Universidad de La Salle
Ciencia Unisalle

Ingeniería Eléctrica | Facultad de Ingeniería

2019

Determinación de un modelo para líneas aéreas de transmisión de energía eléctrica a escala

Nicolás Cerinza Rodríguez
Universidad de La Salle, Bogotá

Luis Alejandro Espinosa Patarroyo
Universidad de La Salle, Bogotá

Follow this and additional works at: https://ciencia.lasalle.edu.co/ing_electrica

Part of the Electrical and Electronics Commons

Citación recomendada

Cerinza Rodríguez, N., & Espinosa Patarroyo, L. A. (2019). Determinación de un modelo para líneas aéreas de transmisión de energía eléctrica a escala. Retrieved from https://ciencia.lasalle.edu.co/ing_electrica/281

This Trabajo de grado - Pregrado is brought to you for free and open access by the Facultad de Ingeniería at Ciencia Unisalle. It has been accepted for inclusion in Ingeniería Eléctrica by an authorized administrator of Ciencia Unisalle. For more information, please contact ciencia@lasalle.edu.co.

DETERMINACIÓN DE UN MODELO PARA LÍNEAS AÉREAS DE TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA A ESCALA

NICOLÁS CERINZA RODRÍGUEZ
LUIS ALEJANDRO ESPINOSA PATARROYO

UNIVERSIDAD DE LA SALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
BOGOTÁ D.C.
2019

DETERMINACIÓN DE UN MODELO PARA LÍNEAS AÉREAS DE TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA A ESCALA

NICOLÁS CERINZA RODRÍGUEZ
LUIS ALEJANDRO ESPINOSA PATARROYO

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de Ingeniero Electricista

Director
Andrés Felipe Panesso Hernández, M.Sc.
Profesor Asistente

UNIVERSIDAD DE LA SALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
BOGOTÁ D.C.
2019

Nota de Aceptación:

_____
_____
_____
_____
_____
_____

_____
Firma del presidente del jurado

_____
Firma del jurado

_____
Firma del jurado

Bogotá D.C., Noviembre de 2019.

Dedico este trabajo de grado a mis padres Luis Eduardo y Yolanda que me han apoyado durante toda mi vida en todos los aspectos posibles, con su paciencia, su amor y disciplina me han permitido crecer como persona, a mi familia en especial a mi tía Yadira que con su apoyo facilito este proceso, a mis compañeros y amigos que me han acompañado durante todo este proceso para llegar a ser profesional, a mi compañero Nicolas que con su ayuda y paciencia logramos llegar a este punto.

Luis Alejandro Espinosa Patarroyo

Mis padres Camilo y Liliana quienes me dieron la vida, con su amor, apoyo y disciplina a pesar de todos los tropiezos nunca se rindieron por sacarme adelante, el día de hoy se cumple este logro más importancia en mi vida, gracias por inculcar en mi la responsabilidad y enseñarme a nunca rendirme por más complicada que este la situación. A mi hermana Salomé ya que es mi inspiración para ser un gran hombre y dejarle grandes enseñanzas en su vida. A toda mi familia porque sin sus buenos deseos y consejos hicieron en mí una mejor persona en especial a mi tía Martha ya que siempre la tengo presente en mi vida, mi compañero Alejandro que con su ayuda y paciencia logramos este gran triunfo en nuestras vidas.

Nicolás Cerinza Rodríguez

AGRADECIMIENTOS

La realización de esta monografía se ha logrado gracias al acompañamiento y asesoría que recibimos de nuestros compañeros y profesores a lo largo de la carrera. Especialmente, quisiéramos agradecer a nuestro director de proyecto de grado el Ing. Andrés Felipe Panesso Hernández ya que nos brindó todo el apoyo necesario, así como su comprensión y paciencia para elaborar este proyecto. Sin su guía, la realización de este no hubiese sido posible.

Agradecemos a nuestras familias por todo el apoyo para darnos esta formación a lo largo de nuestras vidas y su ayuda para ser unos grandes ingenieros electricistas.

ÍNDICE GENERAL

Pág.

1. INTRODUCCIÓN 11
   1.1 Descripción del problema 11
   1.2 Formulación del problema 12
   1.3 Aportes del proyecto 12
   1.4 Estructura del documento 13
2. LÍNEAS DE TRANSMISIÓN Y CANTIDADES INVOLUCRADAS EN EL MODELO A ESCALA 15
   2.1 Descripción de líneas de transmisión y variables a escalar 15
   2.2 Ecuaciones generales de líneas de transmisión 17
   2.3 Modelo de línea larga 18
      2.3.1 Características del modelo 18
      2.3.2 Ecuaciones del modelo 19
3. EFECTO DE LA CONFIGURACIÓN 20
   3.1 Suposiciones 20
      3.1.1 Transposición completa 20
      3.1.2 Efecto del suelo 20
   3.2 Configuraciones típicas 20
   3.3 Factor K 21
4. MODELO A ESCALA 22
   4.1 Ecuaciones para el modelo a escala 22
   4.2 Modelo definido 24
5. EVALUACIÓN DEL MODELO A ESCALA 25
   5.1 Algoritmo para escalamiento de una línea aérea de transmisión 25
   5.2 Evaluación del algoritmo 26
      5.2.1 Distancia mutua 26
      5.2.2 Distancia ente conductores 27
      5.2.3 Frecuencia 28
      5.2.4 Longitud de la línea 29
6. CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO 30
   6.1 Conclusiones generales 30
   6.2 Recomendaciones 30
   6.3 Trabajo futuro 31
7. REFERENCIAS 32

ÍNDICE DE TABLAS

Pág.

Tabla 1. Evaluación de cantidades a escalar. 16

ÍNDICE DE FIGURAS

Pág.

Figura 1. Documentos por año relacionados con el modelado de líneas de transmisión y el escalamiento de sus variables..... 12
Figura 2. Comparación de documentos con distintos países..... 13
Figura 3. Circuito de constantes generalizadas. 19
Figura 4. Algunas configuraciones básicas. 21
Figura 5. Algoritmo utilizado para el escalamiento. 25
Figura 6. Comportamiento de la tensión y la corriente en el rango de D_m. 26
Figura 7. Comportamiento de la tensión y la corriente en el rango de *R*. 27
Figura 8. Comportamiento de la tensión y la corriente en el rango de *f*. 28
Figura 9. Comportamiento de la tensión y la corriente en el rango de *X*. 29

GLOSARIO

PARÁMETROS ELÉCTRICOS: Son los componentes que forman la totalidad de los modelos de los sistemas eléctricos actuales. Estos van desde un simple circuito hasta los más complejos sistemas de potencia, siendo posible realizar una clasificación de los componentes eléctricos, dependiendo de la forma en que estos influyen dentro de un sistema eléctrico. Se crean dos grupos diferenciados: los parámetros eléctricos longitudinales, formados por la resistencia y la inductancia; y los parámetros eléctricos transversales formados por la capacitancia y la conductancia (Mujal, 2010, pág. 13).

LÍNEAS AÉREAS: Es el elemento de transmisión o distribución formado por conductores desnudos apoyados sobre elementos aislantes que, a su vez, son mantenidos a una determinada altura sobre el suelo y en una determinada posición, por medio de apoyos repartidos a lo largo de su recorrido (Bruno, 2011).

LÍNEAS DE TRANSMISIÓN TRANSPUESTAS: Las líneas cuando recorren grandes distancias presentan reactancias distribuidas inductivas y capacitivas por la configuración geométrica, para anular estos efectos se realizan transposiciones completas que invierte la posición de dos fases entre aproximadamente cada tercio de recorrido (SectorElectricidad, 2016).

MODELO DE LÍNEA LARGA: Líneas que, para realizar su cálculo, no es suficiente con contemplar los efectos que ejerce la resistencia, inductancia, capacitancia y conductancia en su forma concentrada. La línea es demasiado larga para reunir los efectos de estos parámetros en un solo punto, siendo necesarios distribuir los parámetros transversales y longitudinales de forma continua (Mujal, 2010, pág. 44).

MODELO A ESCALA REDUCIDA: Representaciones de un objeto que son más grandes o pequeños que el tamaño real del objeto representado, y fabricado con precisión de acuerdo con el tamaño relativo. Típicamente, el modelo a escala es menor que el original y se utiliza para ilustrar el objeto, para un juguete o de colección, o como una guía para la construcción en su tamaño completo (Ernst, 2004) citado por (Tesauro de Arte & Arquitectura -TA&A-, 2019).

RESUMEN

Se presenta el cómo se puede evidenciar el comportamiento de una línea de transmisión aérea, a partir de sus componentes y estas como se pueden llegar a ser modeladas para un funcionamiento a escala, teniendo en cuenta qué restricciones tienen cada uno de estos parámetros que comprenden a la línea aérea de transmisión.

Es necesario recalcar que para la implementación del modelo no se tomaron los efectos de las torres, los herrajes ni aisladores en la línea de transmisión, y se asumieron como valores propios. También se centró en un modelo de régimen permanente, por lo que los modelos o parámetros que se requieran para modelar una línea aérea en régimen transitorio, está fuera de su alcance.

Con la creación del modelo este se formuló de manera general para su aplicación en cualquier sistema eléctrico de potencia, dando como resultado el modelo se implementó en una herramienta computacional con el fin de observar el comportamiento de la línea aérea de transmisión a escala, con un caso base de una línea aérea de transmisión real para así este proyecto estará fijando las bases para el diseño de un prototipo a escala con fines académicos más no estarán incluidos en este proyecto.

1. INTRODUCCIÓN

Es importante evaluar el comportamiento de las líneas de transmisión para así analizar y comprender las componentes, realizando la observación del cómo operan las líneas en el SEP, como primera instancia evaluar el tramo o distancia de la ruta para el transporte de energía eléctrica; continua con la selección donde se define el tipo de conducto a usar teniendo en cuenta la determinación de la carga eléctrica o física a la cual estará sometida; tipo de configuración que se manejara en el sistema y por último el desarrollo en el cual se plantea que parámetros van a afectar la línea de modo que no tenga eventos de inestabilidad. En este orden de ideas se están realizando un conjunto de procesos independientes para así llegar al sistema de transporte de energía.

Este análisis se hizo para la comunidad académica donde se implementó un modelo a escala para facilitar los experimentos de fenómenos y sistemas en el cual se pueda observar el comportamiento que tiene una línea aérea utilizando este modelo, teniendo en cuenta las cantidades del mismo y factores externos, que están relacionados a un conjunto de ecuaciones donde están tomando los parámetros de una línea de transmisión aérea, además de cuáles variables determinan una dependencia para su escalamiento.

Formulando el modelo se determinó el comportamiento de los parámetros analizando cada una de las cantidades a desarrollar y como cada una de ellas afecta al sistema de transporte de energía, haciendo un gran trabajo de encontrar cuales variables son de gran de pendencia para reducir el sistema. De esta forma los resultados de este modelo establecieron las bases para el posterior diseño y construcción de una línea a escala.

1.1 Descripción del problema

Para observar en la actualidad todos los fenómenos que se presentan durante el funcionamiento de una línea de transmisión aérea no es posible, a no ser de ir al lugar en específico. Otros factores a tener en cuenta, el costo que con lleva, la seguridad para el usuario y perjudicial para el sistema de potencia, realizar pruebas mientras que la línea este en operación para la evaluación de distintos aspectos y realizar experimentos para observar estudios de interés.

Este modelo observa el comportamiento de los parámetros de una línea aérea de transmisión eléctrica que guarde fidelidad con el sistema físico implementado, que permita hacer el

seguimiento de manera versátil y sin consecuencia de afectar el SEP, así mismo poder mostrar este comportamiento para que pueda ser utilizado con diferentes fines académicos.

El proyecto se centró en encontrar un modelo que permita describir el comportamiento de una línea aérea de transmisión real, donde las cantidades obtenidas se adecuen a valores que puedan llegar a ser manipulados por el usuario de una manera didáctica y portátil para estudios académicos.

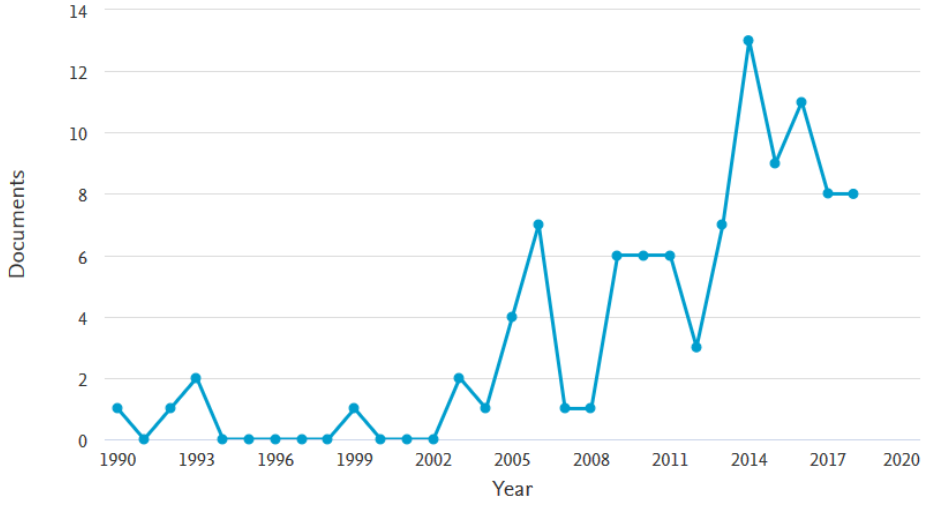
1.2 Formulación del problema

¿Cómo escalar una línea de transmisión de energía eléctrica de forma que sea físicamente funcional y de fácil portabilidad?

1.3 Aportes del proyecto

Con el presente trabajo se aporta un modelo a escala para mejorar la experimentación de fenómenos y sistemas que, de lo contrario serían muy costosos o presentan grandes riesgos para el estudio, además de beneficiar la comunidad académica para futuros estudios, por último, ser el modelo base para el posterior diseño y construcción de una línea aérea a escala de energía eléctrica.

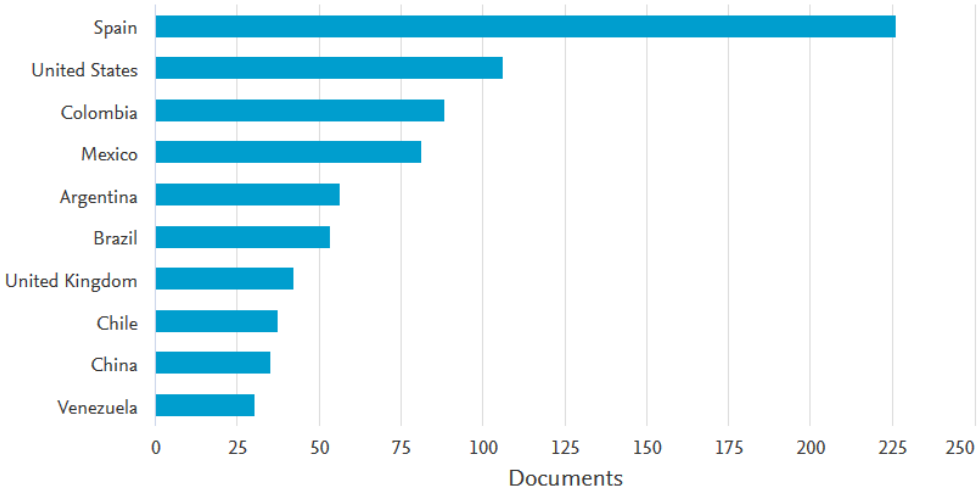
Figura 1. Documentos por año relacionados con el modelado de líneas de transmisión y el escalamiento de sus variables.



Fuente: Tomada de (Scopus, 2019).

Como se puede observar en la Figura 1, en los últimos años se han realizado estudios, donde el tema a escoger ha estado en tendencia y se quieren seguir aumentando los estudios para prolongarlos, además de seguir promoviendo estas publicaciones. Diciendo que estos estudios no están siendo abandonados si no que por lo contrario se sigue incentivando el desarrollo sobre las líneas áreas de transmisión de energía eléctrica.

Figura 2. Comparación de documentos con distintos países.



Fuente: Tomada de (Scopus, 2019).

En la Figura 2Figura 2. Comparación de documentos con distintos países., se analizan los datos donde más están haciendo estudios a lo largo de los años sobre líneas de transmisión en el énfasis de parámetros eléctricos de estas. Es favorable estos estudios para analizar en qué sectores implican los parámetros de las líneas para el progreso de futuros estudios e innovaciones para el desarrollo.

1.4 Estructura del documento

Este documento está dividido en seis capítulos, en los cuales se hace inicialmente una presentación acerca de las líneas de transmisión y su funcionamiento. Así mismo, en el primer capítulo se determina la descripción y formulación del problema, de igual forma se establecen los objetivos generales y específicos.

El capítulo dos hace referencia a las variables involucradas para así determinar el modelo a escala de la línea de transmisión, en él se expresa las ecuaciones utilizadas para la implementación del modelo. Además, en el tercer capítulo se involucra una constante que da a conocer el modelo para cualquier tipo de configuración.

En el cuarto se da a conocer el modelo, además del modelo a usar y su función, donde sea la base para el diseño y construcción del prototipo a futuro. También su resultado, así se podrá comparar los resultados con la línea de transmisión real y escala. En el quinto capítulo se evalúa el desempeño del modelo, dando a conocer el cambio en la línea de transmisión escalada y como el nuevo comportamiento que representara al momento de evidenciar las variables dependientes en los parámetros. Las conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros son los aspectos que conforman el sexto capítulo.

2. LÍNEAS DE TRANSMISIÓN Y CANTIDADES INVOLUCRADAS EN EL MODELO A ESCALA

En este capítulo se describe detalladamente las variables que se utilizaron para el modelo a escala de una línea de transmisión, teniendo en cuenta las cantidades que van a ser afectadas, donde a partir de las expresiones de tensión de envío y recibo, y de las de corriente de envío y recibo para un modelo de línea larga. Se explica el efecto de la frecuencia, distancia mutua, distancia propia, longitud de la línea y número de conductores en el cálculo de los parámetros propios en una línea.

Se quiere dar a conocer el conjunto ecuaciones que permitan obtener el modelo a escala, donde este llegue a un comportamiento relacionado al de la línea de transmisión real. Por tal motivo este capítulo es el comienzo de todo el proceso hasta llegar al modelo propuesto.

2.1 Descripción de líneas de transmisión y variables a escalar

Para la iniciación es importante conocer cuáles son las características esenciales para las líneas de transmisión, siendo el transporte de energía eléctrica una región del espacio limitado por el medio físico que constituye la propia línea. Este proceso para el suministro de la energía eléctrica. Están conformadas por conductores eléctricos, representados por elementos de circuito que modelan con parámetros concentrados, una línea cuyo comportamiento indica que tiene los parámetros distribuidos. En el desarrollo conceptual y de análisis los parámetros eléctricos empleados en una línea de transmisión son fundamentales para determinar propiedades eléctricas de la línea.

Teniendo en cuentas los parámetros y cada variable se define que cantidades se pueden escalar y cuáles serán fijas.

Tabla 1. Evaluación de cantidades a escalar.

VARIABLES	PARÁMETROS			ESCALABLE		JUSTIFICACIÓN
	R	L	C	SÍ	NO	
Longitud efectiva del conductor [L]	X	X	X	X		Afecta a todos los parámetros dependiendo del tamaño o longitud de la línea.
Distancia mutua [D_m]		X	X	X		Varía desde tipo de configuración a usar y depende del conductor que establece la distancia entre cada uno para una distancia equivalente, reduciendo su tamaño.
Distancia propia [D_s]		X	X	X		Varía desde tipo de configuración a usar y depende del conductor que se puede reducir cambiando a un conductor con menor capacidad para así tener un menor tamaño.
Radio del cable [r]				X		Cambia dependiendo el conductor a usar, además de su uso.
Temperatura del conductor [T]	X	X	X	X		Como se va a alterar su tamaño según la corriente que circula.
Permeabilidad relativa conductor [μ_r]		X		X		Al ser adimensional, los materiales se pueden clasificar y varían según su temperatura
Permitividad relativa conductor [ε_r]			X	X		Se puede variar la cantidad de flujo electrostático que se puede almacenar dependiendo el material.
Frecuencia angular [ω]				X		Depende del valor de la frecuencia (*f*) que en el caso de estudio puede variar.
Constante de propagación [γ]	X	X	X	X		Por los parámetros propios que son constantes, su dependencia a la frecuencia angular, geometría y material.
Área transversal [A]	X			X		Puede variarse según la longitud del material.
Resistividad del conductor [ρ_c]	X				X	Constante que depende del material a una temperatura dada por el fabricante.
Temperatura ambiente [T_a]	X	X	X		X	Intensidad de calor o frío, que lo estipula el medio ambiente cambiando dependiendo la zona.
Permitividad del espacio libre [ε_0]			X		X	Estipulada como una constante de capacitancia por metro.
Tipo de configuración	X	X	X		X	Depende de la configuración a usar, cambiaran sus distancias mutuas.
Resistividad del suelo [ρ]	X				X	Se estipula como la resistencia específica del suelo a un nivel de profundidad, dando un valor exacto en ese punto.
Permeabilidad del medio [μ_m]		X			X	Constante que depende del medio, como la media de capacidad para establecer el flujo magnético.
Medio circundante [mr]	X	X			X	Constante, depende del medio donde se encuentre la línea, para tener en cuenta en el efecto piel.
Número de conductores	X	X	X		X	Valor fijo que depende de la configuración a usar.

Fuente: Elaboración propia.

2.2 Ecuaciones generales de líneas de transmisión

Se describe los parámetros eléctricos para una línea de transmisión aérea de una forma detallada y se asignan parámetros de línea los siguientes:

Resistencia por unidad de longitud.

$$R = p\frac{l}{A}\ [\Omega/m] \tag{2.1}$$

Donde:
R: Es la resistencia eléctrica a 20°C (Ω).
p: Es la resistividad volumétrica del material a una resistencia dada (Ω en mm^2/m).
l: Es la longitud efectiva del conductor (m).
A: Es el área de la sección transversal (mm^2).

Inductancia por unidad de longitud

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{D_{eq}}{RMG}\right)\ [H/m] \tag{2.2}$$

Donde:
L: Inductancia eléctrica (H/m).
μ_0: Permeabilidad absoluta.
D_{eq}: Distancia medida geométrica mutua entre fases (mm).
RMG: Radio medio geométrico (mm).

Capacitancia por unidad de longitud.

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{D_{eq}}{R_{ext}}\right)}\ [F/m] \tag{2.3}$$

Para una adecuada comprensión estas variables y su relación con las líneas de transmisión, es necesario entender que están compuestas por una resistencia por unidad de longitud; inductancia por unidad de longitud; capacitancia por unidad de longitud; conductancia por unidad de longitud. En este conjunto, la resistencia va a depender de la resistividad de los conductores (temperatura) y de la frecuencia. La inductancia donde la relación entre el flujo magnético y la corriente eléctrica, modela el proceso de almacenamiento energético en forma de campo magnético que se produce en la línea. El condensador por su parte cuya capacidad depende del área de los conductores, su separación y la constante dieléctrica del material que

los separa. La conductancia desarrolla el estudio de las corrientes de fuga que pasan de las fases directo a tierra donde el dieléctrico tiene resistividad finita y no es uniforme en el entorno, este término junto a la resistencia contribuye a las atenuaciones o perdidas en la línea.

2.3 Modelo de línea larga

Se propuso el modelo de línea larga teniendo en cuenta que un modelo de línea corta no es factible ya que no presenta términos de capacitancia y su distancia es corta (< 80 km), además el modelo de línea media presenta todos los parámetros concentrados pero sus ecuaciones de tensión, corriente e impedancia no son del todo precisas y permiten manejar menos variables para el escalamiento y el funcionamiento del modelo propuesto. Además, para el cálculo de las magnitudes eléctricas se realiza la distribución de parámetros de forma continua lo que permite la utilización de fórmulas más completas y estructuradas.

2.3.1 Características del modelo

Para líneas de 250 km o más, para una solución más precisa se debe considerar el efecto exacto de los parámetros distribuidos. Se modela mediante parámetros distribuidos donde maneja ondas incidentes y ondas reflejadas, se manejan variables de impedancia característica, constante de propagación, impedancia unitaria de la línea y admitancia unitaria de la línea.

Este modelo a diferencia de los otros modelos de línea define nuevos parámetros que responden a las siguientes características: impedancia característica

$$\boldsymbol{Z_c = \sqrt{\frac{z_{línea}}{y_{línea}}}} \tag{2.4}$$

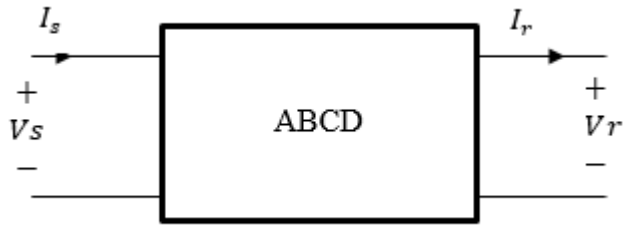
Es la impedancia natural que presentiría una línea en la que se obtiene una relación de voltaje contra corriente donde se mantiene constante a lo largo de toda la longitud. La impedancia característica es independiente de su longitud, además se da en líneas demasiado largas en donde el efecto de la onda reflejada puede considerarse despreciable y solo se tiene en cuenta los efectos que introduce la onda directa.

2.3.2 Ecuaciones del modelo

La línea de transmisión puede ser representada como un circuito de constantes generalizadas y las ecuaciones de tensión de envío y corriente de envió pueden ser escritas en los términos de las contantes A, B, C y D. Como se muestra a continuación (Saadat, 2002).

Este modelo se plantea con el método de las funciones hiperbólicas que consiste en la aplicación directa de funciones hiperbólicas y circulares, considerándose las constantes (A y D) iguales, siempre que la línea funcione en régimen permanente y la carga sea equilibrada. Como normalmente estas serán las condiciones de funcionamiento, esta igualdad podrá considerarse siempre que no se indique lo contrario (Mujal, 2010).

Figura 3. Circuito de constantes generalizadas.



Fuente: Elaboración propia.

Donde:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\boldsymbol{\gamma} l) & \boldsymbol{Z_c} \sinh(\boldsymbol{\gamma} l) \\ \sinh(\boldsymbol{\gamma} l)/\boldsymbol{Z_c} & \cosh(\boldsymbol{\gamma} l) \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Encontrando de esta manera la relación entre el extremo emisor y el extremo receptor de la línea teniendo en cuenta las variables antes mencionadas, se obtiene que.

$$\boldsymbol{V_s} = \cosh(\boldsymbol{\gamma} l)\, \boldsymbol{V_r} + \boldsymbol{Z_c} \sinh(\boldsymbol{\gamma} l)\, \boldsymbol{I_r} \tag{2.6}$$

$$\boldsymbol{I_s} = \frac{1}{\boldsymbol{Z_c}} \sinh(\boldsymbol{\gamma} l)\, \boldsymbol{V_r} + \cosh(\boldsymbol{\gamma} l)\, \boldsymbol{I_r} \tag{2.7}$$

Para estas ecuaciones se tiene en cuenta la impedancia caracteristica de la línea ($\boldsymbol{Z_c}$), la contante de propagación ($\boldsymbol{\gamma}$) y la longitud de la línea (l).

3. EFECTO DE LA CONFIGURACIÓN

3.1 Suposiciones

Para el proyecto realizado se tuvo en cuenta diferentes suposiciones que permitieran realizar un acercamiento al modelo a escala, estas suposiciones se hicieron teniendo en cuenta que para el prototipo buscado no se van a tener en cuenta efectos que se pueden presentar en el funcionamiento de la línea real, en este caso, el efecto del suelo y que se realizó en una línea totalmente traspuesta.

3.1.1 Transposición completa

Se utilizó una línea totalmente traspuesta debido a que una línea totalmente traspuesta no presentan reactancias distribuidas, reducen las pérdidas del sistema y también a que permite manejar ecuaciones con parámetros distribuidos.

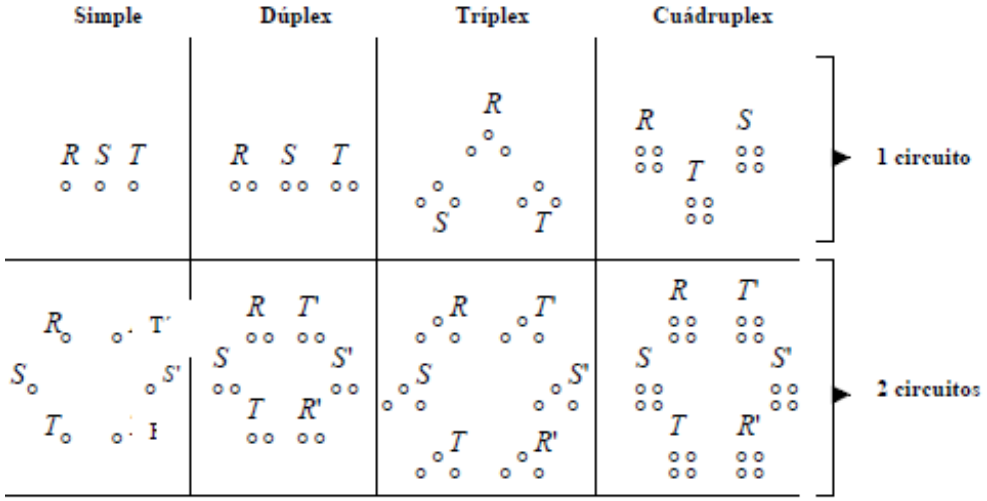
3.1.2 Efecto del suelo

Se desprecia el efecto del suelo ya que podría afectar el valor de la capacitancia de la línea, modificando el campo eléctrico de los conductores, despreciando también las ecuaciones utilizadas para el cálculo de líneas de transmisión con reflejo.

3.2 Configuraciones típicas

Las configuraciones más comunes de los circuitos eléctricos para el transporte de energía eléctrica se muestran en la Figura 3, donde se presenta las configuraciones de los circuitos eléctricos convencionales en líneas aéreas de transmisión (Stevenson & Grainger, 1996).

Figura 4. Algunas configuraciones básicas.



Fuente: Tomada de (Stevenson W. D., 1955).

3.3 Factor K

A partir de las ecuaciones de inductancia (2.2) y capacitancia (2.3) se despejo la variable de distancia equivalente para encontrar una relación cuando se cambiaba los conductores, a partir de esto se dedujo un factor "K" que es dependiente del tipo de configuración utilizado, teniendo en cuenta que son líneas completamente traspuesta y se desprecia el efecto del suelo, cabe resaltar que el valor del factor K es constante.

4. MODELO A ESCALA

Para obtener el modelo se tuvo en cuenta un conjunto de ecuaciones para una configuración de línea de transmisión larga, que serán descritas a continuación, teniendo en cuenta valores definidos mediante un caso base se encontró la relación para definir un valor aproximado entre el valor real y el escalado.

4.1 Ecuaciones para el modelo a escala

Para hallar el modelo, fue necesario encontrar una relación de las variables con las ecuaciones, partiendo de las ecuaciones específicas que permitieran sustituir en las ecuaciones de resistencia, inductancia y capacitancia, y que a su vez las tres se encuentran incluidas en la ecuación de impedancia característica (4.1).

La primera ecuación para tener en cuenta es la que involucra el D_s que será sustituido en las ecuaciones (2.1) y (2.2), entonces.

$$D_s = \sqrt[N]{N \cdot r' \cdot R^{N-1}} \tag{4.1}$$

Donde N representa el número de conductores, r' es dependiente de la variable que se desee encontrar, para inductancia es el RMG (radio medio geométrico) y para capacitancia es el radio externo del conductor, R por otro lado se ve representado, como.

$$R = \frac{d}{\sin\left(\frac{\pi}{N}\right)} \tag{4.2}$$

Al realizar la sustitución de estas ecuaciones en las fórmulas de inductancia y capacitancia se obtuvieron las siguientes ecuaciones.

$$l = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D_m}{\sqrt[N]{N \cdot RMG \cdot R^{N-1}}}\right) \tag{4.3}$$

$$c = \frac{2\pi\varepsilon_0}{ln\left(\frac{D_m}{\sqrt[N]{N \cdot R_{ext} \cdot R^{N-1}}}\right)} \tag{4.4}$$

Por otra parte, para encontrar la ecuación que relacionara la resistencia, se tuvo en cuenta el *mr* que es definido por (4.5).

$$mr = 0.0636\sqrt{\frac{\mu_r f}{1.0609 \cdot R_0}} \tag{4.5}$$

Donde μ_r es la permeabilidad magnética relativa del medio que típicamente toma un valor de 1 (valor asignado para el vacío) para este tipo de cálculos (Anderson, 1995), y f es la frecuencia eléctrica de operación de la línea. Definiendo la relación de la resistencia en CA (R) y CD (R_0).

$$\alpha_R = \frac{R}{R_0} \tag{4.6}$$

Donde el valor de la resistencia es definido por la siguiente ecuación.

$$r = \alpha_R R_0 = \alpha_r (mr) R_0 \tag{4.7}$$

Relacionando la ecuación de γ que se encuentra en las ecuaciones (2.6) y (2.7), se deduce que.

$$\omega = 2\pi f \tag{4.8}$$

Y al realizar la sustitución se obtuvo que

$$\boldsymbol{\gamma} = \sqrt{\boldsymbol{z_{line}} \cdot \boldsymbol{y_{line}}} = \sqrt{(r + j\omega l)(j\omega c)} \tag{4.9}$$

Por último, la ecuación que permitió relacionar las variables de inductancia, capacitancia, resistencia y frecuenta que fueron las variables principales para el modelo encontrado es la de impedancia característica que está definida por.

$$\boldsymbol{Z_c} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{z_{line}}}{\boldsymbol{y_{line}}}} = \sqrt{\frac{r + j\omega l}{j\omega c}} \tag{4.10}$$

$$\begin{cases} A = \mathcal{R}e\{\sinh(\boldsymbol{\gamma} l)\} \\ B = \mathcal{I}m\{\sinh(\boldsymbol{\gamma} l)\} \\ C = \mathcal{R}e\{\cosh(\boldsymbol{\gamma l})\} \\ D = \mathcal{I}m\{\cosh(\boldsymbol{\gamma} l)\} \end{cases} \tag{4.11}$$

$$V_{Sr} = C \cdot V_{Sr} - D \cdot V_{Sr} + Z_{Cr} \cdot A \cdot I_{Rr} - Z_{Cr} \cdot B \cdot I_{Ri} - Z_{Ci} \cdot A \cdot I_{Ri} - Z_{Ci} \cdot B \cdot I_{Rr} \quad (4.12)$$

$$V_{Si} = D \cdot V_{Rr} + C \cdot V_{Ri} + Z_{Cr} \cdot A \cdot I_{Ri} + Z_{Cr} \cdot B \cdot I_{Rr} + Z_{Ci} \cdot A \cdot I_{Rr} - Z_{Ci} \cdot B \cdot I_{Ri} \quad (4.13)$$

$$I_{Sr} = \frac{A}{Z_{Cr}} V_{Rr} + \frac{B}{Z_{Ci}} V_{Rr} - \frac{B}{Z_{Cr}} V_{Ri} - \frac{A}{Z_{Ci}} V_{Ri+} C \cdot I_{Rr} - D \cdot I_{Ri} \quad (4.14)$$

$$I_{Si} = \frac{B}{Z_{Ci}} V_{Ri} + \frac{A}{Z_{Ci}} V_{Rr} + \frac{A}{Z_{Cr}} V_{Ri} + \frac{B}{Z_{Cr}} V_{Rr+} D \cdot I_{Rr} - C \cdot I_{Ri} \quad (4.15)$$

4.2 Modelo definido

Teniendo en cuenta el modelo de la línea a escalar, y las variables involucradas para el escalamiento, se definió el siguiente modelo que permitió encontrar la relación para el respectivo escalamiento.

$$\begin{aligned} & min \left| g(\bar{x}) - h(\bar{x}) \right| \\ s.t. \quad & \\ & D_m > \sqrt[N]{N \cdot RMG \cdot R^{N-1}} \\ & D_m > \sqrt[N]{N \cdot R_{ext} \cdot R^{N-1}} \\ & \bar{x} \in \mathbb{R} \\ & N \in \mathbb{N} \end{aligned} \quad (4.15)$$

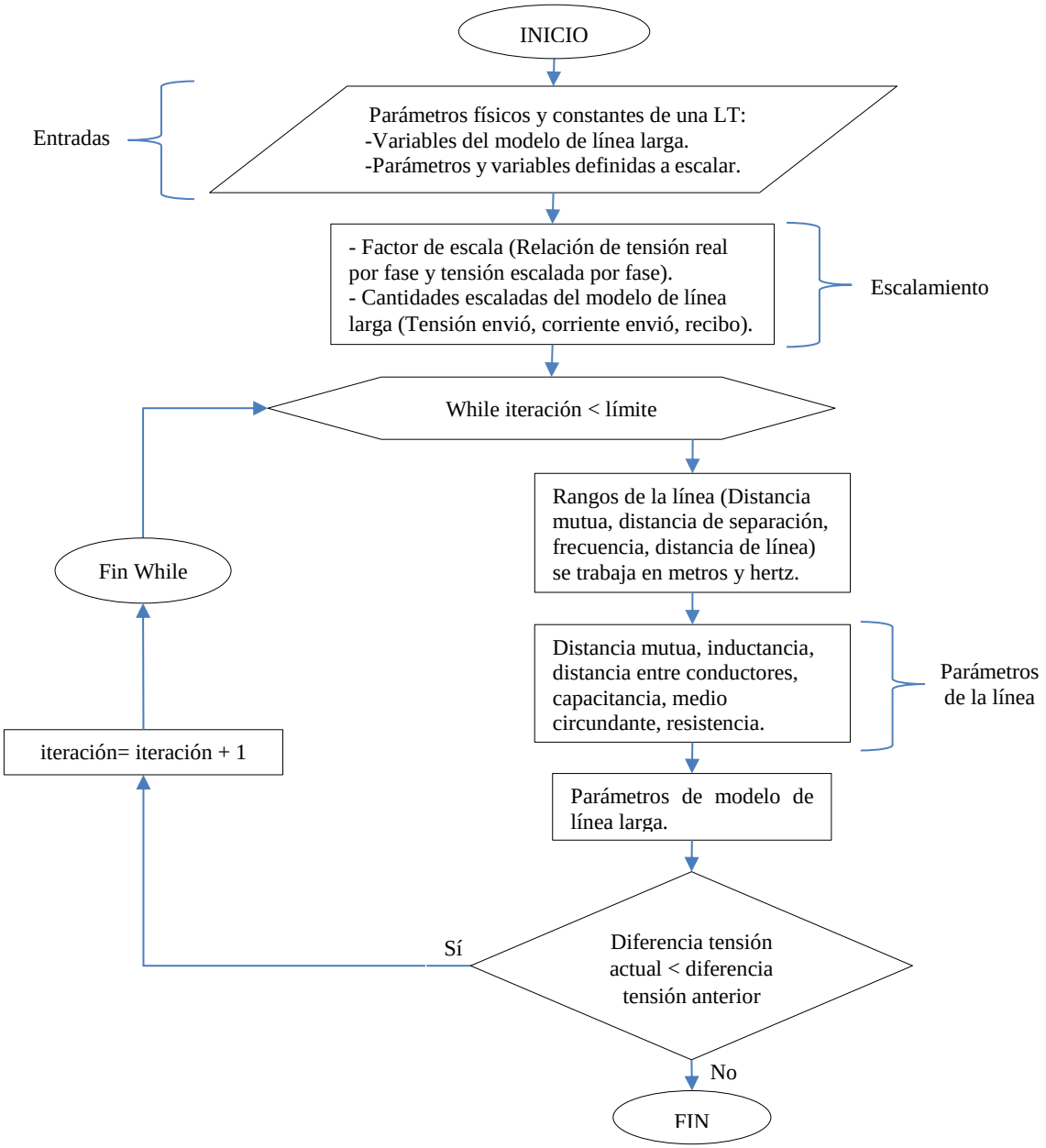
Donde:
$g(\bar{x})$ es el modelo de línea tomado como ejemplo.
$h(\bar{x})$ es el modelo de línea escalada.
$\bar{x}$ es el conjunto de variables a ser escaladas, es decir $\bar{x} = [f, D_m, d, X, N]$.

5. EVALUACIÓN DEL MODELO A ESCALA

5.1 Algoritmo para escalamiento de una línea aérea de transmisión

Se presenta la metodología donde se anexa el diagrama de flujo para observar las fases del escalamiento de una línea aérea de transmisión de energía eléctrica.

Figura 5. Algoritmo utilizado para el escalamiento.



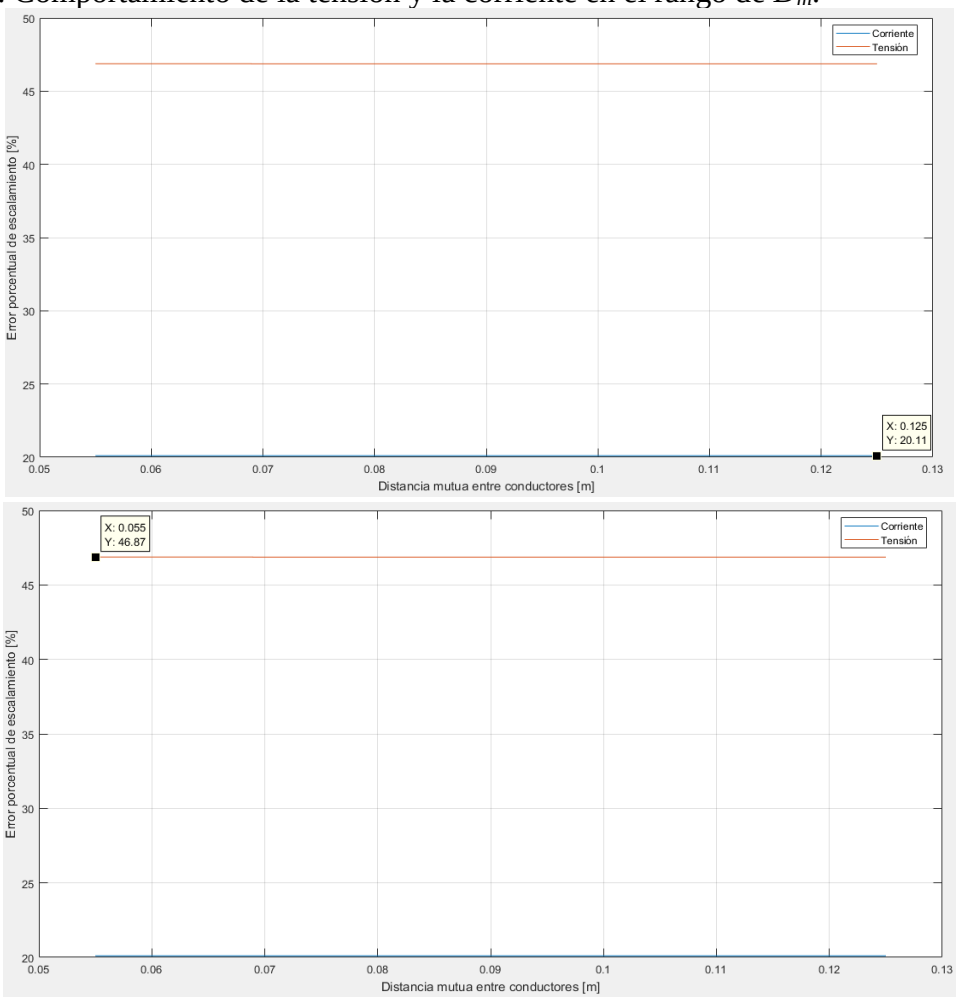
5.2 Evaluación del algoritmo

A continuación, se presentan las gráficas para la evaluación del modelo teniendo en cuenta el seudocódigo presentado anteriormente, donde se procede hacer la evaluación una variable del modelo fija y las otras que varíen en un rango definido para así obtener la relación de tensión y corriente con el error que se tiene en el escalamiento de la línea, además del rango en el que se va a usar la variable en una situación a escalar.

Se evaluó el conjunto de variables mostrado en la ecuación (4.15) donde se asumen valores en un rango definido para observar el comportamiento de cada una frente al modelo a escala, sin tener en cuenta la variable "*N*" ya que fue fija para dicho modelo.

5.2.1 Distancia mutua

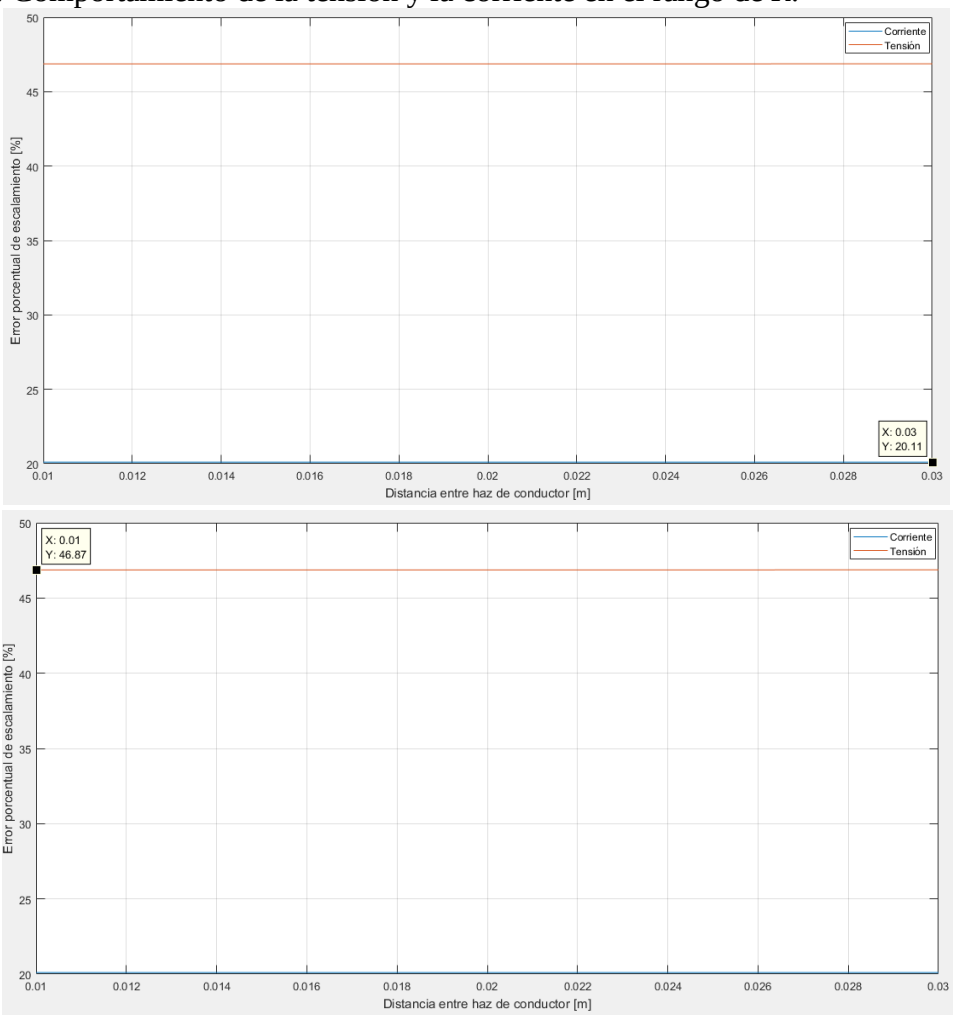
Figura 6. Comportamiento de la tensión y la corriente en el rango de D_m.



Fuente: Elaboración propia.

5.2.2 Distancia ente conductores

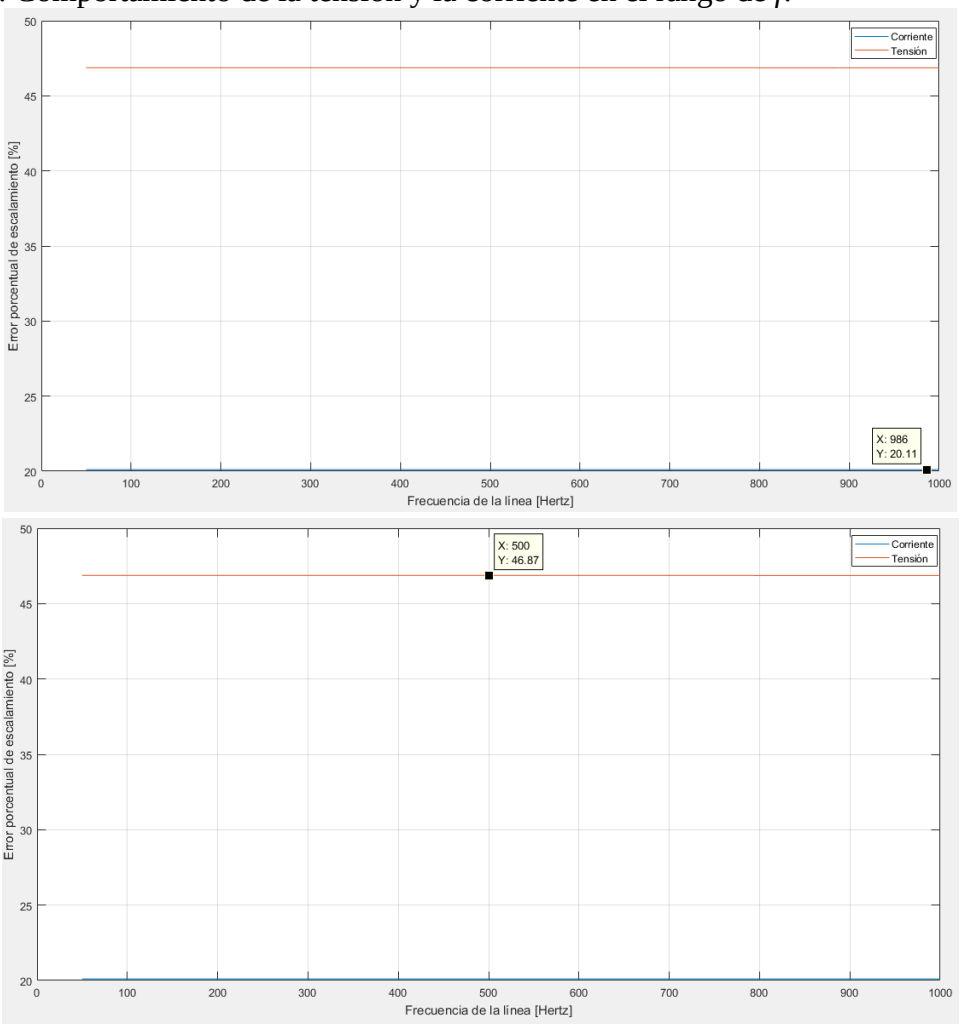
Figura 7. Comportamiento de la tensión y la corriente en el rango de *R*.



Fuente: Elaboración propia.

5.2.3 Frecuencia

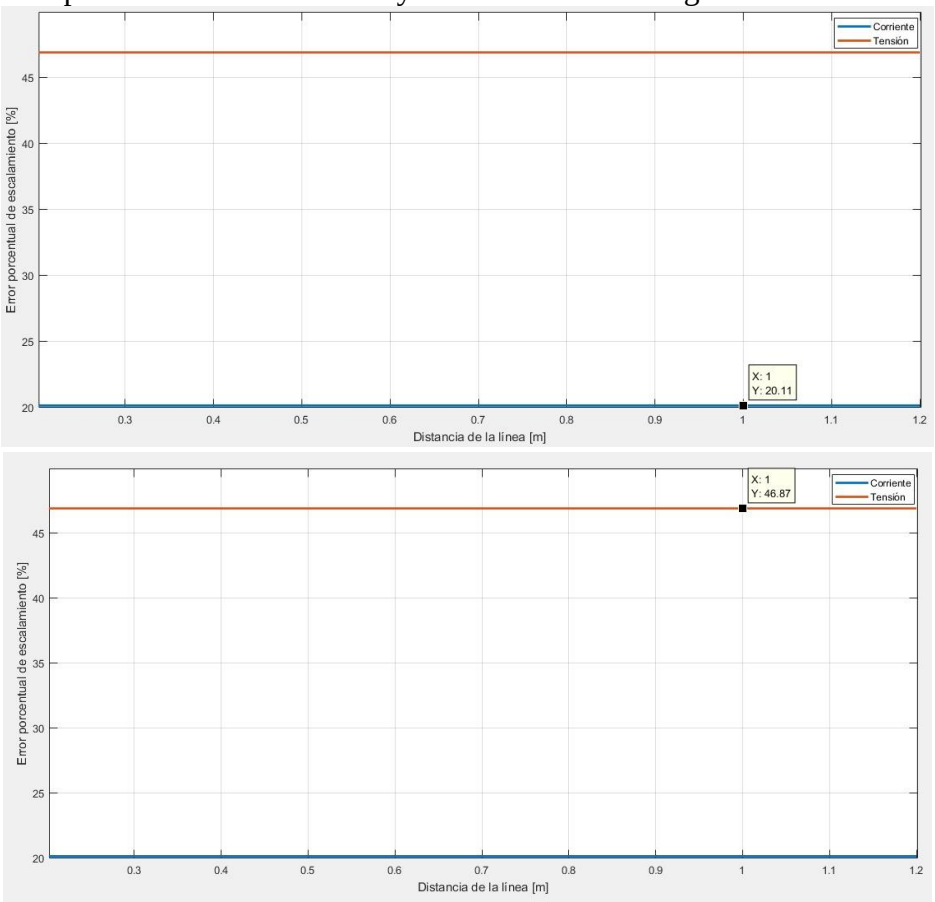
Figura 8. Comportamiento de la tensión y la corriente en el rango de *f*.



Fuente: Elaboración propia.

5.2.4 Longitud de la línea

Figura 9. Comportamiento de la tensión y la corriente en el rango de *X*.



Fuente: Elaboración propia.

Al evaluar el modelo utilizando el método de simulación de Montecarlo para cada una de las variables que se definieron para el modelo a escala. El resultado del modelo permitió adquirir las gráficas para cada una de las variables, donde tienen un comportamiento equivalente en el error de escalamiento para voltaje y corriente. Este error se presentó en mayor magnitud en la tensión, debido a que la resistencia es dependiente de la resistividad del material a usar afectando directamente el valor de tensión que tiende a ser mayor a la corriente.

Cuando se realiza el desarrollo de la gráfica en un rango definido para cada una de las variables, en donde una de las variables cambia, las otras quedan fijas y contemplar cómo se comporta frente la tensión y corriente. Se pudo notar que cada una de las variables de manera independiente no presento afectación en el modelo a escala, lo que produjo el mismo error, por ende, se analizó que el conjunto de ecuaciones para el escalamiento presentó una relación directa que permitió tener una equivalencia en el sistema escalado.

6. CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO

6.1 Conclusiones generales

El modelo a usar se encontró satisfactoriamente para la relación de una línea aérea escalada que permite la obtener la relación de capacitancia, inductancia, resistencia y frecuencia donde son las principales razones para escalar, teniendo en cuenta el desarrollo del modelo se observa la relación de cada una de las variables para poder escalar una línea aérea de transmisión, donde principalmente este factor de escalamiento depende del material que se va a usar, la geometría es fundamental para escalar una línea aérea de transmisión ya que relaciona todos los parámetros y configuraciones para una línea aérea totalmente transpuesta.

Al estructurar el modelo formulado la forma más conveniente de relacionar el modelo es observar en el cuadripolo la entrada, salida de este dónde se puede evidenciar el voltaje de envió y recibo como la corriente de envió y recibo con el modelo de línea larga, se obtiene el modelo a escala de una línea aérea de transmisión escalando las tensiones y corrientes tanto de envió como de recibo para cualquier caso.

Las gráficas presentaron un comportamiento equivalente donde se puede observar una tendencia en el error al disminuir el tamaño de una línea aérea de transmisión con el modelo planteado, teniendo en cuenta que las variables presentan un comportamiento donde se asocian con las ecuaciones en el modelo a escala.

6.2 Recomendaciones

Inicialmente se recomienda estar cursando o tener conocimiento de líneas aéreas especialmente de transmisión, además de tener claro los modelos que se presentan en las líneas de transmisión ya que es la base del modelo para realizar el escalamiento.

Existen algunos trabajos relacionados con tratar de reducir el tamaño de una línea aérea de transmisión de energía eléctrica, donde son importantes sus estudios hasta un límite ya que este se presenta un modelo que se pueda implementar en un espacio reducido para observar un funcionamiento completo y de fácil portabilidad para su desempeño.

Es necesario encontrar otro tipo de material que presente una menor resistividad ya que este factor afecta de forma considerable el funcionamiento del modelo para escalar una línea aérea de transmisión de energía eléctrica.

6.3 Trabajo futuro

El presente proyecto será la base para la elaboración de un prototipo de una línea aérea de transmisión de energía eléctrica, este dependerá de la elección de una línea real a escalar además del tipo de configuración y el tipo de conductor a usar.

Encontrar la o las variables que permitan reducir de una forma mas considerable el porcentaje de error del modelo a escala para su prototipo.

7. Referencias

Anderson, P. (1995). *Analysis of faulted power systems.* Iowa: The Iowa State University Press.

Bruno, L. (11 de abril de 2011). *Líneas aéreas de MT en Cataluña (España)*. Obtenido de http://ingenieriaelectricaexplicada.blogspot.com.co/2010/04/lineas-aereas-de-mt-en-cataluna-espana.html

Ernst, R. (2004). Modelo a escala. En *Diccionario de la técnica industrial. Inglés Español: Tomo I* (pág. 1078). Barcelona, España: Herder.

Mujal, R. (Septiembre de 2010). *Cálculo de líneas y redes eléctricas.* Barcelona: Univ. Politèc. de Catalunya.

Saadat, H. (2002). *Power System Analysis.* México: McGraw-Hill.

Scopus. (23 de abril de 2019). *Scopus.* Obtenido de https://www.scopus.com

SectorElectricidad. (01 de Enero de 2016). Obtenido de ¿Qué es la transposición de líneas de transmisión?: http://www.sectorelectricidad.com/14231/que-es-la-transposicion-de-lineas-de-transmision

Stevenson, W. D. (1955). Elements of Power System Analysis. En W. D. Stevenson, *Elements of Power System Analysis* (pág. 370). London: Copyright.

Stevenson, W., & Grainger, J. (1996). *Análisis de sistemas de potencia.* México: McGraw-Hill.

Tesauro de Arte & Arquitectura -TA&A-. (2019). Obtenido de Modelo a escala: http://www.aatespanol.cl/terminos/300266034