámico discreto variando el calibre del conductor y la longitud de la línea por el método de Céspedes
- fc_din_C_Nw_cond_L_Sr_3D - Calcula la potencia aparente para un sistema dinámico discreto variando el calibre del conductor y la longitud de la línea por el método de Céspedes
- fc_din_C_Nw_cond_Sr_3D - Calcula el flujo de carga para un sistema dinámico discreto variando el calibre del conductor y la potencia de la carga por el método de Céspedes
- fc_din_C_Nw_FP_Sr_3D - Calcula el flujo de carga para un sistema dinámico discreto variando el factor de potencia y la potencia de la carga, utilizando el método de Céspedes
- fc_din_C_Nw_L_Sr_3D - Calcula el voltaje de recibo para un sistema dinámico discreto variando longitud de la línea y la potencia de la carga, utilizando el método de Céspedes
- fc_din_C_Nw_Qc_FP_3D - Calcula el voltaje de recibo para la variación de la compensación reactiva y el factor de potencia, empleando el método de Céspedes
- fc_din_C_Nw_Qc_FP2_3D - Encuentra una matriz de compensación reactiva para dos vectores de factor de potencia, así se puede encontrar la compensación cuando se desea disminuir el factor de potencia, empleando el método de Céspedes

- fc_din_C_Nw_Qc_L_3D - Calcula el voltaje de recibo para un sistema dinámico discreto variando la compensación reactiva y la longitud de la línea utilizando el método de Céspedes
- fc_din_C_Nw_Qc_Sr_3D - Calcula el Voltaje de recibo para un sistema dinámico discreto que varia la compensación y la potencia aparente, utilizando el método de Céspedes
- Análisis dinámico de la variación de un parámetro
- fc_din_C_Nw_FP_Sr_2D - Calcula la potencia aparente para un sistema dinámico discreto variando el factor de potencia para un voltaje deseado utilizando el método de Céspedes
- fc_din_C_Nw_FP_Vr_2D - Calcula el voltaje de recibo para un sistema dinámico discreto variando el factor de potencia para una potencia deseada utilizando el método de Céspedes
- fc_din_C_Nw_L_Sr_2D - Calcula la potencia de la carga para un sistema dinámico discreto variando longitud de la línea para un voltaje dado, utilizando el método de Céspedes
- fc_din_C_Nw_Qc_FP_2D - Calcula compensación reactiva para un sistema dinámico discreto al variar el factor de potencia, conociendo el voltaje y la potencia de la carga utilizando el método de Céspedes
- fc_din_C_Nw_Qc_Sr_2D - Calcula potencia aparente ante la variación de la compensación reactiva para un voltaje dado utilizando el método de Céspedes
- fc_din_C_Nw_FP1va - Calcula el voltaje de recibo para un sistema dinámico discreto variando la potencia para los factores de potencia 0.75, 0.8, 0.85 0.9, 0.95 y 1
- Determinación de las diferencias de dos estados del sistema
- dif_FP0_FP1_Qc - Calcula la diferencia del voltaje, de potencia y la compensación necesaria cuando en el sistema se modifica el factor de potencia
- dif_FP0_FP11 - Calcula la diferencia del voltaje y la potencia cuando en el sistema se modifica el factor de potencia
- dif_Vr0_Vr1_Qc - Calcula la diferencia del voltaje y la compensación reactiva para aumentar el voltaje de un sistema
- Selección y calculo de la impedancia de los equipos
- Conductor_ACSR_RR - Selecciona las características del conductor
- Transfor_Z - Selecciona las características eléctricas del transformador al introducir la potencia nominal y la temperatura de trabajo
- cal_RX - Calcula la resistencia y la reactancia inductiva
- cal_RX_3F_D - Calcula una matriz 3x3 de la impedancia para un circuito en Delta
- cal_RX_SC - Calcula la resistencia, la reactancia inductiva y capacitancia
- ABCD_SC - Crea la matriz ABCD del puerto híbrido inverso en base a la resistencia, la reactancia inductiva y capacitiva
- Funciones que convierten los parámetros al sistema en por unidad
- conv_pu_trafo - Convierte los datos del transformador, reactancia, inductiva y resistencia a datos en por unidad
- conv_pu_Vr - Convierte el voltaje a sistema en por unidad
- conv_pu_VrSrVsQc - Convierte el voltaje de recibo, de envío, la potencia aparente y la compensación reactiva al sistema en por unidad
- conv_pu_XR_linea - Convierte la impedancia de la línea al sistema en por unidad
- Funciones que convierten los parámetros a datos reales del sistema
- conv_sis_VrSrVsQc - Convierte el voltaje de recibo, de envío, la potencia aparente y la compensación reactiva a datos reales del sistema
- conv_sis_XR_linea - Convierte la impedancia de la línea a datos reales del sistema
- conv_sis_XR_trafo - Convierte los datos del transformador, reactancia, inductiva y resistencia a datos reales del sistema
- Funciones iterativas
- fc_SC - Función iterativa de la ecuaciones del método de Shirmohanamadi y el modelo de carga
- fc_SC_3F_D - Función iterativa de la ecuaciones del método de Shirmohanamadi y el modelo de Carga para un sistema trifásico
- fc_trafo - Calcula iterativamente el voltaje del secundario del transformador al conocer el voltaje en el primario y que tipo de carga es
- Newton_fc - Algoritmo que encuentra el voltaje de recibo mediante el método de Newton Raphson, para las ecuaciones deducidas del modelo Céspedes
- Newton_fc2 - Algoritmo que encuentra la compensación reactiva mediante el método de Newton Raphson, para las ecuaciones deducidas del modelo Céspedes
- Newton_fc3 - Algoritmo que encuentra la potencia aparente mediante el método de Newton Raphson, para las ecuaciones deducidas del modelo Céspedes

- Mol_carga - Calcula la potencia activa y reactiva real de la carga por medio del modelo de carga
- Pun_fijo - Función que calcula el voltaje utilizando el método numérico para la ecuación de Céspedes
- fc_C_Nww - Función que itera el modelo de carga y el modelo de línea independientemente para la ecuación de cuarto grado de Céspedes
- Algoritmos de los métodos numéricos
- Newton_fc1 - Algoritmo del método numérico de Newton Raphson sin gráficos
- Pun_fijo1 - Algoritmo del método numérico de punto fijo sin gráficos
- Algoritmos de los métodos numéricos con iteración gráfica
- Newt_gfc2 - Realiza la iteración grafica de la ecuación de céspedes por el método de céspedes
- Pun_fij - Construye la iteración gráfica para la ecuación de Céspedes
- diagram_map_sis_distrl - Construye el diagrama de bifurcación para la ecuación de Céspedes realizando la variación dinámico discreta para el parámetro elegido
- pro_ite_Ma - Construye la iteración gráfica de una función de segundo grado
- Algoritmo relacionados con los sistemas dinámicos
- diagram - Construye el diagrama de bifurcación para una ecuación de dos variables
- expo_lyapunov - Gráfica y calcula el exponente de Lyapunov
- sens_cond - Gráfica la órbita de una ecuación de segundo orden para dos valores de de entrada, sensibilidad a condiciones iniciales
- Ecuaciones
- fc_cor_cons - Función del voltaje para un modelo de carga de corriente constante, utilizada para la solución del voltaje por el método de Newton Raphson
- fc_cor_cons3 - Función de la potencia para un modelo de carga de corriente constante, utilizada para la solución de la potencia por el método de Newton Raphson
- fc_imp_cons - Función del voltaje para un modelo de carga de impedancia constante, utilizada para la solución del voltaje por el método de Newton Raphson
- fc_imp_cons3 - Función de la potencia para un modelo de carga de impedancia constante, utilizada para la solución de la potencia por el método de Newton Raphson
- fc_pot_cons - Función del voltaje para un modelo de carga de potencia constante, utilizada para la solución del voltaje por el método de Newton Raphson
- fc_pot_cons3 - Función de la potencia para un modelo de carga de potencia constante, utilizada para la solución de la potencia por el método de Newton Raphson
- ecu_Lg - Ecuación del mapa logístico
- ecu_Mt - ecuación del mapa de Mandelbrot
- Algoritmos complementarios para el modelamiento dinámico de lo sistemas de distribución
- arreg - Elimina la primera columna de una matriz
- Caract_tra - Imprime las características del transformador
- Matriz_X1X2X3 - Algoritmo para imprimir una tabla a base de una matriz y dos vectores
- Matriz_X1X2X31 - Algoritmo para imprimir una tabla a base de una matriz y dos vectores para la función fc_din_C_Nw_Qc_FP2_3D
- Param_linea - Función que determina los paramentos de la Línea como potencia de envío, pérdidas activas y reactivas de la línea, regulación de voltaje y eficiencia de la línea
- Param_trafo - Función que determina los paramentos del transformador como potencia de envío, pérdidas, regulación de voltaje y eficiencia del transformador
- potencias - Calcula la potencia activa y reactiva cuando se conoce la potencia aparente y el factor de potencia
- restriccio - Calcula el valor de las restricciones de los modelos de Céspedes para potencia, corriente e impedancia constante
- corte - arroja un valor que detiene el proceso iterativo de Newton
- Selfun - Selecciona la función para aplicar método numérico de Newton Raphson y punto fijo, para determinar el valor del voltaje
- Selfun3 - Selecciona la función para aplicar método numérico de Newton Raphson y punto fijo, para determinar el valor de la potencia
- SelfunSC - Selecciona las constantes del modelo de carga para los modelo de inyecciones de corriente, bipuerto híbrido inverso y Céspedes, pero cuando trabaja con el modelo de carga independiente

Los siguientes anexos muestran las funciones más relevantes durante el análisis dinámico, las funciones restantes (complementarias) se facilitan en el disquete anexo al documento.


```

[Vrpu,N,Ppureal,Qpureal,nn]=fc_SC(tipo_carga,Vspu,Vrpu,Prpu,Qrpu,Rpu,Xpu,Qcpu,f,fo,N);
[Vr,Vs,Srinc1,Sreal,Qc]=conv_sis_VrSrVsQc(Vspu,Vrpu,Prpu,Qrpu,Ppureal,Qpureal,Qcpu);
[R,X]=conv_sis_XR_linea(Rpu,Xpu); %Conversión a unidades del sistema
[Reg,Ploss,Qloss,efic,Se,Sreal]=Param_linea(Vs,Vr,real(Srinc1),imag(Srinc1),real(Sreal),imag(Sreal),R,X,Qc);
if abs(Vrpu) >= 0 & abs(Vrpu) <= 1.5 & N==0 %Actualización de la Matriz de salida
    XX=[XX;nn,abs(Vs),angle(Vs)*180/pi,abs(Vr),angle(Vr)*180/pi,abs(Se),real(Se),imag(Se),abs(Srinc1),...
        real(Srinc1),imag(Srinc1),cos(angle(Srinc1)),Qc,Ploss,Qloss,R,X,l,Reg,efic,abs(Sreal),real(Sreal),imag(Sreal)];
    end,if n==4000 | abs(Sr)>=Smax ,break,end %Gráficas de los resultados
end,XX=arreg(XX);,t1=clock; tf=tf-t1;plot(XX(:,9),XX(:,4),'r',XX(:,9),XX(:,2)*0.9,':b'),,s=size(XX);s=round(s(1,1)/2);
set(text(max(XX(:,9))*0.5/5+min(XX(:,9)),max(XX(:,4))*(1-min(XX(:,4))*1.2/10))+min(XX(:,4)),'Voltaje de Recibo'),'Color','r')
set(text(max(XX(:,9))*2/5+min(XX(:,9)),max(XX(:,4))*(1-min(XX(:,4))*0.9/10))+min(XX(:,4)),'Mínimo Voltaje Permitido'),'Color','b')
x=[max(XX(:,9)),max(XX(:,9))];y=[min(XX(:,4)),max(XX(:,4))];set(line(x,y),'Color','m')
if N==1,set(text(max(XX(:,9))*4.2/5,max(XX(:,4))*7/10,'Diverge'),'Color','m'),end
if N==0,set(text(max(XX(:,9))*4.5/5,max(XX(:,4))*7/10,'Smax'),'Color','m'),end,s=max(XX(:,4))-min(XX(:,4));
text(max(abs(XX(:,9)))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*0.1/10,['Conductor fase =',tipo_conduc])
text(max(abs(XX(:,9)))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*0.6/10,['Tipo de carga =',tipo_carga])
text(max(abs(XX(:,9)))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*1.1/10,['Longitud =',num2str(l),' m'])
text(max(abs(XX(:,9)))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*1.6/10,['Factor de potencia =',num2str(FP)])
text(max(abs(XX(:,9)))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*2.1/10,['Compensación =',num2str(Qc),' kVAR'])
text(max(abs(XX(:,9)))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*2.6/10,['Dac =',num2str(Dac),' Dab =',...
    num2str(Dab),' Dbc =',num2str(Dbc),' m']),t1=clock; tf=tf-t1; %Impresión de los resultados
title ('Diagrama de Bifurción de la Potencia Vs Voltaje recibo')
xlabel('Magnitud de la Potencia de Recibo Sr(P+jQ)(MVA)'),ylabel('Voltaje(Vr)(kV)')
fprintf('\nDatos calculados mediante el algoritmo de inyecciones de corriente \n')
fprintf('Valor de los parámetros y cálculos realizados\n'),fprintf('Características de envío del sistema \n')
fprintf('voltaje de envío Vs = %2.2f ',Vs),fprintf(' kV \n')
fprintf('ángulo del voltaje de envío Ang_Vs= %2.2f ',Vs),fprintf(' kV \n')
fprintf('modelo de carga M_ZIP= %s \n',tipo_carga)
fprintf('compensación reactiva Qc= %2.2f',Qc),fprintf(' kVAR \n')
fprintf('longitud L= %4.0f',l),fprintf(' m \n')
fprintf('conductor por fase cond= %s \n',tipo_conduc)
fprintf('distancia entre conductores Dac = %2.2f, Dab = %2.2f, Dbc = %2.2f m \n',Dac,Dab,Dbc)
fprintf('resistencia total de la línea R= %2.4f Ohms \n',R)
fprintf('reactancia inductiva de la línea Xl= %2.4f Ohms \n',Xl)
fprintf('\n Matriz de resultados de los datos calculados \n'),s=size(XX);s=s(1,1);
fprintf('#_iter \t Vr |ang_Vr(kV)\t Sr_inicial (MVA) \t Sr_real (MVA) \t Se_real (MVA)\t\t Ploss (W) \t Qloss (VAr) \t Eficiencia \t Reg_Vol \n')
for i=1:s,fprintf('%1.0f \t %2.2f |%1.2f \t %2.2f +j(%2.2f) \t %2.2f +j(%2.2f) \t %2.2f +j(%2.2f) \t %4.4f \t %4.4f \t %2.2f \t\t %2.2f\n'...
    ,XX(i,1),XX(i,4),XX(i,5),XX(i,10),XX(i,11),XX(i,22),XX(i,23),XX(i,7),XX(i,8),XX(i,14),XX(i,15),XX(i,20),XX(i,19)),end
fprintf('Tiempo de operación \n'), fprintf(' Minutos: %3.1f \n',tf(1,5)),fprintf(' Segundos: %2.2f \n \n',tf(1,6))
fprintf('\nDatos calculados mediante el algoritmo de inyecciones de corriente para un sistema balanceado\n \n')

```

Solución con el Modelo de Bipuertos Híbrido Inverso

```

function fc_din_ABCD1(tipo_carga,tipo_conduc,Tc,Smax,l,Dac,Dab,Dbc,Vso,Ang_Vs,Vro,Se,Sr,FP,Qc)
clf,clc,hold on,t0=clock;Ang_Vs=Ang_Vs*pi/180;Vso=Vso;Sbase=Vso;Sbase=Se;Vbase=Vro;Vs=(Vso*cos(Ang_Vs)+i*Vso*sin(Ang_Vs))/sqrt(3);
Vr=Vro/sqrt(3);fo=60;f=60;XX=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];N=0;
%fc_din_ABCD1(tipo_carga,tipo_conduc,Tc,Smax,l,Dac,Dab,Dbc,Vso,Ang_Vs,Vro,Se,Sr,FP,Qc)
% Este algoritmo calcula el flujo de carga de un sistema de distribución radial para un circuito pi balanceado
% mediante el algoritmo de bipuertos, a un sistema dinámico discreto de la potencia aparente
%
% donde,
% tipo_conduc es el tipo de conductor de la línea ('raven', 'quail', 'pigeon', 'penguin', 'partridge', 'owl',
% 'ostrich' y 'piper'), tipo_carga es el tipo de carga 'P', 'I', 'Z' y combinaciones entre los tipos de carga
% l es la longitud del alimentador (m), Se es la potencia aparente base del sistema (MVA)
% Dac,Dab y Dcb son las distancias entre las fases así a b c
%
% O----Dab----O----Dbc----O
% -----Dac-----
%
% Vs es el voltaje de Salida de la Subestación (kV) , Vro es el voltaje del recibo inicial (kV),

```



```

% Sr es la potencia aparente de la inicial carga (MVA), FP es el factor de potencia
% Qc es la compensación reactiva trifásica (kVAR) , Smax es la potencia límite
% Tc es el aumento de la carga para cada paso discreto (MVA), Ang_Vs es el ángulo del voltaje de envío
%
% ejemplo
% fc_din_ABCD1('P','quail',0.1,12,5000,2,1,1,11.4,0,11.4,8,0,0.95,0)
%
[Diame,GMR,H6025,H6050]=Conductor_ACSR_RR(tipo_conduc); %Selección de los parámetros del conductor
[R,Xl,Xc]=cal_RX_SC(Dac,Dab,Dbc,GMR,Diame,fo,l,H6025); %Cálculo de la Resistencia y reactancia
ABCD=ABCD_SC(R,Xl,Xc);
while Vr >= 0 & Vr <= Vs*1.5 & N==0
    Vr=Vro/sqrt(3);Sr=Sr+Tc;[Pr,Qr]=potencias(Sr,FP); %Cálculo de la potencia aparente
    Srincl=Pr+j*Qr;Pr2=100;Qr2=100;Pr1=Pr;Qr1=Qr;nm=0;n=0;
    while abs(Pr1-Pr2)>=0.00000001 | abs(Qr1-Qr2)>=0.00000001 & Vr >= 0 & Vr <= Vs*1.5 & N==0
        Vr1=2*Vr; nm=1; [Pr1,Qr1]=Mol_carga(tipo_carga,Vs,Vr,Pr,Qr,f,fo);
        while abs(Vr1-Vr)>=0.00000001
            Vr1=Vr;nm=nm+1; Ir=conj((Pr1+sqrt(-1)*Qr1)./(3*(Vr1)))-((Qc/3)./abs(Vs).^2).*Vr1/1000;
            IsVr=ABCD*[Vs; -Ir]; Is = IsVr(1); Vr = IsVr(2);
            if nm==10000,N=1;break,end %Cálculo del voltaje en el recibo
        end, [Pr2,Qr2]=Mol_carga(tipo_carga,Vs,Vr,Pr,Qr,f,fo); nm=nm+1;if nm==000;N=1;break,end
    end,Prrr=Pr1;Qrrr=Qr1;
    Se = 3*Vs*conj(Is); Ps = real(Se); Qs = imag(Se);Sreal= 3*Vr*conj(Ir); Pr = real(Sreal); Qr = imag(Sreal);
    Sl = Se - Sreal; Ploss = real(Sl); Qloss = imag(Sl);efic = real(Sreal)/Ps*100;Reg=(abs(Vs)-abs(Vr))./abs(Vr)*100;
    if abs(Vr) >= 0 & abs(Vr) <= Vs*1.5 & N==0 %Actualización de la Matriz de salida
        n=n+1;XX=[XX;nm,abs(Vs)*sqrt(3),angle(Vs)*180/pi,abs(Vr)*sqrt(3),angle(Vr)*180/pi,abs(Se),real(Se),imag(Se),abs(Srincl),...
            real(Srincl),imag(Srincl),FP,Qc,Ploss,Qloss,R,Xl,Xc,l,Reg,efic,abs(Sreal),real(Sreal),imag(Sreal)];
        end,if n==4000 | abs(Sr)>=Smax ,break,end %Gráficas de los resultados
    end,XX=arreg(XX);,t1=clock; tf=t1-t0;plot(XX(:,9),XX(:,4),'r',XX(:,9),XX(:,2)*0.9,':b'),s=size(XX);s=round(s(1,1)/2);
    set(text(max(XX(:,9))*0.5/5+min(XX(:,9)),max(XX(:,4))*(1-min(XX(:,4))*1.2/10))+min(XX(:,4)),'Voltaje de Recibo'),'Color','r')
    set(text(max(XX(:,9))*2/5+min(XX(:,9)),max(XX(:,4))*(1-min(XX(:,4))*0.9/10))+min(XX(:,4)),'Mínimo Voltaje Permitido '), 'Color','b')
    x=[max(XX(:,9)),max(XX(:,9))];y=[min(XX(:,4)),max(XX(:,4))];set(line(x,y),'Color','m')
    if N=1,set(text(max(XX(:,9))*4.2/5,max(XX(:,4))*7/10,'Diverge'),'Color','m'),end
    if N=0,set(text(max(XX(:,9))*4.5/5,max(XX(:,4))*7/10,'Smax'),'Color','m'),end,s=max(XX(:,4))-min(XX(:,4));
    text(max(abs(XX(:,9)))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*0.1/10,['Conductor fase =',tipo_conduc])
    text(max(abs(XX(:,9)))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*0.6/10,['Tipo de carga =',tipo_carga])
    text(max(abs(XX(:,9)))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*1.1/10,['Longitud =',num2str(l),' m'])
    text(max(abs(XX(:,9)))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*1.6/10,['Factor de potencia =',num2str(FP)])
    text(max(abs(XX(:,9)))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*2.1/10,['Compensación =',num2str(Qc),' kVAR'])
    text(max(abs(XX(:,9)))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*2.6/10,['Dac =',num2str(Dac),' , Dab =...',
        num2str(Dab),' , Dbc =',num2str(Dbc),' m']),t1=clock; tf=t1-t0;
    title ('Diagrama de Bifurcación de la Potencia Vs Voltaje recibo') %Impresión de los resultados
    xlabel('Magnitud de la Potencia de Recibo Sr(P+jQ)(MVA)'),ylabel('Voltaje(Vr)(kV)')
    fprintf('\nDatos calculados mediante el algoritmo de bipuertos tomando en cuenta la capacitancia del sistema\n')
    fprintf('Valor de los parámetros y cálculos realizados\n'),fprintf('Características de envío del sistema \n')
    fprintf('voltaje de envío Vs= %2.2f ',Vs),fprintf(' kV \n')
    fprintf('ángulo del voltaje de envío Ang_Vs= %2.2f ',Vs),fprintf(' kV \n')
    fprintf('modelo de carga M_ZIP= %s \n',tipo_carga)
    fprintf('compensación reactiva Qc= %2.2f',Qc),fprintf(' kVAR \n ')
    fprintf('longitud L= %4.0f',l),fprintf(' m \n')
    fprintf('conductor por fase cond= %s \n',tipo_conduc)
    fprintf('distancia entre conductores Dac = %2.2f, Dab = %2.2f, Dbc = %2.2f m \n',Dac,Dab,Dbc)
    fprintf('resistencia total de la línea R= %2.4f Ohms \n',R)
    fprintf('reactancia inductiva de la línea Xl= %2.4f Ohms \n',Xl)
    fprintf('reactancia capacitiva de la línea Xc= %g Ohms \n',Xc)
    fprintf('\n Matriz de resultados de los datos calculados \n'),s=size(XX);s=s(1,1);
    fprintf('#_iter \t Vr |ang_Vr(kV)\t Sr_inicial (MVA) \t Sr_real (MVA) \t Se_real (MVA)\t\t Ploss (W) \t Qloss (VAr) \t Eficiencia \t Reg_Vol \n')
    for i=1:s,fprintf('%1.0f \t %2.2f |%1.2f \t %2.2f +j(%2.2f) \t %2.2f +j(%2.2f) \t %2.2f +j(%2.2f) \t %4.4f \t %4.4f \t %2.2f \t\t %2.2f\n'...
        ,XX(i,1),XX(i,4),XX(i,5),XX(i,10),XX(i,11),XX(i,23),XX(i,24),XX(i,7),XX(i,8),XX(i,14),XX(i,15),XX(i,21),XX(i,20)),end
    fprintf('Tiempo de operación \n'), fprintf(' Minutos: %3.1f \n',tf(1,5)),fprintf(' Segundos: %2.2f \n \n',tf(1,6))
end,fprintf('\n Datos calculados mediante el algoritmo de bipuertos para un sistema balaceado\n \n')

```



```

fprintf('longitud de la línea                l= %4.0f \t %4.0f m \n',XX(1,15),XX(2,15))
fprintf('resistencia total de la línea      R= %2.2f \t %2.2f Ohms \n',XX(1,13),XX(2,13))
fprintf('reactancia total de la línea      XX= %2.2f \t %2.2f Ohms \n \n',XX(1,14),XX(2,14))
fprintf('Pérdidas del sistema \n')
fprintf('pérdidas activas                    P= %2.2f \t %2.2f MW \n',XX(1,11),XX(2,11))
fprintf('pérdidas reactivas                   Q= %2.2f \t %2.2f MVAR \n \n',XX(1,12),XX(2,12))
fprintf('compensación reactiva                 Qc= %2.2f \t %2.2f kVAR \n \n',XX(1,10),XX(2,10))
fprintf('características de recibo del sistema \n')
fprintf('voltaje de recibo                      V= %2.2f \t %2.2f kV \n',XX(1,2),XX(2,2))
fprintf('potencia aparente de la carga          S= %2.2f \t %2.2f MVA \n',XX(1,6),XX(2,6))
fprintf('factor de potencia de la carga        FP= %1.2f \t %1.2f \n',XX(1,9),XX(2,9))
fprintf('potencia activa de la carga            P= %2.2f \t %2.2f MW \n',XX(1,7),XX(2,7))
fprintf('potencia reactiva de la carga          Q= %2.2f \t %2.2f MVAR \n',XX(1,8),XX(2,8))
fprintf('regulación de voltaje                  Reg_V= %2.2f \t %2.2f \n',XX(1,16),XX(2,16))
fprintf('eficiencia del sistema                  n= %2.2f \t %2.2f \n \n',XX(1,17),XX(2,17))
fprintf('Factor de potencia # 1                  FP1= %1.3f \n',FP0)
fprintf('Factor de potencia # 2                  FP2= %1.3f \n \n',FP1)
fprintf('Potencia de estudio                     Sr= %2.2f kV \n',Sro)
fprintf('Diferencia de voltaje                   delta_Vr= %2.2f kV \n \n',XX(1,2)-XX(2,2))
fprintf('Diferencia de pérdidas activa           delta_Ploss= %2.2f kW\n',(XX(1,11)-XX(2,11))*1000)
fprintf('Diferencia de pérdidas reactiva         delta_Qloss= %2.2f kVAR\n',(XX(1,12)-XX(2,12))*1000),t1=clock; tf=t1-t0;
fprintf('Tiempo de operación \n'), fprintf('  Minutos: %3.1f \n',tf(1,5)),fprintf('  Segundos: %2.2f \n ',tf(1,6))
fprintf('\nDatos calculados mediante la ecuación de Céspedes para un sistema balanceado\n \n')

```

Anexo D. Algoritmo del Voltaje, la Potencia y la Longitud con el Modelo de Céspedes

```

function fc_din_C_Nw_L_Sr_3D(tipo_carga,tipo_conduc,Tcl,Tcsr,Smax,lo,lf,Dac,Dab,Dbc,Vs,Vro,Vnor,Se,Sro,FP,Qc)
global Vsbase Sbase Vrbase
clc,figure(1),clf,hold on,figure(2),clf,hold on,t0=clock;fo=60;Vsbase=Vs;Sbase=Se;Vrbase=Vsbase;t0=clock;
Nl=abs(lf-lo)/Tcl;Lv=lo; L=l; %Valores iniciales del sistema
%fc_din_C_Nw_L_Sr_3D(tipo_carga,tipo_conduc,Tcl,Tcsr,Smax,lo,lf,Dac,Dab,Dbc,Vs,Vro,Vnor,Se,Sro,FP,Qc)
% Este algoritmo calcula el flujo de carga de un sistema balanceado con la ecuación de Céspedes
% de manera dinámica discreta al aumento de carga linealmente en una perspectiva tridimensional del
% voltaje en el recibo, la potencia aparente y la longitud de la línea
%
% donde,
% tipo_conduc es el tipo de conductor de la línea ('raven', 'quail', 'pigeon', 'penguin', 'partridge', 'owl',
% 'ostrich' y 'piper'), tipo_carga es el tipo de carga 'P', 'I' y 'Z', lo es la longitud del alimentador inicial(m)
% lf es la longitud del alimentador final(m), Se es la potencia aparente base del sistema (MVA)
%  DAC,Dab y Dcb son las distancias entre las fases así a b c
%
%
% O----Dab----O----Dbc----O
% -----Dac-----
%
% Vs es el voltaje de Salida de la Subestación (kV) , Vro es el voltaje del recibo inicial (kV),
% Sro es la potencia aparente de la inicial carga (MVA), FP es el factor de potencia
% Qc es la compensación reactiva (KVAR), Vnor es el voltaje de norma o el voltaje estudiado (kV)
% Tcl es el aumento de la longitud de la línea (m),Tcsr es el aumento de la carga para cada paso discreto (MVA),
% Smax es la potencia aparente final (MVA), Vnor es el voltaje de división
%
% ejemplo
% fc_din_C_Nw_L_Sr_3D('P','quail',400,0.1,8,2000,6000,2,1,1,11.4,11.4,11.4*0.9,8,0,0.95,0)
%
[Diame,GMR,H6025,H6050]=Conductor_ACSR_RR(tipo_conduc); %Selección de los parámetros del conductor
for i=1:Nl
Lv=[Lv;L];Sr=Sro;Srv=Sro;Vr=Vro;Vrpu=Vr/Vrbase;N=0; j=0;
[Rl,Xl]=cal_RX(Dac,Dab,Dbc,GMR,Diame,fo,L,H6025); %Cálculo de la Resistencia y reactancia
while Vrpu >= 0 & Vrpu <= 1.5 & N==0

```



```

%
% ejemplo
% fc_din_C_Nw_cond_Sr_3D('P',0.1,8.9,5000,2,1,1,11.4,11.4,11.4*0.9,8,0,0.95,0)
%
for i=1:8
conv=[conv;i];Sr=Sro;Srv=Sro;N=0;j=0;Vr=Vro;Vrpu=Vr/Vrbase;
if i==8; tipo_conduc='raven';end;if i==7; tipo_conduc='quail';end;if i==6;tipo_conduc='pigeon';end
if i==5; tipo_conduc='penguin';end;if i==4; tipo_conduc='owl';end;if i==3;tipo_conduc='partridge';end
if i==2; tipo_conduc='piper';end;if i==1; tipo_conduc='ostrich';end
[Diame,GMR,H6025,H6050]=Conductor_ACSR_RR(tipo_conduc); %Selección de los parámetros del conductor
[Rl,Xl]=cal_RX(Dac,Dab,Dbc,GMR,Diame,fo,l,H6025); %Cálculo de la Resistencia y reactancia
while Vrpu >= 0 & Vrpu <= 1.5 & N==0
Sr=Sr+Tcsr;Srv=[Srv;Sr];j=j+1;
[Srpu,Vrpu,Vspu,Qcpu]=conv_pu_VrSrvSvQc(Vs,Sr,Vro,Qc); %Conversión el sistema a por unidad de Vs,Sr,Vr,Qc
[Rpu,Xpu]=conv_pu_XR_linea(Rl,Xl); %Conversión el sistema a por unidad de R,X
[Prpu,Qrpu]=potencias(Srpu,FP); %Cálculo de la potencia aparente
[Vrpu,N]=Newton_fc(tipo_carga,Vrpu,Prpu,Qrpu,Rpu,Xpu,Vspu,Qcpu,N); %Método iterativo de Newton Raphson
Res=restric(tipo_carga,Vspu,Prpu,Qrpu,Rpu,Xpu); %Cálculo de la Restricciones del problema
[Vr,Vs,Srincl,Sreal,Qc]=conv_sis_VrSrvSvQc(Vspu,Vrpu,Prpu,Qrpu,Prpu,Qrpu,Qcpu);
[R,X]=conv_sis_XR_linea(Rpu,Xpu); %Conversión a unidades del sistema
[Reg,Ploss,Qloss,efic,Se,Sreal]=Param_linea(Vs,Vr,real(Srincl),imag(Srincl),real(Sreal),imag(Sreal),R,X,Qc);
Vrm(j,i)=Vr; Vsm(j,i)=Vnor; if abs(Srincl)>=Smax,break,end %Gráficas de los resultados
end
end;if N==1 | Res <= 0.01;fprintf('Algunos voltajes no convergen pruebe con un Smax menor'),end,figure(1)
conv=arreg(conv);Srv=arreg(Srv);[conv,Srv]=meshgrid(conv,Srv);surf(Srv,conv,Vrm),hold on, mesh(Srv,conv,Vsm)
hold off,title('(a)Gráfica de la potencia, el Conductor Vs el Voltaje recibo')
xlabel('Potencia de Recibo (Sr=Pr+jQr)(MVA)'),zlabel('Voltaje(Vr)(kV)'),ylabel('Calibre del Conductor')
t1=clock; tf=t1-t0;view([150,30]),figure(2),[C,h]=contour(Srv,conv,Vrm,15);clabel(C,h)
title('(b)Diagrama de Bifurcación del potencia Vs Conductor') %Impresión de los resultados
xlabel('Potencia de Recibo (Sr=Pr+jQr)(MVA)'),ylabel('Calibre del Conductor')
fprintf('\nDatos calculados mediante la ecuación de Céspedes para un sistema balanceado\n\n')
fprintf('Valor de los parámetros y cálculos realizados\n'),fprintf('Características de envío del sistema\n')
fprintf('voltaje de envío Vs= %2.2f ',Vs),fprintf(' kV\n\n')
fprintf('valor del voltaje de corte o norma Vcor= %2.2f ',Vnor),fprintf(' kV\n\n')
fprintf('modelo de carga M_ZIP= %s \n',tipo_carga)
fprintf('compensación reactiva Qc= %2.2f',Qc),fprintf(' kVAR\n\n')
fprintf('factor de potencia de la carga FP= %1.2f \n',FP)
fprintf('longitud L= %4.0f',l),fprintf(' m\n\n')
fprintf('distancia entre conductores Dac = %2.2f, Dab = %2.2f, Dbc = %2.2f m\n\n',Dac,Dab,Dbc)
fprintf('Matriz del voltaje de recibo (kV) para diferentes valores del calibre del conductor\n\n')
fprintf('y la potencia aparente de la carga (MVA)\n\n')
Matriz_X1X2X3(Srv,conv,Vrm),t1=clock; tf=t1-t0;fprintf('\nTiempo de operación\n'),fprintf(' Minutos: %3.1f\n',tf(1,5))
fprintf(' Segundos: %2.2f\n\n',tf(1,6))

```

Anexo F. Algoritmo del Voltaje, la Longitud y el Conductor de la Línea con el Modelo de Céspedes

```

function fc_din_C_Nw_cond_L_3D(tipo_carga,tipo_conduc,Tcl,lo,lf,Dac,Dab,Dbc,Vs,Vro,Vnor,Se,Sro,FP,Qc)
global Vbase Sbase Vrbase
clc,figure(1),clf,hold on,figure(2),clf,hold on,t0=clock;fo=60;Vbase=Vs;Sbase=Se;Vrbase=Vbase;t0=clock;
Nl=abs(lf-lo)/Tcl;conv=0;N=0;
%fc_din_C_Nw_cond_L_3D(tipo_carga,tipo_conduc,Tcl,lo,lf,Dac,Dab,Dbc,Vs,Vro,Vnor,Se,Sro,FP,Qc)
% Este algoritmo calcula el flujo de carga de un sistema balanceado con la ecuación de Céspedes
% de manera dinámica discreta al aumento de la longitud y conductor linealmente en una perspectiva tridimensional del
% voltaje en el recibo, el calibre del conductor y la longitud de la línea
%

```

```

% donde,
% tipo_conduc es el tipo de conductor de la línea ('raven', 'quail', 'pigeon', 'penguin', 'partridge', 'owl',
% 'ostrich' y 'piper'), tipo_carga es el tipo de carga 'P', 'I' y 'Z'
% lo es la longitud del alimentador inicial(m),lf es la longitud del alimentador final(m)
% Se es la potencia aparente base del sistema (MVA)
% Dac,Dab y Dcb son las distancias entre las fases así      a          b          c
%                   O----Dab----O----Dbc----O
%                   -----Dac-----
%
% Vs es el voltaje de Salida de la Subestación (kV) , Vro es el voltaje del recibo inicial (kV),
% Sro es la potencia aparente de la inicial carga (MVA), FP es el factor de potencia
% Qc es la compensación reactiva (KVAR), Vnor es el voltaje de norma o el voltaje estudiado (kV)
% Tc1 es el aumento de la longitud de la línea (m)
%
% ejemplo
% fc_din_C_Nw_cond_L_3D('P','quail',100,1000,9000,2,1,1,11.4,11.4,11.4*0.9,8,5,0.95,0)
%
for i=1:8
conv=[conv;i];Lv=lo;L=lo;
if i==8; tipo_conduc='raven'   ';end;if i==7; tipo_conduc='quail   ';end;if i==6;tipo_conduc='pigeon   ';end
if i==5; tipo_conduc='penguin  ';end;if i==4; tipo_conduc='owl     ';end;if i==3;tipo_conduc='partridge';end
if i==2; tipo_conduc='piper    ';end;if i==1; tipo_conduc='ostrich  ';end
[Diame,GMR,H6025,H6050]=Conductor_ACSR_RR(tipo_conduc);           %Selección de los parametros del conductor
[Rl,Xl]=cal_RX(Dac,Dab,Dbc,GMR,Diame,fo,L,H6025);                %Cálculo de la Resistencia y reactancia
for j=1:Nl
Lv=[Lv;L]; [Rl,Xl]=cal_RX(Dac,Dab,Dbc,GMR,Diame,fo,L,H6025);   %Cálculo de la Resistencia y reactancia
[Srpu,Vrpu,Vspu,Qcpu]=conv_pu_VrSrVsQc(Vs,Sro,Vro,Qc);           %Conversión el sistema a por unidad de Vs,Sr,Vr,Qc
[Rpu,Xpu]=conv_pu_XR_linea(Rl,Xl);                               %Conversión el sistema a por unidad de R,X
[Prpu,Qrpu]=potencias(Srpu,FP);                                 %Cálculo de la potencia aparente
[Vrpu,Nl]=Newton_fc(tipo_carga,Vrpu,Prpu,Qrpu,Rpu,Xpu,Vspu,Qcpu,N);%Método iterativo de Newton Raphson
Res=restric(tipo_carga,Vspu,Prpu,Qrpu,Rpu,Xpu);                  %Cálculo de la Restricciones del problema
[Vr,Vs,Srincl,Sreal,Qc]=conv_sis_VrSrVsQc(Vspu,Vrpu,Prpu,Qrpu,Prpu,Qcpu);
[R,X]=conv_sis_XR_linea(Rpu,Xpu);                               %Conversión a unidades del sistema
[Reg,Ploss,Qloss,efic,Se,Sreal]=Param_linea(Vs,Vr,real(Srincl),imag(Srincl),real(Sreal),imag(Sreal),R,X,Qc);
Vrm(j,i)=Vr;L=L+Tc1;Vsm(j,i)=Vnor;                             %Gráficas de los resultados
end
end;if N==1 | Res <= 0.01;fprintf('Algunos voltajes no convergen pruebe con una longitud menor'),end
conv=arreg(conv);Lv=arreg(Lv);figure(1),[conv,Lv]=meshgrid(conv,Lv);surfc(Lv,conv,Vrm),hold on,
mesh(Lv,conv,Vsm),hold off,title('(a)Gráfica del Conductor,Longitud Vs Voltaje recibo')
xlabel('Longitud (l)(m)'),zlabel('Voltaje(Vr)(kV)'),ylabel('Calibre del Conductor')
view([140,30]),figure(2),[C,h] = contour(conv,Lv,Vrm,15);clabel(C,h)
title('(b)Diagrama de Bifurción del Calibre del Conductor Vs la Longitud de la línea')
ylabel('Longitud (l)(m)'),xlabel('Calibre del Conductor')
fprintf('\nDatos calculados mediante la ecuación de Céspedes para un sistema balaceado\n \n')
fprintf('Valor de los parámetros y cálculos realizados\n'),fprintf('Características de envío del sistema \n')
fprintf('voltaje de envío                V= %2.2f ',Vs),fprintf(' kV \n')
fprintf('valor del voltaje de corte o norma Vcor= %2.2f ',Vnor),fprintf(' kV \n')
fprintf('modelo de carga                    M_ZIP= %s \n',tipo_carga)
fprintf('compensación reactiva              Qc= %2.2f',Qc),fprintf(' kVAR \n')
fprintf('potencia aparente de la carga        Sr= %2.2f',Sro),fprintf(' MVA \n')
fprintf('factor de potencia de la carga       FP= %1.2f \n',FP)
fprintf('potencia activa de la carga          Pr= %2.2f',real(Srincl)),fprintf(' MW \n')
fprintf('potencia reactiva de la carga        Qr= %2.2f',imag(Srincl)),fprintf(' MVAR \n')
fprintf('distancia entre conductores Dac = %2.2f, Dab = %2.2f, Dbc = %2.2f m \n\n',Dac,Dab,Dbc)
fprintf('Matriz del voltaje de recibo (kV) para diferentes valores del calibre del conductor \n')
fprintf('y la longitud de la línea (km) \n \n') %Impresión de los resultados
Matriz_XlX2X3(Lv/1000,conv,Vrm),tl=clock; tf=tl-t0;fprintf('\nTiempo de operación \n'),
fprintf(' Minutos: %3.1f \n',tf(1,5)),fprintf(' Segundos: %2.2f \n \n',tf(1,6))

```



```

xlabel('Potencia de Recibo (Sr=P+jQ)(MVA)'),zlabel('Voltaje(Vr)(kV)'),ylabel('Compensación Reactiva (Qc)(kVAR)')
figure(2),clf,[C,h] = contour(Srv,Qcv,Vrm,20);clabel(C,h)
title('(b)Diagrama de Bifurcación del Potencia Vs Compensación ') %Impresión de los resultados
xlabel('Potencia de Recibo (Sr=P+jQ)(MVA)'),ylabel('Compensación Reactiva (Qc)(kVAR)')
fprintf('\nDatos calculados mediante la ecuación de Céspedes para un sistema balanceado\n \n')
fprintf('Valor de los parámetros y cálculos realizados\n'),fprintf('Características de envío del sistema \n')
fprintf('voltaje de envío Vs= %2.2f ',Vs),fprintf(' kV \n')
fprintf('valor del voltaje de corte o norma Vcor= %2.2f ',Vnor),fprintf(' kV \n')
fprintf('modelo de carga M_ZIP= %s \n',tipo_carga)
fprintf('factor de potencia de la carga FP= %1.2f \n',FP)
fprintf('longitud L= %4.0f',l),fprintf(' m \n')
fprintf('conductor por fase cond= %s \n',tipo_conduc)
fprintf('distancia entre conductores Dac = %2.2f, Dab = %2.2f, Dbc = %2.2f m \n',Dac,Dab,Dbc)
fprintf('Matriz del voltaje de recibo (kV) para diferentes valores de la compensación reactiva (MVar) \n')
fprintf('y la potencia aparente de la carga (MVA)\n\n')
Matriz_XLX2X3(Srv,Qcv/1000,Vrm),t1=clock; tf=t1-t0;fprintf('\nTiempo de operación \n'),fprintf(' Minutos: %3.1f \n',tf(1,5))
fprintf(' Segundos: %2.2f \n \n',tf(1,6))

```

Ejemplo de la Compensación Reactiva para Aumentar el Voltaje

```

function dif_Vr0_Vr1_Qc(tipo_carga,tipo_conduc,l,Dac,Dab,Dbc,Vs,Vrf,Se,Sr,FP,Qc)
global Vsbase Sbase Vrbase
clc,clf,hold on,t0=clock;fo=60;Vsbase=Vs;Sbase=Se;Vrbase=Vsbase;ot0=clock;%Valores iniciales del sistema
N=0;XX=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];N=0;
%dif_Vr0_Vr1_Qc(tipo_carga,tipo_conduc,l,Dac,Dab,Dbc,Vs,Vrf,Se,Sr,FP,Qc)
% Este algoritmo calcula el Flujo de carga de un sistema balanceado con la ecuación de Céspedes
% para determinar que compensación necesita el sistema para alcanzar Vrf.
%
% donde,
% tipo_conduc es el tipo de conductor de la línea ('raven', 'quail', 'pigeon', 'penguin', 'partridge', 'owl',
% 'ostrich' y 'piper'), tipo_carga es el tipo de carga 'P', 'I' y 'Z'
% l es la longitud del alimentador (m),Se es la potencia aparente base del sistema (MVA)
% Dac,Dab y Dcb son las distancias entre las fases así a b c
% O----Dab----O----Dbc----O
% -----Dac-----
%
% Vs es el voltaje de Salida de la Subestación (kV) , Vro es el voltaje del recibo inicial (kV),
% Vrf es el voltaje del recibo final (kV),Sr es la potencia aparente de la carga (MVA),
% Qco es la compensación reactiva inicial(KVAR)
%
% ejemplos
% dif_Vr0_Vr1_Qc('p','quail',7000,2,1,1,11.4,10.26,8,2.5,0.9,0)
% dif_Vr0_Vr1_Qc('p','quail',7000,2,1,1,11.4,10.26,8,3.5,0.9,0)
%
[Diame,GMR,H6025,H6050]=Conductor_ACSR_RR(tipo_conduc); %Selección de los parámetros del conductor
[Rl,Xl]=cal_RX(Dac,Dab,Dbc,GMR,Diame,fo,l,H6025); %Cálculo de la Resistencia y reactancia
for i=1:2
[Mrpu,Vrpu,Vspu,Qcpu]=conv_pu_VrSrVsQc(Vs,Sr,Vrf,Qc); %Conversión el sistema a por unidad de Vs,Sr,Vr,Qc
[Rpu,Xpu]=conv_pu.XR_linea(Rl,Xl); %Conversión el sistema a por unidad de R,X
[Prpu,Qrpu]=potencias([Mrpu,Prpu]); %Cálculo de la potencia aparente
if i==1;[Vrpu,N]=Newton_fc(tipo_carga,Vrpu,Prpu,Qrpu,Rpu,Xpu,Vspu,Qcpu,N);end %Método iterativo de Newton Raphson Voltaje
if i==2;[Qcpu,N]=Newton_fc2(tipo_carga,Vrpu,Prpu,Qrpu,Rpu,Xpu,Vspu,Qcpu,N);end %Método iterativo de Newton Raphson compensación
[Vr,Vs,Srincl,Sreal,Qc]=conv_sis_VrSrVsQc(Vspu,Vrpu,Prpu,Qrpu,Prpu,Qrpu,Qcpu);
[R,X]=conv_sis.XR_linea(Rpu,Xpu); %Conversión a unidades del sistema
[Reg,Ploss,Qloss,efic,Se,Sreal]=Param_linea(Vs,Vr,real(Srincl),imag(Srincl),real(Sreal),imag(Sreal),R,X,Qc);
XX=[XX;Vs,Vr,abs(Se),real(Se),imag(Se),abs(Srincl),real(Srincl),imag(Srincl),FP,Qc,Ploss,Qloss,R,X,l,Reg,efic];
end,XX=arreg(XX); fprintf('Valor de los parámetros y cálculos realizados\n \n'),dif_Qc=XX(1,10)-XX(2,10);
fprintf('voltaje de envío V= %2.2f \t %2.2f kV \n',XX(1,1),XX(2,1))

```

```

fprintf('potencia aparente de envío                S= %2.2f \t %2.2f MVA \n',XX(1,3),XX(2,3))
fprintf('factor de potencia de la carga          FP= %1.2f \t %1.2f \n',cos(angle(XX(1,4)+j*XX(1,5)))...
      ,cos(angle(XX(2,4)+j*XX(2,5))))                %Calculo de los parámetros y construcción de la matriz
fprintf('potencia activa de envío                P= %2.2f \t %2.2f MW \n',XX(1,4),XX(2,4))
fprintf('potencia reactiva de envío             Q= %2.2f \t %2.2f MVAR \n \n',XX(1,5),XX(2,5))
fprintf('características de la línea \n')          %Impresión de los resultados
fprintf('longitud de la línea                    l= %4.0f \t %4.0f m \n',XX(1,15),XX(2,15))
fprintf('resistencia total de la línea           R= %2.2f \t %2.2f Ohms \n',XX(1,13),XX(2,13))
fprintf('reactancia total de la línea            XX= %2.2f \t %2.2f Ohms \n \n',XX(1,14),XX(2,14))
fprintf('Pérdidas del sistema \n')
fprintf('pérdidas activas                        P= %2.2f \t %2.2f MW \n',XX(1,11),XX(2,11))
fprintf('pérdidas reactivas                       Q= %2.2f \t %2.2f MVAR \n \n',XX(1,12),XX(2,12))
fprintf('compensación reactiva                    Qc= %2.2f \t %2.2f kVAR \n \n',XX(1,10),XX(2,10))
fprintf('características de recibo del sistema \n')
fprintf('voltaje de recibo                          V= %2.2f \t %2.2f kV \n',XX(1,2),XX(2,2))
fprintf('potencia aparente de la carga              S= %2.2f \t %2.2f MVA \n',XX(1,6),XX(2,6))
fprintf('factor de potencia de la carga            FP= %1.2f \t %1.2f \n',XX(1,9),XX(2,9))
fprintf('potencia activa de la carga                P= %2.2f \t %2.2f MW \n',XX(1,7),XX(2,7))
fprintf('potencia reactiva de la carga              Q= %2.2f \t %2.2f MVAR \n',XX(1,8),XX(2,8))
fprintf('regulación de voltaje                       Reg_V= %2.2f \t %2.2f \n',XX(1,16),XX(2,16))
fprintf('eficiencia del sistema                      n= %2.2f \t %2.2f \n \n',XX(1,17),XX(2,17))
fprintf('Compensación inicial # 1                    Qco= %1.3f ',XX(1,10)),fprintf('kVAR \n')
fprintf('Compensación final # 2                    Qcf= %1.3f ',XX(2,10)),fprintf('kVAR \n')
fprintf('Total a compensar                          delta_Qcf= %1.3f ',XX(2,10)-XX(1,10)),fprintf('kVAR \n')
fprintf('Diferencia del voltaje                      delta_Vr= %2.2f ',XX(2,2)-XX(1,2)),fprintf(' kV \n'),t1=clock; tf=t1-t0;
fprintf('Diferencia de pérdida activa              delta_Ploss= %2.2f ',(XX(2,11)-XX(1,11))*1000),fprintf(' kW\n')
fprintf('Tiempo de operación \n'), fprintf(' Minutos: %3.1f \n',tf(1,5)),fprintf(' Segundos: %2.2f \n ',tf(1,6))
fprintf('\nDatos calculados mediante la ecuación de Céspedes para un sistema balanceado\n \n')

```

Anexo J. Algoritmo del Voltaje, el Factor de Potencia y la Compensación Reactiva con el Modelo de Céspedes

```

function fc_din_C_Nw_Qc_FP_3D(tipo_carga,tipo_conduc,Tcqc,Tcfc,l,Dac,Dab,Dbc,Vs,Vro,Vnor,Se,Sro,FPo,FPf,Qco,Qcf)
global Vsbase Sbase Vrbase
clc,figure(1),clf,hold on,figure(2),clf,hold on,t0=clock;fo=60;Vsbase=Vs;Sbase=Se;Vrbase=Vsbase;t0=clock;
N1=abs(Qcf-Qco)/Tcqc;N2=abs(FPf-FPo)/Tcfc;Qcv=Qco;N=0;Qc=Qco; %Valores iniciales del sistema
%fc_din_C_Nw_Qc_FP_3D(tipo_carga,tipo_conduc,Tcqc,Tcfc,l,Dac,Dab,Dbc,Vs,Vro,Vnor,Se,Sro,FPo,FPf,Qco,Qcf)
% Este algoritmo calcula el flujo de carga de un sistema balanceado con la ecuación de Céspedes
% de manera dinámica discreta al aumento del factor de potencia y la compensación reactiva en una perspectiva
% tridimensional del voltaje en el recibo, el factor de potencia versus la compensación reactiva
%
% donde,
% tipo_conduc es el tipo de conductor de la línea ('raven', 'quail', 'pigeon', 'penguin', 'partridge', 'owl',
% 'ostrich' y 'piper'), tipo_carga es el tipo de carga 'P', 'I' y 'Z'
% l es la longitud del alimentador (m),Se es la potencia aparente base del sistema (MVA)
% Dac,Dab y Dcb son las distancias entre las fases así          a           b           c
%                               O----Dab----O----Dbc----O
%                               -----Dac-----
%
% Vs es el voltaje de Salida de la Subestación (kV) , Vro es el voltaje del recibo inicial (kV),
% Sro es la potencia aparente de la carga (MVA), FPo es el factor de potencia inicial
% FPf es el factor de potencia final, Vnor es el voltaje de norma o el voltaje estudiado (kV)
% Qco es la compensación reactiva inicial (KVAR), Qcf es la compensación reactiva final (KVAR),
% Tcqc es el aumento de la compensación reactiva (KVAR),Tcfc es el aumento del factor de potencia,
%

```

```

% ejemplo
% fc_din_C_Nw_Qc_FP_3D('P','quail',100,0.01,5000,2,1,1,11.4,11.4,11.4*0.9,8,4,0.75,1,0,3600)
%
[Diame,GMR,H6025,H6050]=Conductor_ACSR_RR(tipo_conduc); %Selección de los parametros del conductor
[Rl,Xl]=cal_RX(Dac,Dab,Dbc,GMR,Diame,fo,l,H6025); %Cálculo de la Resistencia y reactancia
for i=1:Nl
    Qcv=[Qcv;Qc];FP=FPo;FPv=FPo;
    for j=1:N2
        FPv=[FPv;FP];
        [Srpu,Vrpu,Vspu,Qcpu]=conv_pu_VrSrVsQc(Vs,Sro,Vro,Qc); %Conversión el sistema a por unidad de Vs,Sr,Vr,Qc
        [Rpu,Xpu]=conv_pu_XR_linea(Rl,Xl); %Conversión el sistema a por unidad de R,X
        [Prpu,Qrpu]=potencias(Srpu,FP); %Cálculo de la potencia aparente
        [Vrpu,N]=Newton_fc(tipo_carga,Vrpu,Prpu,Qrpu,Rpu,Xpu,Vspu,Qcpu,N); %Método iterativo de Newton Raphson
        Res=restric(tipo_carga,Vspu,Prpu,Qrpu,Rpu,Xpu); %Cálculo de la Restricciones del problema
        [Vr,Vs,Srincl,Sreal,Qc]=conv_sis_VrSrVsQc(Vspu,Vrpu,Prpu,Qrpu,Prpu,Qrpu,Qcpu);
        [R,X]=conv_sis_XR_linea(Rpu,Xpu); %Conversión a unidades del sistema
        [Reg,Ploss,effic,Se,Sreal]=Param_linea(Vs,Vr,real(Srincl),imag(Srincl),real(Sreal),imag(Sreal),R,X,Qc);
        Vrm(j,i)=Vr; Vsm(j,i)=Vnor;FP=FP+Tcfc;
    end, Qc=Qc+Tcqc; %Gráficas de los resultados
end,if N=1 | Res <= 0.01;fprintf('Algunos voltajes no convergen pruebe con una longitud menor'),end,figure(1)
FPv=arreg(FPv);Qcv=arreg(Qcv);[Qcv,FPv]=meshgrid(Qcv,FPv);surf(FPv,Qcv,Vrm),hold on, mesh(FPv,Qcv,Vsm)
view([30,50]),title('(a)Gráfica del Factor de Potencia, Compensación Vs Voltaje ')
xlabel('Factor de Potencia'),zlabel('Voltaje(Vr)(kV)'),ylabel('Compensación Reactiva (Qc)(kVAr)')
figure(2),clf,[C,h] = contour(FPv,Qcv,Vrm,15);clabel(C,h)
title('(b)Diagrama de Bifurcación del Factor de Potencia Vs Compensación ')
xlabel('Factor de Potencia'),ylabel('Compensación Reactiva (Qc)(kVAr)') %Impresión de los resultados
fprintf('\nDatos calculados mediante la ecuación de Céspedes para un sistema balaceado\n\n')
fprintf('Valor de los parámetros y cálculos realizados\n'),fprintf('Características de envío del sistema\n')
fprintf('voltaje de envío Vs= %2.2f ',Vs),fprintf(' kV\n')
fprintf('valor del voltaje de corte o norma Vcor= %2.2f ',Vnor),fprintf(' kV\n')
fprintf('modelo de carga M_ZIP= %s\n',tipo_carga)
fprintf('potencia aparente de la carga Sr= %2.2f',Sro),fprintf(' MVA\n')
fprintf('longitud L= %4.0f',l),fprintf(' m\n')
fprintf('conductor por fase cond= %s\n',tipo_conduc)
fprintf('distancia entre conductores Dac = %2.2f, Dab = %2.2f, Dbc = %2.2f m\n',Dac,Dab,Dbc)
fprintf('Matriz del voltaje de recibo (kV) para diferentes valores de la compensación reactiva (MVar)\n')
fprintf('y el factor de potencia\n\n')
Matriz_XlX2X3(FPv,Qcv/1000,Vrm),t1=clock; tf=t1-t0;fprintf('\nTiempo de operación\n'),fprintf(' Minutos: %3.1f\n',tf(1,5))
fprintf(' Segundos: %2.2f\n\n',tf(1,6))

```

Ejemplo de la Compensación Reactiva Al Variar el Factor de Potencia

```

function dif_FP0_FP1_Qc(tipo_carga,tipo_conduc,l,Dac,Dab,Dbc,Vs,Vrf,Se,Sro,FPo,FPf,Qc)
global Vsbase Sbase Vrbase
clc,t0=clock;fo=60;Vsbase=Vs;Sbase=Se;Vrbase=Vsbase;t0=clock;
N=0;XX=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];N=0;
%dif_FP0_FP1_Qc(tipo_carga,tipo_conduc,l,Dac,Dab,Dbc,Vs,Vrf,Se,Sro,FPo,FPf,Qc)
% Este algoritmo calcula el flujo de carga para dos factores de potencia indicando la cantidad de perdidas
% aumentadas en el sistema y que compensación se debe inhalar para aumenta el voltaje al valor de Vrf
%
%
% donde,
% tipo_conduc es el tipo de conductor de la línea ('raven', 'quail', 'pigeon', 'penguin', 'partridge', 'owl',
% 'ostrich' y 'piper'), tipo_carga es el tipo de carga 'P', 'I' y 'Z'
% l es la longitud del alimentador (m),Se es la potencia aparente base del sistema (MVA)
% Dac,Dab y Dcb son las distancias entre las fases así a b c
% O----Dab----O----Dbc----O

```

```

% -----Dac-----
% Vs es el voltaje de Salida de la Subestación (kV)Vrf es el voltaje del recibo final (kV)
% Sr es la potencia aparente de la carga (MVA), Qc es la compensación reactiva (KVar)
% FPO es el factor de potencia antes, FP1 es el factor de potencia después
%
% ejemplos:
% dif_FP0_FP1_Qc('z','pigeon',4000,2,1,1,11.4,10.7,8,4,0.9,0.8,0)
% dif_FP0_FP1_Qc('z','pigeon',4000,2,1,1,11.4,11,8,4,0.9,0.8,0)
%
[Diame,GMR,H6025,H6050]=Conductor_ACSR_RR(tipo_conduc); %Selección de los parámetros del conductor
[Rl,Xl]=cal_RX(Dac,Dab,Dbc,GMR,Diame,fo,l,H6025); %Cálculo de la Resistencia y reactancia
for i=1:4
    if i==1 | i==3;FP=FPo;end;if i==2 | i==4;FP=FPf;end
    [Srpu,Vrpu,Vspu,Qcpu]=conv_pu_VrSrVsQc(Vs,Sro,Vrf,Qc); %Conversión el sistema a por unidad de Vs,Sr,Vr,Qc
    [Rpu,Xpu]=conv_pu_XR_linea(Rl,Xl); %Conversión el sistema a por unidad de R,X
    [Prpu,Qrpu]=potencias(Srpu,FP); %Cálculo de la potencia aparente
    if i<=2;[Vrpu,N]=Newton_fc(tipo_carga,Vrpu,Prpu,Qrpu,Rpu,Xpu,Vspu,Qcpu,N);end %Método iterativo de Newton Raphson Voltaje
    if i>2;[Qcpu,N]=Newton_fc2(tipo_carga,Vrpu,Prpu,Qrpu,Rpu,Xpu,Vspu,Qcpu,N);end %Método iterativo de Newton Raphson Compensación
    [Vr,Vs,Srincl,Sreal,Qc]=conv_sis_VrSrVsQc(Vspu,Vrpu,Prpu,Qrpu,Prpu,Qrpu,Qcpu);
    [R,X]=conv_sis_XR_linea(Rpu,Xpu); %Conversión a unidades del sistema
    [Reg,Ploss,Qloss,efic,Se,Sreal]=Param_linea(Vs,Vr,real(Srincl),imag(Srincl),real(Sreal),imag(Sreal),R,X,Qc);
    XX=[XX;Vs,Vr,abs(Se),real(Se),imag(Se),abs(Srincl),real(Srincl),imag(Srincl),FP,Qc,Ploss,Qloss,R,X,l,Reg,efic]; %Cálculo de los parámetros y construcción de la matriz
end,XX=arreg(XX); dif_Qc=XX(2,10)-XX(4,10); %Impresión de los resultados
fprintf('Valor de los parámetros y cálculos realizados\n\n')
fprintf('Características de envío del sistema\n')
fprintf('
Potencia Constante \t Voltaje Constante \n')
fprintf('Factores de potencia para los casos \t %1.2f \t %1.2f \t %1.2f \t %1.2f \n',XX(1,9),XX(2,9),XX(3,9),XX(4,9))
fprintf('voltaje de envío \t V= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f kV \n',XX(1,1),XX(2,1),XX(3,1),XX(4,1))
fprintf('potencia aparente de envío \t S= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f MVA \n',XX(1,3),XX(2,3),XX(3,3),XX(4,3))
fprintf('potencia activa de envío \t P= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f MW \n',XX(1,4),XX(2,4),XX(3,4),XX(4,4))
fprintf('potencia reactiva de envío \t Q= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f MVAR \n \n',XX(1,5),XX(2,5),XX(3,5),XX(4,5))
fprintf('características de la línea\n')
fprintf('longitud de la línea \t l= %4.0f \t %4.0f \t %4.0f \t %4.0f m \n',XX(1,15),XX(2,15),XX(3,15),XX(4,15))
fprintf('resistencia total de la línea \t R= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f Ohms \n',XX(1,13),XX(2,13),XX(3,13),XX(4,13))
fprintf('reactancia total de la línea \t X= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f Ohms \n \n',XX(1,14),XX(2,14),XX(3,14),XX(4,14))
fprintf('Pérdidas del sistema\n')
fprintf('pérdidas activas \t P= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f MW \n',XX(1,11),XX(2,11),XX(3,11),XX(4,11))
fprintf('pérdidas reactivas \t Q= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f MVAR \n \n',XX(1,12),XX(2,12),XX(3,12),XX(4,12))
fprintf('compensación reactiva \t Qc= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f kVAR \n \n',XX(1,10),XX(2,10),XX(3,10),XX(4,10))
fprintf('características de recibo del sistema\n')
fprintf('voltaje de recibo \t V= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f kV \n',XX(1,2),XX(2,2),XX(3,2),XX(4,2))
fprintf('potencia aparente de la carga \t S= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f MVA \n',XX(1,6),XX(2,6),XX(3,6),XX(4,6))
fprintf('factor de potencia de la carga \t FP= %1.2f \t %1.2f \t %1.2f \t %1.2f \n',XX(1,9),XX(2,9),XX(3,9),XX(4,9))
fprintf('potencia activa de la carga \t P= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f MW \n',XX(1,7),XX(2,7),XX(3,7),XX(4,7))
fprintf('potencia reactiva de la carga \t Q= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f MVAR \n',XX(1,8),XX(2,8),XX(3,8),XX(4,8))
fprintf('regulación de voltaje \t Reg_V= %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \t %2.2f \n',XX(1,16),XX(2,16),XX(3,16),XX(4,16))
fprintf('eficiencia del sistema \t n= %2.1f \t %2.1f \t %2.1f \t %2.1f \n \n',XX(1,17),XX(2,17),XX(3,17),XX(4,17))
fprintf('Compensación inicial # 1 \t Qco= %1.3f kVAR \n',XX(3,10))
fprintf('Compensación final # 2 \t Qcf= %1.3f kVAR \n',XX(4,10))
fprintf('Diferencia del voltaje \t delta_Vr= %2.2f kV \n',XX(4,2)-XX(2,2))
fprintf('Diferencia de pérdida activa \t delta_Ploss= %2.2f kW\n',(XX(4,11)-XX(2,11))*1000),t1=clock; tf=t1-t0;
fprintf('Pérdidas aumentadas o disminuidas por el cambio de FP \t delta_Ploss= %1.3f kW \n',(XX(2,11)-XX(1,11))*1000)
fprintf('Pérdidas aumentadas o disminuidas por la instalación del banco \t delta_Ploss= %1.3f kW \n',(XX(4,11)-XX(2,11))*1000)
fprintf('Tiempo de operación\n'), fprintf(' Minutos: %3.1f \n',tf(1,5)),fprintf(' Segundos: %2.2f \n ',tf(1,6))
fprintf('\nDatos calculados mediante la ecuación de Céspedes para un sistema balaceado\n\n')

```



```

while Vrpv >= 0 & Vrpv <= 1.5 & N==0
    n=n+1;Sr=Sr+Tc;[Srpv,Vrpv,Vspv,Qcpv]=conv_pu_VrSrVsQc(Vs,Sr,Vro,Qc); %Conversión el sistema a por unidad de Vs,Sr,Vr,Qc
    [Prpv,Qrpv]=potencias(Srpv,FP); %Cálculo de la potencia aparente
    [Vrpv,N,Ppureal,Qpureal,nn]=fc_SC(tipo_carga,Vspv,Vrpv,Prpv,Qrpv,Rpv,Xpv,Qcpv,f,fo,N);
    [Vr,Vs,Srinc1,Sreal,Qc]=conv_sis_VrSrVsQc(Vspv,Vrpv,Prpv,Qrpv,Ppureal,Qpureal,Qcpv);
    [R,X]=conv_sis_XR_linea(Rpv,Xpv); %Conversión a unidades del sistema
    [Reg,Ploss,Qloss,efic,Se,Sreal]=Param_linea(Vs,Vr,real(Srinc1),imag(Srinc1),real(Sreal),imag(Sreal),R,X,Qc);
    if abs(Vrpv) >= 0 & abs(Vrpv) <= 1.5 & N==0 %Actualización de la Matriz de salida
        XX=[XX;nn,abs(Vs),angle(Vs)*180/pi,abs(Vr),angle(Vr)*180/pi,abs(Se),real(Se),imag(Se),abs(Srinc1),...
            real(Srinc1),imag(Srinc1),cos(angle(Srinc1)),Qc,Ploss,Qloss,R,X,l,Reg,efic,abs(Sreal),real(Sreal),imag(Sreal)];
        end,if n==4000 | abs(Sr)>=Smax ,break,end %Gráficas de los resultados
end,XX=arreg(XX);,t1=clock; tf=t1-t0;plot(XX(:,9),XX(:,4),'r',XX(:,9),XX(:,2)*0.9,':b'),,s=size(XX);s=round(s(1,1)/2);
set(text(max(XX(:,9))*0.5/5+min(XX(:,9)),max(XX(:,4))*(1-min(XX(:,4))*1.2/10))+min(XX(:,4)),'Voltaje de Recibo'),'Color','r')
set(text(max(XX(:,9))*2/5+min(XX(:,9)),max(XX(:,4))*(1-min(XX(:,4))*0.9/10))+min(XX(:,4)),'Mínimo Voltaje Permitido'),'Color','b')
x=[max(XX(:,9)),max(XX(:,9))];y=[min(XX(:,4)),max(XX(:,4))];set(line(x,y),'Color','m')
if N=1,set(text(max(XX(:,9))*4.2/5,max(XX(:,4))*7/10,'Diverge'),'Color','m'),end
if N=0,set(text(max(XX(:,9))*4.5/5,max(XX(:,4))*7/10,'Smax'),'Color','m'),end,s=max(XX(:,4))-min(XX(:,4));
text(max(abs(XX(:,9))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*0.1/10,['Conductor fase =',tipo_conduc])
text(max(abs(XX(:,9))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*0.6/10,['Tipo de carga =',tipo_carga])
text(max(abs(XX(:,9))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*1.1/10,['Longitud =',num2str(1),' m'])
text(max(abs(XX(:,9))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*1.6/10,['Factor de potencia =',num2str(FP)])
text(max(abs(XX(:,9))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*2.1/10,['Compensación =',num2str(Qc),' kVAR'])
text(max(abs(XX(:,9))*0.3/5+min(abs(XX(:,9))),min(XX(:,4))+s*2.6/10,['Dac =',num2str(Dac),' Dab =...
    ,num2str(Dab),' Dbc =',num2str(Dbc),' m']),t1=clock; tf=t1-t0;
[XX1,Xc]=fc_din_ABCD_prueba(tipo_carga,tipo_conduc,Tc,Smax,l,Dac,Dab,Dbc,Vso,Ang_Vs,Vro,Seo,Sro,FPo,Qco);
title ('Diagrama de Bifurción de la Potencia Vs Voltaje recibo') %Impresión de los resultados
xlabel('Magnitud de la Potencia de Recibo Sr(P+jQ)(MVA)'),ylabel('Voltaje(Vr)(kV)')
fprintf('\nDiferencias de los datos calculados entre los modelos de inyecciones de corriente y el de bipuertos\n')
fprintf('Valor de los parámetros y cálculos realizados\n'),fprintf('Características de envío del sistema \n')
fprintf('voltaje de envío Vs= %2.2f ',Vs),fprintf(' kV \n')
fprintf('ángulo del voltaje de envío Ang_Vs= %2.2f ',Ang_Vs*180/pi),fprintf(' kV \n')
fprintf('modelo de carga M_ZIP= %s \n',tipo_carga)
fprintf('compensación reactiva Qc= %2.2f',Qc),fprintf(' kVAR \n')
fprintf('longitud L= %4.0f',l),fprintf(' m \n')
fprintf('conductor por fase cond= %s \n',tipo_conduc)
fprintf('distancia entre conductores Dac = %2.2f, Dab = %2.2f, Dbc = %2.2f m \n',Dac,Dab,Dbc)
fprintf('resistencia total de la línea R= %2.4f Ohms \n',R)
fprintf('reactancia inductiva de la línea Xl= %2.4f Ohms \n',Xl)
fprintf('reactancia capacitiva de la línea Xc= %2.7f Ohms \n',Xc)
fprintf('\n Matriz de las diferencias entre los dos modelos \n'),s=size(XX);s=s(1,1);XX=(XX1-XX);
fprintf('Vr |ang_Vr(kV)\t Sr_inicial (MVA) \t Sr_real (MVA) \t Se_real (MVA)\t\t Ploss (W) \t Qloss (VAR) \t Eficiencia \t Reg_Vol \n')
for i=1:s,fprintf('%1.4f |%1.4f \t %1.4f +j(%1.4f) \t %1.4f +j(%1.4f) \t %1.4f +j(%1.4f) \t %1.4f \t %1.4f \t %1.4f \t\t %1.4f\n'...
    ,XX(i,4),XX(i,5),XX(i,10),XX(i,11),XX(i,22),XX(i,23),XX(i,7),XX(i,8),XX(i,14),XX(i,15),XX(i,20),XX(i,19)),end
XXv=XX(1,:);for i=2:1:s, XXv=XXv+XX(i,:);end,XX=XXv./s; %Impresión de las diferencias
fprintf('\nLos siguientes datos son calculados al sumar las diferencias entre el modelo de Bipuertos menos')
fprintf('\nel de inyecciones de corriente dividiendolos por el numero de datos\n')
fprintf('Diferencia promedio del voltaje de envío V= %2.4f kV \n',XX(1,2))
fprintf('Diferencia promedio del ángulo del voltaje de envío B1= %2.4f \n',XX(1,3))
fprintf('Diferencia promedio de la potencia aparente de envío S= %2.4f MVA\n',XX(1,6))
fprintf('Diferencia promedio de la potencia activa de envío P= %2.4f MW\n',XX(1,7))
fprintf('Diferencia promedio de la potencia reactiva de envío Q= %2.4f MVar\n',XX(1,8))
fprintf('Diferencia promedio de las pérdidas activas P= %2.4f MW\n',XX(1,14))
fprintf('Diferencia promedio de las pérdidas reactivas Q= %2.4f MVar\n',XX(1,15))
fprintf('Diferencia promedio del voltaje de recibo V= %2.4f % \n',XX(1,4)/Vs*100)
fprintf('Diferencia promedio del ángulo del voltaje de recibo B2= %2.4f \n',XX(1,5))
fprintf('datos iniciales del modelo de carga \n')
fprintf('Diferencia promedio de la potencia aparente de la carga S= %2.4f MVA\n',XX(1,9))
fprintf('Diferencia promedio de la potencia activa de la carga P= %2.4f MW\n',XX(1,10))
fprintf('Diferencia promedio de la potencia reactiva de la carga Q= %2.4f MVar\n',XX(1,11))
fprintf('datos reales de potencia determinados por el modelo de carga \n')
fprintf('Diferencia promedio de la potencia aparente de la carga S= %2.4f MVA\n',XX(1,21))

```

```

fprintf('Diferencia promedio de la potencia activa de la carga          P= %2.4f MW\n',XX(1,22))
fprintf('Diferencia promedio de la potencia reactiva de la carga       Q= %2.4f MVar\n',XX(1,23))
fprintf('Diferencia promedio de la regulación de voltaje              Reg_V= %2.4f %% \n',XX(1,19))
fprintf('Diferencia promedio de la eficiencia del sistema              n= %2.4f %% \n',XX(1,20))
fprintf('Número de datos                                               N= %1.0f \n',s)
fprintf('Tiempo de operación \n'), fprintf('  Minutos: %3.1f \n',tf(1,5)),fprintf('  Segundos: %2.2f \n \n',tf(1,6))
fprintf('Vs \tModel \tQc \tL(km) \tconduc \t R \t Xl \t Xc          \tDif_Vol\tDif_V\t Ang          \t#_datos\tDif_Qenvio \n')
fprintf('%2.2f \t %s \t%1.4f \t%2.2f \t%s \t%1.4f \t%1.4f \t%1.7f \t%1.4f \t%1.4f \t%1.4f \t%1.4f \t%1.4f \t%1.4f \n \n\n'...
,Vs,tipo_carga,Qc,l/1000,tipo_conduc,R,Xl,Xc,XX(1,4),XX(1,4)/Vs*100,XX(1,5),s,XX(1,8)),fprintf('\n'),clear

```

Anexo N. Algoritmo de la Eficiencia, el Voltaje versus la Potencia de un Transformador

```

function transf_din_Vs(tipo_carga,Tc,Vs,Ang_Vs,Se,Sri,Smax,FP,Snom,T,Vhvnom,Vlvnom)
global Vsbase Sbase Vrbase
clc,figure(1),clf,figure(2),clf,t0=clock;Sbase=Se;Vs=Vs*cos(Ang_Vs)+i*Vs*sin(Ang_Vs);Vsbase=Vhvnom;Vrbase=Vlvnom;
Ang_Vs=Ang_Vs*pi/180;Qc=0;N=0;n=0;XX=[0,0,0,0,0,0,0,0];fo=60;f=60;
%transf_din_Vs(tipo_carga,Tc,Vs,Ang_Vs,Se,Sri,Smax,FP,Snom,T,Vhvnom,Vlvnom)
% Este algoritmo calcula el voltaje secundario del transformador variando la potencia aparente de la carga,
% preferiblemente debe estar desde una carga mínima del 25% y una máxima del 1.25%
%
% donde,
% tipo_carga es el tipo de carga 'P', 'I' y 'Z'
% Se es la potencia aparente base del sistema (kVA),Snom es la potencia nominal del transformador
% Vs es el voltaje en bornes primarios del transformador(kV), Ang_Vs es el ángulo del voltaje de envío
% Sr es la potencia aparente inicial de la carga (kVA), Smax es la potencia aparente final de la carga (kVA)
% FP es el factor de potencia, Tc es el aumento de la carga (kVA)
% T es la temperatura del trabajo transformador, Vhvnom es el voltaje nominal del primario del transformador (kV)
% Vrnom es el voltaje nominal del secundario del transformador (kV)
%
% ejemplo
% transf_din_Vs('p',0.1,12,0,15,0.25*15,1.25*15,0.8,15,150,12,0.208)
%
[Z_porc,R_porc,X_porc,XR_porc,P_ncarga,P_total,S]=Transfor_Z(Snom,T); %Elige las impedancias del transformador
[Rput,Xput,Zput]=conv_pu_trafo(Snom,Vhvnom,Vlvnom,Z_porc,R_porc,X_porc); %Convierte las imp en base del sistema
Vr=Vlvnom;Vrpu=Vr/Vrbase;
while Vrpu >= 0 & Vrpu <= 1.5 & N==0
[Srpu,Vrpu,Vspu,Qcpu]=conv_pu_VrSrVsQc(Vs,Sri,Vlvnom,Qc); %Conversión el sistema a por unidad de Vr,Sr,Vs,Qc
[Prpu,Qrpu]=potencias(Srpu,FP); %Cálculo de la potencia aparente
[Vrpu,N]=fc_trafo(tipo_carga,Prpu,Qrpu,Vspu,Vrpu,Rput,Xput,f,fo,N); %Determinación del voltaje en el secundario
[Reg,efic,Se]=Param_trafo(Vspu,Vrpu,Prpu,Qrpu,Rput,Xput,P_ncarga/1000); %Cálculo de los parámetros de la línea
[Vr,Vs,Srincl,Sreal,Qc]=conv_sis_VrSrVsQc(Vspu,Vrpu,Prpu,Qrpu,Prpu,Qcpu);
[Rt,Xt]=conv_sis_XR_trafo(Rput,Xput);n=n+1; %Conversión al sistema Rpu,Xpu
XX=[XX;n,abs(Srincl),real(Srincl),imag(Srincl),abs(Vr),real(Se),Reg,efic];
if n==4000 | abs(Srincl)>=Smax ,break,end, Sri=Sri+Tc;
end,XX=arreg(XX);
fprintf('\nCaracterísticas del transformador\n') %Gráficas de los resultados
fprintf('potencia aparente nominal          S= %2.2f ',Snom),fprintf(' kVA \n')
fprintf('voltaje del primario                   Vp= %2.2f ',Vhvnom),fprintf(' kV \n')
fprintf('voltaje del secundario                   Vs= %2.2f ',Vlvnom*1000),fprintf(' V \n')
fprintf('temperatura de operación                 T= %2.2f ',T),fprintf(' °C \n')
fprintf('potencia disipada sin carga              Pnl= %2.2f ',P_ncarga),fprintf(' W \n')
fprintf('potencia disipada a plena carga          Plt= %2.2f ',P_total),fprintf(' W \n')
fprintf('resistencia referida a baja tensión      R= %2.7f',Rt),fprintf(' Ohms \n')
fprintf('reactancia referida a baja tensión       X= %2.7f',Xt),fprintf(' Ohms \n \n')
if Smax>Snom*1.25,fprintf('Transformador sobrecargado \n'),end
if n>4000 | N>=1,fprintf('Algunos voltajes no convergen pruebe con un Smax menor \n'),end,s=size(XX);s=s(1,1);

```

```

fprintf('Pot. Carga kVA\t kW \tkVAR \tVol. Carga V\tPot. Antes kVA\tReg. Vol. %% \t Efici %% \n')
for i=1:s, fprintf('%2.2f \t\t%2.2f \t\t%2.2f \t %2.1f \t\t %2.2f \t\t %2.2f \n',...
    XX(i,2),XX(i,3),XX(i,4),XX(i,5)*1000,XX(i,6),XX(i,7),XX(i,8)),end
figure(1),set(plot(XX(:,3),XX(:,8)), 'color',[0.5,0.4,0.2]),grid
title('Diagrama de bifurcación de la potencia vs el eficiencia' ) %Impresión de los resultados
xlabel('Potencia activa de la carga, (kW)'),ylabel('Eficiencia (%)')
figure(2),plot(XX(:,2),XX(:,5),'r'),grid
title('Diagrama de bifurcación de la potencia vs voltaje' )
xlabel('Potencia activa de la carga, (kW)'),ylabel('Voltaje de la carga V')
t1=clock; tf=t1-t0;if Smax>Snom*1.25,fprintf('Transformador sobrecargado \n'),end
if n>4000 | N>=1,fprintf('Algunos voltajes no convergen pruebe con un Smax menor \n'),end,s=size(XX);s=s(1,1);
fprintf('Tiempo de operación \n'),fprintf(' Minutos: %3.1f \n',tf(1,5)),fprintf(' Segundos: %2.2f \n \n',tf(1,6))

```

Anexo P. Algoritmo de la Eficiencia, el Voltaje versus la Potencia en por Unidad de los Transformadores construidos a Determinada Temperatura

```

function transf_din_TP_pu(tipo_carga,Tc,T,Vs,Ang_Vs,FP,Vhvnom,Vlvnom)
global Vsbase Sbase Vrbase
clc,figure(1),clf,figure(2),clf,t0=clock;Vs=Vs*cos(Ang_Vs)+i*Vs*sin(Ang_Vs);Vsbase=Vhvnom;Vrbase=Vlvnom;
Ang_Vs=Ang_Vs*pi/180;Qc=0;fo=60;f=60;
% transf_din_TP_pu(tipo_carga,Tc,T,Vs,Ang_Vs,FP,Vhvnom,Vlvnom)
% Este algoritmo calcula el voltaje secundario del transformador al variar la carga, se recomienda que la variación
% sea para las transformadores de 15, 30, 45, 75, 112.5, 150, 225, 300 y 500 kVA, desde una carga mínima del 25% y
% máxima del 1.25%. El algoritmo modela todos los transformadores de distintas potencia y con una misma
% temperatura de trabajo
%
% donde,
% tipo_carga es el tipo de carga 'P', 'I' y 'Z'
% Se es la potencia aparente base del sistema (kVA),Snom es la potencia nominal del transformador
% Vs es el voltaje en bornes primarios del transformador(kV), Ang_Vs es el ángulo del voltaje de envío
% Sr es la potencia aparente inicial de la carga (kVA), Smax es la potencia aparente final de la carga (kVA)
% FP es el factor de potencia, Tc es el aumento de la carga (kVA)
% T es la temperatura del trabajo transformador, Vhvnom es el voltaje nominal del primario del transformador (kV)
% Vrnom es el voltaje nominal del secundario del transformador (kV)
%
% ejemplo
% transf_din_TP_pu('p',0.5,150,12,0,0.8,12,0.208)
%
%Procedimiento realizado
for j=1:9
    Snom=[15,30,45,75,112.5,150,225,300,500];Snom=Snom(1,j);Sro=0.25*Snom;Smax=1.3*Snom;
    N=0;n=0;XX=[0,0,0,0,0,0,0,0,0];Vr=Vlvnom;Vrpu=Vr/Vrbase;Sri=Sro;Sbase=Snom;
    [Z_porc,R_porc,X_porc,XR_porc,P_ncarga,P_total,S]=Transfor_Z(Snom,T); %Elige las impedancias del transformador
    [Rput,Xput,Zput]=conv_pu_trafo(Snom,Vhvnom,Vlvnom,Z_porc,R_porc,X_porc); %Convierte las imp en base del sistema
    while Vrpu >= 0 & Vrpu <= 1.5 & N==0
        [Srpu,Vrpu,Vspu,Qcpu]=conv_pu_VrSrVsQc(Vs,Sri,Vlvnom,Qc); %Conversión el sistema a por unidad de Vr,Sr,Vs,Qc
        [Prpu,Qrpu]=potencias(Srpu,FP); %Cálculo de la potencia aparente
        [Vrpu,N]=fc_trafo(tipo_carga,Prpu,Qrpu,Vspu,Vrpu,Rput,Xput,f,fo,N); %Determinación del voltaje en el secundario
        [Reg,efic,Se]=Param_trafo(Vspu,Vrpu,Prpu,Qrpu,Rput,Xput,P_ncarga/1000); %Cálculo de los parametros de la línea
        XX=[XX;n,abs(Srpu),Prpu,Qrpu,abs(Vrpu),abs(Se/Sbase),Reg,efic];
        [Vr,Vs,Srincl,Sreal,Qc]=conv_sis_VrSrVsQc(Vspu,Vrpu,Prpu,Qrpu,Prpu,Qrpu,Qcpu);
        [Rt,Xt]=conv_sis_XR_trafo(Rput,Xput);n=n+1; %Conversión al sistema Rpu,Xpu
        if n==4000 | abs(Srincl)>=Smax ,break,end, Sri=Sri+Tc;
    end,XX=arreg(XX);Caract_tra(Snom,Vhvnom,Vlvnom,T,P_ncarga,P_total,Rt,Xt);

```

```

if Smax>Snom*1.25,fprintf('Transformador sobrecargado \n'),end
if n>4000 | N>=1,fprintf('Algunos voltajes no convergen pruebe con un Smax menor \n'),end,s=size(XX);s=s(1,1);
fprintf('Pot. Carga kVA\t kW \tkVar \tVol. Carga V\tPot. Antes kVA\tReg. Vol. %% \t Efici %% \n')
for i=1:s, fprintf('%2.2f \t\t%2.2f \t%2.4f \t %2.2f \t %2.1f \t\t%2.2f \t\t%2.2f \n',...
    XX(i,2),XX(i,3),XX(i,4),XX(i,5),XX(i,6),XX(i,7),XX(i,8)),end,x=rand(1,3);
figure(1),set(plot(XX(:,3),XX(:,8)),'color',x),hold on
set(text(max(XX(:,3)),efic,['S=',num2str(Snom),'kVA'],'color',x)
figure(2),set(plot(XX(:,2),XX(:,5)),'color',x),hold on
set(text(max(XX(:,2)),abs(Vrpu),['S=',num2str(Snom),'kVA'],'color',x) %Gráficas de los resultados
end,figure(1),title('(a)Diagrama de bifurcación de la potencia vs la eficiencia' )
xlabel(['Potencia activa de la carga pu, Temperatura de trabajo ',num2str(T),' °C']),ylabel('Eficiencia (%)')
figure(2),title('(b)Diagrama de bifurcación de la potencia vs el voltaje' )
xlabel(['Potencia activa de la carga pu, Temperatura de trabajo ',num2str(T),' °C']),ylabel('Voltaje de la carga pu')
t1=clock; tf=t1-t0;if Smax>Snom*1.25,fprintf('Transformador sobrecargado \n'),end
if n>4000 | N>=1,fprintf('Algunos voltajes no convergen pruebe con un Smax menor \n'),end,s=size(XX);s=s(1,1);
fprintf('Tiempo de operación \n'),fprintf(' Minutos: %3.1f \n',tf(1,5)),fprintf(' Segundos: %2.2f \n \n',tf(1,6))

```

Anexo Q. Algoritmo de la Distancia Dab versus el Voltaje para un Sistema Conectado en Delta

```

function fc_din_SC_3F_D_HV_DiCo(tipo_carga,tipo_conducc,Tc,Tcdico,l,Dac,Dseg,Vso,Ang_Vs,Vro,...
    Sra,Srb,Src,FPa,FPc,FPb,Qca,Qcb,Qcc)
clf,clc,hold on,t0=clock;Vro=Vro.*ones(3,1);Sr=[Sra;Srb;Src];FP=[FPa;FPb;FPc];Qc=[Qca;Qcb;Qcc];Vr=Vro;
fo=60;f=60;n=0;XX=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];N=0;N1=(Dac-2*Dseg)/Tcdico;
Vsab=Vso*(cos(Ang_Vs*pi/180)+i*sin(Ang_Vs*pi/180)); Vsbc=Vso*(cos((Ang_Vs+120)*pi/180)+i*sin((Ang_Vs+120)*pi/180));
Vsca=Vso*(cos((Ang_Vs+240)*pi/180)+i*sin((Ang_Vs+240)*pi/180));Vso=[Vsab;Vsbc;Vsca];
%fc_din_SC_3F_D_HV_DiCo(tipo_carga,tipo_conducc,Tc,Tcdico,l,Dac,Dseg,Vso,Ang_Vs,Vro,Sra,Srb,Src,FPa,FPc,FPb,Qca,Qcb,Qcc)
% Este algoritmo calcula el flujo de carga de un sistema desbalanceado suponiendo que el voltaje de envío se
% encuentra balanceado, en secuencia positiva y en delta, utilizando el algoritmo
% de inyecciones de corriente
%
% donde,
% tipo_conduc es el tipo de conductor de la línea ('raven', 'quail', 'pigeon', 'penguin', 'partridge', 'owl',
% 'ostrich' y 'piper'), tipo_carga es el tipo de carga 'P', 'I' y 'Z'
% l es la longitud del alimentador (m),
% 0-----a-----b-----c
% 0----Dab----0----Dbc----0 (m)
% -----Dac----- (m)
% Vs es el voltaje de Salida de la Subestación fase neutro (kV) , Vro es el voltaje del recibo inicial fase neutro (kV)
% Sra, Srb y Src es la potencia aparente de la inicial carga por fase dela línea (MVA)
% FPa, FPb y FPc es el factor de potencia de cada fase
% Qca, Qcb y Qcc es la compensación reactiva monofasica (KVar) , Smax es la potencia límite
% Tc es el aumento de la carga monofasica para cada paso discreto (MVA), Ang_Vs es el ángulo del voltaje de envío
%
% ejemplo
% fc_din_SC_3F_D_HV_DiCo('P','quail',0.1,0.01,5000,2,0.2,11.4,0,11.4,2,2,2,0.9,0.9,0.9,0,0,0)
%
[Diamec,GMRC,H6025c,H6050c]=Conductor_ACSR_RR(tipo_conducc); %Selección de los parámetros del conductor
Dab=Dseg;Dcb=Dac-Dab;
for i=1:N1
Z=cal_RX_3F_D(Dac,Dab,Dbc,GMRC,Diamec,fo,l,H6025c); %Cálculo de la Resistencia y reactancia
[Pr,Qr]=potencias(Sr,FP); %Cálculo de la potencia aparente
[Vr,N]=fc_SC_3F_D(tipo_carga,Vso,Vr,Pr,Qr,Z,Qc,f,fo,N);
if abs(Vr(1,1)) >= 0 & abs(Vr(2,1)) >= 0 & abs(Vr(3,1)) >= 0 & abs(Vr(1,1)) <= abs(Vso(1,1)).*1.5 & ...
abs(Vr(2,1)) <= abs(Vso(2,1)).*1.5 & abs(Vr(3,1)) <= abs(Vso(3,1)).*1.5 & N==0
n=n+1;XX=[XX;n,abs(Vso(1,1)),angle(Vso(1,1))*180/pi,abs(Vr(1,1)),angle(Vr(1,1))*180/pi,abs(Vr(2,1)),...

```

```

        angle(Vr(2,1))*180/pi,abs(Vr(3,1)),angle(Vr(3,1))*180/pi,abs(Sr(1,1)),abs(Sr(2,1)),abs(Sr(3,1)),Dac,Dab,Dbc];
    end,if n=15000,break,end,Dab=Dab+Tcdico;Dbc=Dac-Dab;
end
XX=arreg(XX);plot(XX(:,14),XX(:,4),'r',XX(:,14),XX(:,6),'b',XX(:,14),XX(:,8),'m',XX(:,14),XX(:,2))*0.9,'k')
text(max(XX(:,14)),abs(Vr(1,1)),'Vab'),text(max(XX(:,14)),abs(Vr(2,1)),'Vbc'),text(max(XX(:,14)),abs(Vr(3,1)),'Vca')
title('Diagrama de Bifurcación de la distancia Dab Vs Voltaje recibo por fase ')
xlabel('Distancia Dab (m)'),ylabel('Magnitud del Voltaje (Vr)(kV)') %Gráficas de los resultados
text(max(XX(:,14))*0.5/5+min(XX(:,14)),min(XX(:,6))+1/10,['Conductor fase =',tipo_conducc])
text(max(XX(:,14))*0.5/5+min(XX(:,14)),min(XX(:,6))+.4/10,['Tipo de carga =',tipo_carga])
text(max(XX(:,14))*0.5/5+min(XX(:,14)),min(XX(:,6))+.7/10,['Longitud =',num2str(1),' m'])
text(max(XX(:,14))*0.5/5+min(XX(:,14)),min(XX(:,6))+1/10,['Dac =',num2str(Dac),' m'])
if Dac==2, x=[1,1];y=[min(XX(:,4)),max(XX(:,8))];line(x,y),text(1,max(XX(:,8)),'Norma Dab=1 m'),end
if Dac==1.1, x=[0.56,0.56];y=[min(XX(:,4)),max(XX(:,8))];line(x,y),text(0.56,max(XX(:,8)),'Norma Dab=0.56 m'),end
if Dac==2.3, x=[1.15,1.15];y=[min(XX(:,4)),max(XX(:,8))];line(x,y),text(1.15,max(XX(:,8)),'Norma Dab=1.15 m'),end
if Dac==2.36, x=[1.30,1.30];y=[min(XX(:,4)),max(XX(:,8))];line(x,y),text(1.30,max(XX(:,8)),'Norma Dab=1.30 m'),end
if Dac==1.86, x=[1.32,1.32];y=[min(XX(:,4)),max(XX(:,8))];line(x,y),text(1.32,max(XX(:,8)),'Norma Dab=1.32 m'),end
s=size(XX);s=s(1,1);NN=0;for i=1:s
    if (abs(XX(i,4)-XX(i,6))<0.001 | abs(XX(i,4)-XX(i,8))<0.001 | abs(XX(i,6)-XX(i,8))<0.001) & NN<=1
        text(XX(i,14),XX(i,6),['Dab =',num2str(XX(i,14)),' m']),NN=NN+1; end,end
fprintf('Datos de un sistema trifásico conectado en estrella con neutro \n')
fprintf('Dac \tDab \tDbc \tVol. Van\t Vol. Vbn\t \t Vol. Vcn \t \n')%Impresión de los resultados
for i=1:s, fprintf('%2.2f \t%2.2f \t%2.2f \t%2.2f Ang %2.2f \t%2.2f Ang %2.2f \t%2.2f Ang %2.2f \n'...
    ,XX(i,13),XX(i,14),XX(i,15),XX(i,4),XX(i,5),XX(i,6),XX(i,7),XX(i,8),XX(i,9)),end
fprintf('\nDatos calculados mediante el algoritmo de inyecciones de corriente para un sistema balanceado \n')

```

Anexo R. Algoritmo de la Potencia versus el Voltaje para un Sistema Conectado en Delta

```

function fc_din_SC_3F_D_HV(tipo_carga,tipo_conducc,Tc,Smax,l,Dac,Dab,Dbc,Vso,Ang_Vs,Vro,...
    Srab,Srbc,Srca,Fpa,Fpc,Fpb,Qca,Qcb,Qcc)
clf,clc,hold on,t0=clock;Vro=Vro.*ones(3,1);Sr=[Srab;Srbc;Srca];FP=[Fpa;FPb;Fpc];Qc=[Qca;Qcb;Qcc];Vr=Vro;
Vr=Vro;fo=60;f=60;n=0;XX=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];N=0;
Vsab=Vso*(cos(Ang_Vs*pi/180)+i*sin(Ang_Vs*pi/180)); Vsbc=Vso*(cos((Ang_Vs+120)*pi/180)+i*sin((Ang_Vs+120)*pi/180));
Vsca=Vso*(cos(Ang_Vs+240)*pi/180)+i*sin(Ang_Vs+240)*pi/180);Vso=[Vsab;Vsbc;Vsca];
%fc_din_SC_3F_D_HV(tipo_carga,tipo_conducc,Tc,Smax,l,Dac,Dab,Dbc,Vso,Ang_Vs,Vro,Srab,Srbc,Srca,Fpa,Fpc,Fpb,Qca,Qcb,Qcc)
% Este algoritmo calcula el flujo de carga de un sistema desbalanceado suponiendo que el voltaje de envío se
% encuentra balanceado, en secuencia positiva y en delta, utilizando el algoritmo
% de inyecciones de corriente
%
% donde,
% tipo_conduc es el tipo de conductor de la línea ('raven', 'quail', 'pigeon', 'penguin', 'partridge', 'owl',
% 'ostrich' y 'piper'), tipo_carga es el tipo de carga 'P', 'I' y 'Z'
% l es la longitud del alimentador (m),
% Dac,Dab y Dcb son las distancias entre las fases así
%
%
%
%
% Vs es el voltaje de Salida de la Subestación fase neutro (kV) , Vro es el voltaje del recibo inicial fase neutro (kV)
% Sra, Srb y Src es la potencia aparente de la inicial carga por fase de la línea (MVA)
% Fpa, FPb y Fpc es el factor de potencia de cada fase
% Qca, Qcb y Qcc es la compensación reactiva monofasica (KVAR) , Smax es la potencia límite
% Tc es el aumento de la carga monofasica para cada paso discreto (MVA), Ang_Vs es el ángulo del voltaje de envío
%
% ejemplo
% fc_din_SC_3F_D_HV('P','quail',0.1,12,5000,2,1,1,11.4,0,11.4,0,0,0,0.95,0.95,0.95,0,0,0)
%
[Diamec,GMRC,H6025c,H6050c]=Conductor_ACSR_RR(tipo_conducc); %Selección de los parámetros del conductor
Z=cal_RX_3F_D(Dac,Dab,Dbc,GMRC,Diamec,fo,l,H6025c); %Cálculo de la Resistencia y reactancia
while abs(Vr(1,1)) >= 0 & abs(Vr(2,1)) >= 0 & abs(Vr(3,1)) >= 0 & abs(Vr(1,1)) <= abs(Vso(1,1)).*1.5 &...
    abs(Vr(2,1)) <= abs(Vso(2,1)).*1.5 & abs(Vr(3,1)) <= abs(Vso(3,1)).*1.5 & N=0
    [Pr,Qr]=potencias(Sr,FP); %Cálculo de la potencia aparente

```

```

[Vr,N]=fc_SC_3F_D(tipo_carga,Vso,Vr,Pr,Qr,Z,Qc,f,fo,N);
if abs(Vr(1,1)) >= 0 & abs(Vr(2,1)) >= 0 & abs(Vr(3,1)) >= 0 & abs(Vr(1,1)) <= abs(Vso(1,1)).*1.5 &...
    abs(Vr(2,1)) <= abs(Vso(2,1)).*1.5 & abs(Vr(3,1)) <= abs(Vso(3,1)).*1.5 & N==0
    n=n+1;XX=[XX;n,abs(Vso(1,1)),angle(Vso(1,1))*180/pi,abs(Vr(1,1)),angle(Vr(1,1))*180/pi,abs(Vr(2,1)),...
        angle(Vr(2,1))*180/pi,abs(Vr(3,1)),angle(Vr(3,1))*180/pi,abs(Sr(1,1)),abs(Sr(2,1)),abs(Sr(3,1))];
    end,if n==15000 | abs(Sr)>=Smax ,break,end,Sr=Sr+Tc;
end
XX=arreg(XX);plot(XX(:,10),XX(:,4),'r',XX(:,10),XX(:,6),'b',XX(:,10),XX(:,8),'m',XX(:,10),XX(:,2))*0.9,'k')
text(max(XX(:,10)),min(XX(:,4)),'a'),text(max(XX(:,10)),min(XX(:,6)),'b'),text(max(XX(:,10)),min(XX(:,8)),'c')
title('Diagrama de Bifurcación de la Potencia Vs Voltaje recibo por fase') %Gráficas de los resultados
xlabel('Magnitud de la Potencia Monofásica de la fase a Sr(P+jQ)(MVA)'),ylabel('Voltaje(Vr)(kV)')
text(max(abs(XX(:,10)))*0.3/5+min(abs(XX(:,10))),max(XX(:,8)).*2/10+min(XX(:,8)),'Longitud =',num2str(1),' m')
text(max(abs(XX(:,10)))*0.3/5+min(abs(XX(:,10))),max(XX(:,8)).*5/10+min(XX(:,8)),'Conductor fase =',tipo_conduccc)
text(max(abs(XX(:,10)))*0.3/5+min(abs(XX(:,10))),max(XX(:,8)).*8/10+min(XX(:,8)),'Tipo de carga =',tipo_carga)
text(max(abs(XX(:,10)))*0.3/5+min(abs(XX(:,10))),max(XX(:,8)).*1.1/10+min(XX(:,8)),'Dac =',num2str(Dac),' m')
text(max(abs(XX(:,10)))*0.3/5+min(abs(XX(:,10))),max(XX(:,8)).*1.4/10+min(XX(:,8)),'Dab =',num2str(Dab),' m')
text(max(abs(XX(:,10)))*0.3/5+min(abs(XX(:,10))),max(XX(:,8)).*1.7/10+min(XX(:,8)),'Dbc =',num2str(Dbc),' m')
x=[max(XX(:,10)),max(XX(:,10))];y=[max(XX(:,2))/2,max(XX(:,2))];set(line(x,y),'Color','m')
if N==1,set(text(max(XX(:,10))*4.2/5,max(XX(:,4))*7/10,'Diverge'),'Color','m'),end
if N==0,set(text(max(XX(:,10))*4.5/5,max(XX(:,4))*7/10,'Smax'),'Color','m'),end
fprintf('Datos de un sistema trifásico conectado en estrella con neutro \n') %Impresión de los resultados
s=size(XX);s=s(1,1);fprintf('Sra=Pra+jQra \t Srb=Prb+jQrb \t Src=Prc+jQrc \t Vol. Van\t Vol. Vbn\t \t Vol. Vcn \n')
for i=1:s, fprintf('%2.2f Ang%2.2f \t%2.2f Ang%2.2f \t%2.2f Ang%2.2f \t%2.2f Ang%2.2f \t%2.2f Ang%2.2f \t \n'...
    ,abs(XX(i,10)),acos(FPa)*180/pi,abs(XX(i,11)),acos(FPb)*180/pi,abs(XX(i,12)),acos(FPc)*180/pi,XX(i,4),XX(i,5)...
    ,XX(i,6),XX(i,7),XX(i,8),XX(i,9)),end
fprintf('\nDatos calculados mediante el algoritmo de inyecciones de corriente para un sistema balanceado \n')

```

Anexo S. Algoritmo de la Distancia Dac versus el Voltaje para un Sistema Conectado en Delta

```

function fc_din_SC_3F_D_HV_DiCol(tipo_carga,tipo_conduccc,Tc,Tcdico,l,Dac,Dseg,Vso,Ang_Vs,Vro,...
    Sra,Srb,Src,FPa,FPC,FPb,Qca,Qcb,Qcc)
clf,clc,hold on,t0=clock;Vro=Vro.*ones(1,3);Sr=[Sra;Srb;Src];FP=[FPa;FPb;FPC];Qc=[Qca;Qcb;Qcc];
fo=60;f=60;Vso=Vso;Vr=Vro';n=0;XX=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];N=0;Nl=(Dac-2*Dseg)/Tcdico;
Vsab=Vso*(cos(Ang_Vs*pi/180)+i*sin(Ang_Vs*pi/180)); Vsbc=Vso*(cos((Ang_Vs+120)*pi/180)+i*sin((Ang_Vs+120)*pi/180));
Vsca=Vso*(cos((Ang_Vs+240)*pi/180)+i*sin((Ang_Vs+240)*pi/180));Vso=[Vsab;Vsbc;Vsca];N=0;
%fc_din_SC_3F_D_HV_DiCol(tipo_carga,tipo_conduccc,Tc,Tcdico,l,Dac,Dseg,Vso,Ang_Vs,Vro,Sra,Srb,Src,FPa,FPC,FPb,Qca,Qcb,Qcc)
% Este algoritmo calcula el flujo de carga de un sistema desbalanceado suponiendo que el voltaje de envío se
% encuentra balanceado, en secuencia positiva y en delta, utilizando el algoritmo
% de inyecciones de corriente
%
% donde,
% tipo_conduc es el tipo de conductor de la línea ('raven', 'quail', 'pigeon', 'penguin', 'partridge', 'owl',
% 'ostrich' y 'piper'), tipo_carga es el tipo de carga 'P', 'I' y 'Z'
% l es la longitud del alimentador (m),
% Dac,Dab y Dcb son las distancias entre las fases así
%
%
%
% Vs es el voltaje de Salida de la Subestación fase neutro (kV), Vro es el voltaje del recibo inicial fase neutro (kV)
% Sra, Srb y Src es la potencia aparente de la inicial carga por fase dela linea (MVA)
% FPa, FPb y FPC es el factor de potencia de cada fase
% Qca, Qcb y Qcc es la compensación reactiva monofasica (KVar) , Smax es la potencia límite
% Tc es el aumento de la carga monofasica para cada paso discreto (MVA), Ang_Vs es el ángulo del voltaje de envío
%
% ejemplos
% fc_din_SC_3F_D_HV_DiCol('P','quail',0.1,0.01,5000,2.3,0.2,11.4,0,11.4,2,2,2,0.9,0.9,0.9,0,0,0)

```

```

% fc_din_SC_3F_D_HV_DiCol('P','quail',0.1,0.01,5000,2.3,0.2,11.4,0,11.4,4,4,4,0.9,0.9,0.9,0,0,0)
%
[Diamec,GMRC,H6025c,H6050c]=Conductor_ACSR_RR(tipo_conducc);           %Selección de los parámetros del conductor
Dab=Dseg;Dbc=Dseg;Dac=Dab+Dbc;
for i=1:N1
    Z=cal_RX_3F_D(Dac,Dab,Dbc,GMRC,Diamec,fo,l,H6025c);               %Cálculo de la Resistencia y reactancia
    [Pr,Qr]=potencias(Sr,FP);                                         %Cálculo de la potencia aparente
    [Vr,N]=fc_SC_3F_D(tipo_carga,Vso,Vr,Pr,Qr,Z,Qc,f,fo,N);
    if abs(Vr(1,1)) >= 0 & abs(Vr(2,1)) >= 0 & abs(Vr(3,1)) >= 0 & abs(Vr(1,1)) <= abs(Vso(1,1)).*1.5 &...
        abs(Vr(2,1)) <= abs(Vso(2,1)).*1.5 & abs(Vr(3,1)) <= abs(Vso(3,1)).*1.5 & N==0
        n=n+1;XX=[XX;n,abs(Vso(1,1)),angle(Vso(1,1))*180/pi,abs(Vr(1,1)),angle(Vr(1,1))*180/pi,abs(Vr(2,1)),...
            angle(Vr(2,1))*180/pi,abs(Vr(3,1)),angle(Vr(3,1))*180/pi,abs(Sr(1,1)),abs(Sr(2,1)),abs(Sr(3,1)),Dac,Dab,Dbc];
    end,if n=15000 ,break,end,Dab=Dab+Tcdico/2;Dbc=Dbc+Tcdico/2;Dac=Dab+Dbc;
end
XX=arreg(XX);plot(XX(:,13),XX(:,4),'r',XX(:,13),XX(:,6),'b',XX(:,13),XX(:,8),'m')
text(max(XX(:,13)),abs(Vr(1,1)),'Vab'),text(max(XX(:,13)),abs(Vr(2,1)),'Vbc'),text(max(XX(:,13)),abs(Vr(3,1)),'Vca')
title ('Diagrama de Bifurción de la Distancia Dac Vs Voltaje recibo por fase ')
xlabel('Distancia Dac (m)'),ylabel('Voltaje(Vr)(kV)')                 %Gráficas de los resultados
text(max(abs(XX(:,13)))*0.9/5+min(abs(XX(:,13))),min(XX(:,4))+.1/10,['Dab = Dbc m'])
text(max(abs(XX(:,13)))*0.9/5+min(abs(XX(:,13))),min(XX(:,4))+.4/10,['Dac máximo =',num2str(Dac),' m'])
text(max(abs(XX(:,13)))*0.9/5+min(abs(XX(:,13))),min(XX(:,4))+.7/10,['Conductor fase =',tipo_conducc])
text(max(abs(XX(:,13)))*0.9/5+min(abs(XX(:,13))),min(XX(:,4))+1/10,['Tipo de carga =',tipo_carga])
text(max(abs(XX(:,13)))*0.9/5+min(abs(XX(:,13))),min(XX(:,4))+1.3/10,['Longitud =',num2str(l),' m'])
fprintf('Datos de un sistema trifásico conectado en estrella con neutro \n') %Impresión de los resultados
s=size(XX);s=s(1,1);fprintf('Dac \tDab \tDbc \tVol. Van\t Vol. Vbn\t \t Vol. Vcn \n')
for i=1:s, fprintf('%2.2f \t%2.2f \t%2.2f \t%2.2f Ang %2.2f \t%2.2f Ang %2.2f \t%2.2f Ang %2.2f \t \n'...
    ,XX(i,13),XX(i,14),XX(i,15),XX(i,4),XX(i,5),XX(i,6),XX(i,7),XX(i,8),XX(i,9)),end
fprintf('\nDatos calculados mediante el algoritmo de inyecciones de corriente para un sistema balaceado \n')

```